
Анализ геометрических высказываний

1. 1. Укажите номера верных утверждений.

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны» — *верно* по признаку подобия треугольников.

2) «Вертикальные углы равны» — *верно*, это теорема планиметрии.

3) «Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой» — *неверно*, это утверждение справедливо только для равностороннего треугольника.

Ответ: 12.

2. 2. Укажите номера верных утверждений.

1) Существует квадрат, который не является прямоугольником.

2) Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны.

3) Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Существует квадрат, который не является прямоугольником» — *некорректное* утверждение, корректное — «Существует прямоугольник, который не является квадратом».

2) «Если два угла треугольника равны, то равны и противолежащие им стороны» — *верно*, т. к. треугольник, два угла которого равны является равнобедренным, причём равные стороны лежат напротив равных углов.

3) «Внутренние накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны» — *верно*, это теорема планиметрии.

Ответ: 23.

3. 3. Укажите номера верных утверждений.

1) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части.

2) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.

3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части» — *верно* по свойству равнобедренного треугольника.

2) «В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны» — *неверно*, это утверждение справедливо исключительно для ромба, а не для прямоугольника.

3) «Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу» — *верно*, т. к. окружность — множество точек, находящихся на заданном расстоянии от данной точки.

Ответ: 13.

4. 4. Укажите номера верных утверждений.

1) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.

2) Существует квадрат, который не является ромбом.

3) Сумма углов любого треугольника равна 180° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Дублирует 315121

Проверим каждое из утверждений.

1) «Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают» — *верно*, т.к. совпадают точки пересечения биссектрис и серединных перпендикуляров этого треугольника.

2) «Существует квадрат, который не является ромбом» — *неверно*; верным будет утверждение: «Существует ромб, который не является квадратом».

3) «Сумма углов любого треугольника равна 180° » — *верно* по свойству треугольника.

Ответ: 13.

5. 5. Укажите номера верных утверждений.

1) Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым.

2) Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.

3) В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если угол острый, то смежный с ним угол также является острым» — *неверно*, т. к. смежные углы в сумме составляют 180° .

2) «Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны» — *верно*, т. к. квадрат — частный случай ромба.

3) «В плоскости все точки, равноудалённые от заданной точки, лежат на одной окружности» — *верно*, т. к. окружность — это множество точек, находящихся на заданном расстоянии от данной точки.

Ответ: 23.

6. 6. Укажите номера верных утверждений.

1) Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны.

2) Сумма смежных углов равна 180° .

3) Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого треугольника, то треугольники подобны» — *верно*, по первому признаку подобия треугольников.
- 2) «Сумма смежных углов равна 180° » — *верно* по свойству смежных углов.
- 3) «Любая высота равнобедренного треугольника является его биссектрисой» — *неверно*, это утверждение справедливо только для равностороннего треугольника.

Ответ: 12.

7. 7. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если угол равен 45° , то вертикальный с ним угол равен 45° .
- 2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.
- 3) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.
- 4) Если расстояние от точки до прямой меньше 1, то и длина любой наклонной, проведенной из данной точки к прямой, меньше 1.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Если угол равен 45° , то вертикальный с ним угол равен 45° » — *верно*, по теореме о вертикальных углах.
- 2) «Любые две прямые имеют ровно одну общую точку» — *неверно*, утверждение справедливо только для пересекающихся прямых.
- 3) «Через любые три точки проходит ровно одна прямая» — *неверно*, не всегда через три точки можно провести одну прямую.
- 4) «Если расстояние от точки до прямой меньше 1, то и длина любой наклонной, проведенной из данной точки к прямой, меньше 1.» — *неверно*, перпендикуляр, проведённый из точки к прямой, меньше любой наклонной, проведённой из той же точки к этой прямой.

Ответ: 1.

8. 8. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.
- 3) Через любую точку проходит более одной прямой.
- 4) Любые три прямые имеют не менее одной общей точки.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.» — *верно*, так как если соответственные углы равны, то прямые параллельны.
- 2) «Любые две прямые имеют не менее одной общей точки.» — *неверно*, две прямые имеют не более одной общей точки.
- 3) «Через любую точку проходит более одной прямой.» — *верно*, через одну точку проходит множество пересекающихся в этой точке прямых.
- 4) «Любые три прямые имеют не менее одной общей точки.» — *неверно*, любые три прямые, которые не совпадают, если и имеют общую точку, то только одну.

Ответ: 13.

