ЦРИ МатРИЦА «Простая математика»

Экономические и задания на прогрессию на ОГЭ и ЕГЭ

Задания из реальных вариантов задания №17

Типы заданий:

1. Аннуитетный платеж;
2. Табличный вариант;
3. Дифференцированный платеж;
4. Классическая оптимизация;
5. Оптимизация прибыли завода

Разбираем очно на наших занятиях в МатРИЦе (№1-№5)

№1.

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 147 000 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 10% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен двумя равными платежами, то есть за два года.

№2.

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — **целое** число. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0{,}7S$	$0{,}4S$	0

Найдите наименьшее значение S, при котором каждая из выплат будет больше 5 млн рублей.

№3.

15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его выплаты таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

№4.задания на оптимизацию

	товар	часы	деньги
I завод	a	a^2	200 руб/ч*a^2
II завод	b	b^2	250 руб/ч*b^2

№5.

Строительство нового завода стоит 78 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2+2x+6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px-(0,5x^2+2x+6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении p строительство завода окупится не более, чем за 3 года?

Пример 1. Банк начисляет 10 % годовых. Какой станет сумма вклада вкладчика через 5 лет, если вкладчик положил 10 000 р.?

Решение. Если положено в банк a р., то сумма вклада составляет геометрическую прогрессию:

$$a;\ a\left(1+\frac{p}{100}\right);\ a\left(1+\frac{p}{100}\right)^2;\ \ldots$$

Следовательно, через t лет сумма вклада составит

$$S=a\left(1+\frac{p}{100}\right)^t.$$

Так как $a=10\ 000$, $p=10$, $t=5$, то $S=10\ 000\cdot\left(1+\frac{10}{100}\right)^5=$

$=10\ 000\cdot(1,1)^5=10\ 000\cdot 1,61051=16105,1.$

Ответ: 16105,1 р.

Пример 2. На куб со стороной a поставили куб со стороной $\frac{a}{2}$, на него — куб со стороной $\frac{a}{4}$, затем куб со стороной $\frac{a}{8}$ и т.д.

Найдите высоту получившейся фигуры.

Решение. Согласно условию задачи имеем:

$$S=a+\frac{a}{2}+\frac{a}{4}+\frac{a}{8}+\ldots,$$

т. е. сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии, тогда

$$S=\frac{a}{1-\frac{1}{2}}=a:\frac{1}{2}=2a.$$

Ответ: $2a$.

4.3.3. Задачи на сложные проценты

В более сложных прикладных задачах на проценты часто речь идет об увеличении или уменьшении величины на несколько процентов. В таких случаях нужно определить, от какого числа находят проценты. Например, если говорят, что заработная плата увеличилась на 10%, то понимают, что она увеличилась на 10% от предыдущей заработной платы. При этом, если значение a больше b на p%, то значение b меньше a не на p%. Увеличению в 2 раза соответствует увеличение на 100%, а уменьшению в 2 раза — уменьшение на 50%.

Цена товара теоретически может увеличиваться на сколько угодно процентов, а уменьшаться, например, на 130% не может.

Для решения таких задач используется формула сложных процентов:

$$A_n = A_0\left(1+\frac{p}{100}\right)^n,$$

где A_0 — начальный капитал, p% — годовые, n — годы, на которые положен вклад, A_n — наращенный капитал за n лет.

Пример 1. Пусть вкладчик дает сбербанку под 5% годовых 2000 евро. Это — начальный капитал ($A_0 = 2000$ евро). Через год банк насчитает вкладчику за это 100 евро процентных денег (5% от 2000 евро). После этого на счету вкладчика станет 2100 евро, поскольку $2000(1 + 0{,}05) = 2100$. За второй год процентных денег ему насчитают уже 5% от 2100 евро; наращенный капитал вкладчика после двух лет будет равен $2000(1 + 0{,}05)^2$ евро. Очевидно, что через n лет наращенный капитал будет равен $2000(1 + 0{,}05)^n$ евро.

Подобные понятию процента — промилле и проба.

Промилле — это доля тысячная (1% = 0,001).

Например, пятипромилльный раствор соли — это раствор, в 1000 г которого содержится 5 г соли.

Пробами характеризуются сплавы драгоценных металлов. Так, золото 875-й пробы — это сплав, в 1000 г которого содержится 875 г чистого золота.

Пример 2. Вкладчик положил в банк 1000 р. За первый год ему начислили некоторый процент годовых, а на второй год банковский процент увеличили на 2%. В конце второго года на счете было 1188 р. Сколько процентов составляла банковская ставка в первый год?

Решение.

