

1. Аннуитетный платеж;
2. Табличный вариант;
3. Дифференцированный платеж;
4. Классическая оптимизация;
5. Оптимизация прибыли завода

№1.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года.

№2.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

№3.

15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его выплаты таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

№4. задания на оптимизацию

	товар	часы	деньги
I завод	a	a^2	$200 \text{ руб/ч} \cdot a^2$
II завод	b	b^2	$250 \text{ руб/ч} \cdot b^2$

№5.

Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Пример 1. Банк начисляет 10 % годовых. Какой станет сумма вклада вкладчика через 5 лет, если вкладчик положил 10 000 р.?

Решение:

Ответ: _____

Пример 2. На куб со стороной a поставили куб со стороной $\frac{a}{2}$, на него — куб со стороной $\frac{a}{4}$, затем куб со стороной $\frac{a}{8}$ и т.д.

Найдите высоту получившейся фигуры.

Решение:

Ответ: _____

Сложные проценты:

Для решения таких задач используется формула сложных процентов:

$$A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n,$$

где A_0 — начальный капитал, $p\%$ — годовые, n — годы, на которые положен вклад, A_n — наращенный капитал за n лет.

Пример 2. Вкладчик положил в банк 1000 р. За первый год ему начислили некоторый процент годовых, а на второй год банковский процент увеличили на 2%. В конце второго года на счете было 1188 р. Сколько процентов составляла банковская ставка в первый год?

Решение:

Ответ: _____

4.3.5. Задачи на концентрацию смеси и сплавы

Процентными содержаниями веществ A , B , C в данной смеси называются величины $p_A\%$, $p_B\%$, $p_C\%$, соответственно, вычисляемые по формулам

$$p_A\% = C_A \cdot 100\%, p_B\% = C_B \cdot 100\%, p_C\% = C_C \cdot 100\%,$$

где C_A, C_B, C_C — масса соответствующих веществ.

Пример. Сколько граммов 4-процентного и сколько граммов 10-процентного растворов соли нужно взять, чтобы получить 180 г 6-процентного раствора?

Решение:

Ответ: _____

Задания на оптимальный выбор:

Решение задач на оптимальный выбор предполагает нахождение наибольшего значения функции, заданной уравнением или в виде текста. Банковские задачи связаны с определением суммы вклада или процента по вкладу. При подготовке нужно повторить правила нахождения производной, методы решения уравнений, свойства геометрической и арифметической прогрессий, правила нахождения процента от числа и числа по его проценту.

Задание №1.1.

На ферме имеется 40 уток и 50 кур. Их распределили по двум вольерам: в одном 44, в другом 46 птиц. После распределения посчитали процент кур в каждом вольере и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение уток и кур по вольерам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Решение:

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.2.

Строительство обувной фабрики стоит 208 млн рублей. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на фабрике составляют $x^2 + 4x + 12$ млн рублей в год. Если продукцию продавать по цене y тыс. рублей за единицу, то прибыль (в млн рублей) за один год составит $yx - (x^2 + 4x + 12)$, причём продукция выпускается в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении y строительство фабрики окупится не более чем за 4 года?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.3.

В двух цехах радиозавода работает по 16 рабочих. В первом цехе один рабочий за час собирает 1 домофон или 3 электровонка. Во втором цехе для сборки x домофонов в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для сборки y электровонков в день требуется y^2 человеко-часов труда. Причём 10 домофонов можно заменить 10 электровонками. Какое наибольшее количество продукции можно изготовить в двух цехах, если смена длится 8 часов?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.4.

На первом заводе рабочие трудятся суммарно $4t^2$ часов в неделю и производят t станков. На втором заводе рабочие трудятся суммарно t^2 часов в неделю и также производят t станков. За каждый час работы на каждом из заводов рабочий получает 2 тыс. рублей. В неделю суммарно должно выпускаться 40 станков. Какая наименьшая сумма еженедельно выделяется на оплату труда рабочих?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.5.

Имеется два поля, каждое площадью 20 га. На полях можно выращивать свёклу и морковь. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 100 ц/га.

Урожайность моркови на первом поле составляет 100 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Морковь продаётся по цене 15000 рублей за центнер, а свёкла — по цене 10000 рублей за центнер. Какой наибольший доход можно получить с этих полей?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.6.

Собака движется со скоростью v км/ч. После того как она пробежала 6 км, следом за ней выбежала кошка, скорость которой на 9 км/ч больше скорости собаки. Когда кошка догнала собаку, они повернули назад и вместе возвратились обратно со скоростью 4 км/ч. Найдите v , при которой время движения собаки наименьшее.

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.7.

Иван поместил в банк 3600 тыс. рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Иван ежегодно добавлял к вкладу?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.8.

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1434000 рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.9.

31 декабря 2000 г. Иванов взял в банке некоторую сумму денег в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Иванов переводит в банк 2928200 рублей. Какую сумму взял Иванов в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами, то есть за четыре года?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.10.

31 декабря 2000 г. Иванов взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Иванов переводит в банк очередную сумму. Иванов выплатил кредит за два платежа, то есть за два года. В первый раз Иванов перевёл в банк 660000 рублей, во второй раз — 484000 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Иванову?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.11.

Иванов приобрёл ценные бумаги на сумму 7000 рублей. Цена бумаг каждый год возрастает на 2000 рублей. В любой момент Иванов может продать бумаги и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте увеличивается на 10%. В течение какого года после покупки Иванов должен продать ценные бумаги, чтобы через тридцать лет после покупки сумма на счёте была наибольшей?

Решение:

Ответ: _____

Задание №1.12.

Иванов взял в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Иванов должен возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную банку в конце месяца. Выплачиваемые суммы подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Иванов вернёт банку в течение первого года кредитования?

Решение:

Ответ: _____