9. 9. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Если угол равен 60° , то смежный с ним равен 120° .

- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110° , то эти две прямые параллельны.
- 4) Через любые три точки проходит не более одной прямой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.» — *неверно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.
- 2) «Если угол равен 60° , то смежный с ним равен 120° .» — *верно*, сумма смежных углов равна 180° .
- 3) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы равны 70° и 110° , то эти две прямые параллельны.» — *верно*, если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние односторонние углы составляют в сумме 180° , то эти две прямые параллельны.
- 4) «Через любые три точки проходит не более одной прямой.» — *верно*, через три точки либо нельзя провести прямую, если они не лежат на одной линии, либо можно, но только одну.

Ответ: 234.

10. 10. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны.
- 2) Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек.
- 3) Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эта прямая и окружность пересекаются.
- 4) Если вписанный угол равен 30° , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны.» — *неверно*, вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же хорду окружности, равны, если их вершины лежат по одну сторону от хорды.
- 2) «Если радиусы двух окружностей равны 5 и 7, а расстояние между их центрами равно 3, то эти окружности не имеют общих точек.» — *неверно*, окружности имеют две общие точки.
- 3) «Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эта прямая и окружность пересекаются.» — *верно*, если расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса, то прямая и окружность имеют две общие точки.
- 4) «Если вписанный угол равен 30° , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .» — *верно*, вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ: 34.

11. 11. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Через любые три точки проходит не более одной окружности.
- 2) Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их диаметров, то эти окружности не имеют общих точек.
- 3) Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности пересекаются.
- 4) Если дуга окружности составляет 80° , то вписанный угол, опирающийся на эту дугу окружности, равен 40° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Через любые три точки проходит не более одной окружности.» — *верно*, Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит единственная окружность. Если точки лежат на одной прямой, то окружность провести невозможно. Тем самым, через любые три точки можно провести не более одной окружности.

2) «Если расстояние между центрами двух окружностей больше суммы их диаметров, то эти окружности не имеют общих точек.» — *верно*, если расстояние от центра до прямой меньше радиуса, то окружности имеют две общие точки, если окружности касаются то окружности имеют одну общую точку, если расстояние больше радиуса, то окружности не имеют общих точек.

3) «Если радиусы двух окружностей равны 3 и 5, а расстояние между их центрами равно 1, то эти окружности пересекаются» — *неверно*, окружность, радиус которой равен 3, лежит внутри окружности с радиусом 5.

4) «Если дуга окружности составляет 80° , то вписанный угол, опирающийся на эту дугу окружности, равен 40° .» — *верно*, вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Ответ: 124.

12. 12. Какие из следующих утверждений верны?

1) Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 180° .

2) Если один из углов параллелограмма равен 60° , то противоположный ему угол равен 120° .

3) Диагонали квадрата делят его углы пополам.

4) Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 180° .» — *неверно*, сумма углов выпуклого n — угольника равна $(n - 2) \cdot 180^\circ$.

2) «Если один из углов параллелограмма равен 60° , то противоположный ему угол равен 120° .» — *неверно*, в параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны.

3) «Диагонали квадрата делят его углы пополам.» — *верно*, Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам, делят углы квадрата пополам. Таким образом, прямоугольные треугольники равны.

4) «Если в четырехугольнике две противоположные стороны равны, то этот четырехугольник — параллелограмм.» — *неверно*, если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – параллелограмм.

Ответ: 3.

13. 13. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

2) Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

3) Если один из углов, прилежащих к стороне параллелограмма, равен 50° , то другой угол, прилежащий к той же стороне, равен 50° .

4) Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 200° , то его четвертый угол равен 160° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.» — *верно*, если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник.

2) «Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.» — *верно*, если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.

3) «Если один из углов, прилежащих к стороне параллелограмма, равен 50° , то другой угол, прилежащий к той же стороне, равен 50° .» — *неверно*, стороны параллелограмма параллельны и образуют односторонние углы, а сумма односторонних углов равна 180° .

4) «Если сумма трех углов выпуклого четырехугольника равна 200° , то его четвертый угол равен 160° .» — *верно*, сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360° .

Ответ: 124.

14. 14. Какие из следующих утверждений верны?

1) Около всякого треугольника можно описать не более одной окружности.

2) В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности.

3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.

4) Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Около всякого треугольника можно описать не более одной окружности.» — *верно*, около треугольника можно описать окружность, притом только одну.

2) «В любой треугольник можно вписать не менее одной окружности.» — *верно*, в любой треугольник можно вписать окружность.

3) «Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.» — *неверно*, центром описанной около треугольника окружности является точка пересечения серединных перпендикуляров треугольника.

4) «Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.» — *неверно*, центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения биссектрис треугольника.

Ответ: 12.

Примечание.

Выражение «не более одной» означает, что окружностей не может быть больше одной.

Выражение «не менее одной» означает, что окружностей не может быть меньше одной.

15. 15. Какие из следующих утверждений верны?

1) Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.

2) Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.

3) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.

4) Около любого ромба можно описать окружность.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Около любого правильного многоугольника можно описать не более одной окружности.» — *верно*, около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну.

2) «Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.» — *верно*, треугольник с такими сторонами является прямоугольным, таким образом, центр окружности лежит на гипотенузе.

3) «Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.» — *верно*, диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам, таким образом, центром окружности является точка пересечения диагоналей.

4) «Около любого ромба можно описать окружность.» — *неверно*, чтобы около четырёхугольника можно было описать окружность, необходимо, чтобы сумма противоположных углов четырёхугольника составляла 180° . Это верно не для любого ромба.

Ответ: 123.

16. 16. Какие из следующих утверждений верны?

1) Окружность имеет бесконечно много центров симметрии.

2) Прямая не имеет осей симметрии.

3) Правильный пятиугольник имеет пять осей симметрии.

4) Квадрат не имеет центра симметрии.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Окружность имеет бесконечно много центров симметрии.» — *неверно*, плоская фигура обладает центральной симметрией, если она симметрична сама себе относительно центра

2) «Прямая не имеет осей симметрии.» — *неверно*, прямая имеет бесконечное число осей симметрии.

3) «Правильный пятиугольник имеет пять осей симметрии.» — *верно*, каждая ось симметрии любого правильного многоугольника с нечетным числом сторон проходит через вершину и середину противоположной стороны.

4) «Квадрат не имеет центра симметрии.» — *неверно*, центр симметрии квадрата является точка пересечения диагоналей.

Ответ: 3.

17. 17. Какие из следующих утверждений верны?

1) Правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии.

2) Прямая не имеет осей симметрии.

3) Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.

4) Равнобедренный треугольник имеет три оси симметрии.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Правильный шестиугольник имеет шесть осей симметрии.» — *верно*, при четном количестве углов оси симметрии проходят через противоположные вершины и через середины противоположных сторон.

2) «Прямая не имеет осей симметрии.» — *неверно*, прямая имеет бесконечное число осей симметрии.

3) «Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.» — *верно*, ромб является параллелограммом, а середина диагонали параллелограмма является его центром симметрии.

4) «Равнобедренный треугольник имеет три оси симметрии.» — *неверно*, у равнобедренного треугольника одна ось симметрии.

Ответ: 13.

18. 18. Какие из следующих утверждений верны?

1) Центром симметрии прямоугольника является точка пересечения диагоналей.

2) Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.

3) Правильный пятиугольник имеет пять осей симметрии.

4) Центром симметрии равнобедренной трапеции является точка пересечения ее диагоналей.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Центром симметрии прямоугольника является точка пересечения диагоналей.» — *верно*, прямоугольник является параллелограммом, а середина диагонали параллелограмма является его центром симметрии.

2) «Центром симметрии ромба является точка пересечения его диагоналей.» — *верно*, ромб является параллелограммом, а середина диагонали параллелограмма является его центром симметрии.

3) «Правильный пятиугольник имеет пять осей симметрии.» — *верно*, при нечетном количестве углов каждая ось симметрии проходит через вершину и середину противоположной стороны.

4) «Центром симметрии равнобедренной трапеции является точка пересечения ее диагоналей.» — *неверно*, у равнобедренной трапеции нет точек симметрии.

Ответ: 123.

19. 19. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.

2) Любые два равнобедренных треугольника подобны.

3) Любые два прямоугольных треугольника подобны.

4) Треугольник ABC , у которого $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$, является тупоугольным.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.» — *верно*, по теореме Пифагора квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

2) «Любые два равнобедренных треугольника подобны.» — *неверно*, так как углы, заключенные между пропорциональными сторонами, не равны.

3) «Любые два прямоугольных треугольника подобны.» — *неверно*, так как нет второго равного угла.

4) «Треугольник ABC , у которого $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$, является тупоугольным.» — *неверно*, треугольник с такими сторонами является прямоугольным.

Ответ: 1.

20. 20. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Любые два прямоугольных треугольника подобны.
- 2) Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.
- 3) Стороны треугольника пропорциональны косинусам противолежащих углов.
- 4) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Любые два прямоугольных треугольника подобны.» — *неверно*, так как нет второго равного угла.
- 2) «Если катет и гипотенуза прямоугольного треугольника равны соответственно 6 и 10, то второй катет этого треугольника равен 8.» — *верно*, по теореме Пифагора квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
- 3) «Стороны треугольника пропорциональны косинусам противолежащих углов.» — *неверно*, по теореме синусов стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих сторон.
- 4) «Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.» — *верно*, по теореме косинусов.

Ответ: 24.

21. 21. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на синус угла между ними.
- 2) Если катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12, то его гипотенуза равна 13.
- 3) Треугольник ABC , у которого $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$, является остроугольным.
- 4) В прямоугольном треугольнике квадрат катета равен разности квадратов гипотенузы и другого катета.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на синус угла между ними.» — *неверно*, квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.
- 2) «Если катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12, то его гипотенуза равна 13.» — *верно*, по теореме Пифагора квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.
- 3) «Треугольник ABC , у которого $AB = 5$, $BC = 6$, $AC = 7$, является остроугольным.» — *верно*, остроугольным называется треугольник у которого все углы меньше 90° .
- 4) «В прямоугольном треугольнике квадрат катета равен разности квадратов гипотенузы и другого катета.» — *верно*, по теореме Пифагора.

Ответ: 234.

22. 22. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Если площади фигур равны, то равны и сами фигуры.
- 2) Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на высоту.
- 3) Если две стороны треугольника равны 4 и 5, а угол между ними равен 30° , то площадь этого треугольника равна 10.
- 4) Если две смежные стороны параллелограмма равны 4 и 5, а угол между ними равен 30° , то площадь этого параллелограмма равна 10.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если площади фигур равны, то равны и сами фигуры.» — *неверно*, фигуры, у которых равны площади называются равновеликими, но не равными.

2) «Площадь трапеции равна произведению суммы оснований на высоту.» — *неверно*, площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

3) «Если две стороны треугольника равны 4 и 5, а угол между ними равен 30° , то площадь этого треугольника равна 10.» — *неверно*, площадь треугольника равна $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$.

4) «Если две смежные стороны параллелограмма равны 4 и 5, а угол между ними равен 30° , то площадь этого параллелограмма равна 10.» — *верно*, площадь параллелограмма равна $a \cdot b \cdot \sin \alpha$.

Ответ: 4.

23. 23. Какие из следующих утверждений верны?

1) Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна произведению его периметра на радиус вписанной окружности.

2) Если диагонали ромба равны 3 и 4, то его площадь равна 6.

3) Площадь трапеции меньше произведения суммы оснований на высоту.

4) Площадь прямоугольного треугольника меньше произведения его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Площадь многоугольника, описанного около окружности, равна произведению его периметра на радиус вписанной окружности.» — *неверно*, площадь многоугольника равна произведению половине периметра на радиус вписанной окружности.

2) «Если диагонали ромба равны 3 и 4, то его площадь равна 6.» — *верно*, площадь ромба равна половине произведения диагоналей.

3) «Площадь трапеции меньше произведения суммы оснований на высоту.» — *верно*, площадь трапеции равна половине произведения суммы оснований на высоту.

4) «Площадь прямоугольного треугольника меньше произведения его катетов.» — *верно*, площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов.

Ответ: 234.

24. 24. Укажите номера верных утверждений.

1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.

2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.

3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

4) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой» — *верно*, это аксиома планиметрии.

2) «Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует» — *неверно*: для того, чтобы существовал треугольник, сумма любых его двух сторон должна быть больше третьей стороны.

3) «Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.» — *верно*, в этом случае противоположный угол тоже будет равен 90° , а значит и два других (равных) угла будут равны по 90° .

4) «Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.» — *неверно*, центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности, лежит на его стороне.

Ответ: 13.

25. 25. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Через любую точку проходит не менее одной прямой.
- 2) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 65° , то эти две прямые параллельны.
- 3) Если при пересечении двух прямых третьей прямой внутренние накрест лежащие углы составляют в сумме 90° , то эти две прямые параллельны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) Через любую точку проходит бесконечное множество прямых, следовательно, утверждение 1 верно.
- 2) Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны - верно, это признак параллельности прямых.
- 3) Накрест лежащие углы двух параллельных прямых, пересечённых третьей, равны. Утверждение 3 неверно: прямые могут оказаться непараллельными.

Ответ: 12.

26. 26. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 37° , то эти две прямые параллельны.
- 2) Через любые три точки проходит не более одной прямой.
- 3) Сумма вертикальных углов равна 180° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны, то эти две прямые параллельны. Утверждение 1 верно, в силу признака параллельности прямых.
- 2) Через любые три точки проходит не более одной прямой. Утверждение верно, через любые три точки либо нельзя провести прямую, если они не лежат на одной прямой, либо можно провести одну прямую, если они лежат на одной прямой.
- 3) Вертикальные углы равны по построению, при этом их сумма равна 180° , только если эти углы прямые, утверждение 3 неверно.

Ответ: 12.

27. 27. Укажите номера верных утверждений.

- 1) Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.
- 2) Через любые две точки можно провести прямую.
- 3) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на разность оснований.» — неверно, площадь трапеции равна половине высоты, умноженной на сумму оснований.
- 2) «Через любые две точки можно провести прямую.» — верно, это аксиома геометрии.
- 3) «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести единственную прямую, перпендикулярную данной прямой.» — верно, это теорема планиметрии.

Ответ: 23.

28. 28. Укажите номера верных утверждений.

- 1) В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «В любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.» — неверно, не в любую равнобедренную трапецию можно вписать окружность.
- 2) «Диагональ параллелограмма делит его углы пополам.» — неверно, диагональ параллелограмма делит его углы пополам только в том случае, когда параллелограмм является ромбом.
- 3) «Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.» — верно, это теорема планиметрии.

Ответ: 3.

29. 29. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

- 1) Вокруг любого треугольника можно описать окружность.
- 2) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- 3) Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Вокруг любого треугольника можно описать окружность» — *верно*, по свойству треугольника.
- 2) «Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат» — *верно*; из всех параллелограммов только в квадрате диагонали равны и перпендикулярны одновременно.
- 3) «Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту» — *верно*, по свойству трапеции.

Ответ: 123.

30. 30. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

- 1) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.
- 2) Диагонали прямоугольника равны.
- 3) У любой трапеции боковые стороны равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой» — *неверно*, верным будет утверждение «Каждая из биссектрис равностороннего треугольника является его медианой».
- 2) «Диагонали прямоугольника равны» — *верно*, по свойству прямоугольника.
- 3) «У любой трапеции боковые стороны равны» — *неверно*, т. к. боковые стороны равны только у равнобедренной трапеции.

Ответ: 2.

31. 31. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера.

- 1) Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
- 2) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.

3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны» — *верно*, по признаку параллельных прямых.

2) «Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника» — *неверно*; верным будет утверждение: «Диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника».

3) «Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат» — *верно*, т. к. если один из углов ромба равен 90° , то и остальные равны 90° .

Ответ: 13.

32. 32. Укажите номера верных утверждений.

1) Смежные углы равны.

2) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.

3) Если угол равен 108° , то вертикальный с ним равен 108° .

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Смежные углы равны» — *неверно*, смежные углы α и β связаны соотношением: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

2) «Любые две прямые имеют ровно одну общую точку» — *неверно*, прямые могут также быть параллельны, тогда точек пересечения нет, или совпадают тогда точек пересечения бесконечно много.

3) «Если угол равен 108° , то вертикальный с ним равен 108° » — *верно* по свойству вертикальных углов.

Ответ: 3.

33. 33. Укажите номера верных утверждений.

1) Если угол равен 47° , то смежный с ним равен 153° .

2) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны.

3) Через любую точку проходит ровно одна прямая.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если угол равен 47° , то смежный с ним равен 153° » — *неверно*, сумма смежных углов равна 180° .

2) «Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые параллельны» — *верно*, по признаку параллельности прямых.

3) «Через любую точку проходит ровно одна прямая» — *неверно* через одну точку проходит бесконечное множество прямых.

Ответ: 2.

34. 34. Укажите номера верных утверждений.

1) Любые три прямые имеют не более одной общей точки.

2) Если угол равен 120° , то смежный с ним равен 120° .

3) Если расстояние от точки до прямой больше 3, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 3.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Любые три прямые имеют не более одной общей точки» — *верно*. Если прямые имеют две и более общих точек, то они совпадают. (См. комментарии к задаче.)

2) «Если угол равен 120° , то смежный с ним равен 120° » — *неверно*. Сумма смежных углов равна 180° .

3) «Если расстояние от точки до прямой больше 3, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 3» — *верно*. Т. к. расстояние — длина кратчайшего отрезка до прямой, а все наклонные — длиннее.

Ответ: 13.

35. 35. Укажите номера неверных утверждений.

1) При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180° .

2) Диагонали ромба перпендикулярны.

3) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его биссектрис.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «При пересечении двух параллельных прямых третьей прямой сумма накрест лежащих углов равна 180° » — *неверно*, накрест лежащие углы равны.

2) «Диагонали ромба перпендикулярны» — *верно*, по свойству ромба.

3) «Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его биссектрис» — *неверно*, верным будет утверждение: «Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения его серединных перпендикуляров».

Ответ: 13.

36. 36. Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагонали параллелограмма равны.

2) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.

3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Диагонали параллелограмма равны» — *неверно*, если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм — прямоугольник, т. е. не у каждого параллелограмма диагонали равны.

2) «Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.» — *верно*, ромб — частный случай параллелограмма, а площадь параллелограмма равна $a \cdot h$.

3) «Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны» — *неверно*, нет такого признака равенства треугольников.

Ответ: 2.

37. 37. Какие из следующих утверждений верны?

1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

2) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

3) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов» — *верно*, для того, чтобы существовал треугольник, сумма любых его двух сторон должна быть больше третьей стороны.

2) «В тупоугольном треугольнике все углы тупые.» — *неверно*: в тупоугольном треугольнике один тупой и два острых угла.

3) «Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.» — *верно*.

Ответ: 13.

38. 38. Какие из следующих утверждений верны?

1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

2) Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.

3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны» — *неверно*: такого признака равенства треугольников нет.

2) «Средняя линия трапеции параллельна её основаниям» — *верно*, это аксиома.

3) «Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов» — *верно*, для того, чтобы существовал треугольник, сумма любых его двух сторон должна быть больше третьей стороны.

Ответ: 23.

39. 39. Какое из следующих утверждений верно?

1) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.

2) В параллелограмме есть два равных угла.

3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

1) «Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей» — *неверно*: точка пересечения двух окружностей удалена от центра на величину радиуса каждой окружности.

2) «В параллелограмме есть два равных угла» — *верно*, в параллелограмме противоположные углы равны.

3) «Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов» — *неверно*: площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.

Ответ: 2.

40. 40. Какие из следующих утверждений верны?

1) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.

2) Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

3) Все диаметры окружности равны между собой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов» — *верно*, сумма всех углов в треугольнике равна 180° , значит меньший угол в треугольнике $\leq 60^\circ$.
- 2) «Диагонали трапеции пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.» — *неверно*.
- 3) «Все диаметры окружности равны между собой.» — *верно*.

Ответ: 13.

41. 41. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
- 3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.» — *верно*, сторона треугольника не может быть больше суммы двух других.
- 2) «Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.» — *неверно*, сумма углов любого треугольника равна 180 градусам.
- 3) «Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре его описанной окружности.» — *верно*, центр описанной окружности лежит в точке пересечения серединных перпендикуляров.

Ответ: 13.

42. 42. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.
- 2) Смежные углы равны.
- 3) Все диаметры окружности равны между собой.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

- 1) «Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.» — *верно*, сторона треугольника не может быть больше суммы двух других.
- 2) «Смежные углы равны» — *неверно*, смежные углы α и β связаны соотношением: $\alpha + \beta = 180^\circ$.
- 3) «Все диаметры окружности равны между собой.» — *верно*.

Ответ: 13.

43. 43. Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Смежные углы равны.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

1) «Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой» — *верно*, это аксиома планиметрии.

2) «Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.» — *неверно*: например, могут быть квадрат и ромб с равной длиной стороны.

3) «Смежные углы равны» — *неверно*, смежные углы α и β связаны соотношением: $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Ответ: 1.

44. 44. Какое из следующих утверждений верно?

1. Все углы ромба равны.

2. Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.

3. Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Решение.

Рассмотрим каждое из утверждений:

1. Все углы ромба равны - **неверно**. Верно только в случае квадрата.

2. Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны - **неверно**. Стороны квадрата и ромба могут быть равны, однако такие четырёхугольники не равны.

3. Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности - **верно**.

Ответ: 3