Пусть величина процентной ставки за первый год равна $p\%$. Тогда сумма вклада на конец первого года составила $1000\left(1+\frac{p}{100}\right)$ р. Из условия задачи следует, что во второй год процентная ставка составляла $(p+2)\%$. Поэтому сумма вклада на конец второго года составила:

$$1000\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1+\frac{p+2}{100}\right)=1188;$$

$$1000\cdot\frac{100+p}{100}\cdot\frac{102+p}{100}=1188;$$

$(100+p)(102+p)=11880$; $p^2+202p-1680=0$, $p_1=8$, $p_2=-210$ — не удовлетворяет условию задачи.

Ответ: в первый год банковская ставка составляла 8%.

4.3.5. Задачи на концентрацию смеси и сплавы

Процентными содержаниями веществ A, B, C в данной смеси называются величины $p_A\%$, $p_B\%$, $p_C\%$, соответственно, вычисляемые по формулам

$$p_A\% = C_A \cdot 100\%,\ p_B\% = C_B \cdot 100\%,\ p_C\% = C_C \cdot 100\%,$$

где C_A, C_B, C_C — масса соответствующих веществ.

Пример. Сколько граммов 4-процентного и сколько граммов 10-процентного растворов соли нужно взять, чтобы получить 180 г 6-процентного раствора?

Пример. Сколько граммов 4-процентного и сколько граммов 10-процентного растворов соли нужно взять, чтобы получить 180 г 6-процентного раствора?

Решение.

Составим таблицу по условию задачи:

	4% раствор	10% раствор	6% раствор
масса раствора	x г	y г	180 г
масса соли в растворе	$0{,}04x$ г	$0{,}1y$ г	$180 \cdot 0{,}06 = 10{,}8$ (г)

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 180, \\ 0{,}04x + 0{,}1y = 10{,}8; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 180, \\ 2x + 5y = 540; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 360, \\ 2x + 5y = 540; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y = 180, \\ x + y = 180; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 60, \\ x = 120. \end{cases}$$

Ответ: нужно взять 120 г 4-процентного раствора и 60 г 10-процентного раствора.

Задания на оптимальный выбор:

Решение задач на оптимальный выбор предполагает нахождение наибольшего значения функции, заданной уравнением или в виде текста. Банковские задачи связаны с определением суммы вклада или процента по вкладу. При подготовке нужно повторить правила нахождения производной, методы решения уравнений, свойства геометрической и арифметической прогрессий, правила нахождения процента от числа и числа по его проценту.

Задание №1.1.

На ферме имеется 40 уток и 50 кур. Их распределили по двум вольерам: в одном 44, в другом 46 птиц. После распределения посчитали процент кур в каждом вольере и полученные числа сложили. Каким должно быть распределение уток и кур по вольерам, чтобы полученная сумма была наибольшей?

Решение:

Вместо суммарного процента можно считать суммарную долю кур, так как эти числа отличаются в 100 раз и достигают своего максимума одновременно.

Пусть в меньший вольер поместили x кур $(2 \le x \le 44)$, тогда в больший вольер попало $(50-x)$ кур. Рассмотрим функцию:

$S(x)=\frac{x}{44}+\frac{50-x}{46}$; $S(x)=\frac{46x+2200-44x}{2024}$; $S(x)=\frac{2x}{2024}+\frac{2200}{2024}$;

$S(x)=\frac{x}{1012}+\frac{50}{46}$. Эта линейная функция имеет положительный угловой коэффициент $k=\frac{1}{1012}$, следовательно, она возрастает. Поэтому функция $S(x)$ достигает наибольшего значения при $x=44$. Значит, в меньшем вольере должны находиться одни куры, а в большем — 6 кур и 40 уток.

В этой задаче наибольшее значение возрастающая на заданном промежутке функция принимает при наибольшем значении аргумента.

Ответ: в одном вольере 44 курицы, в другом — 6 кур и 40 уток.

Задание №1.2.

Строительство обувной фабрики стоит 208 млн рублей. Затраты на производство x тыс. единиц продукции на фабрике составляют $x^2+4x+12$ млн рублей в год. Если продукцию продавать по цене y тыс. рублей за единицу, то прибыль (в млн рублей) за один год составит $yx-(x^2+4x+12)$, причём продукция выпускается в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При каком наименьшем значении y строительство фабрики окупится не более чем за 4 года?

Решение:

Чтобы прибыль за 4 года была не меньше 208 млн рублей, необходимо, чтобы ежегодная прибыль была не меньше $208:4=52$ млн рублей. При этом должно выполняться неравенство $yx-(x^2+4x+12)\geq 52$.

Используя неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, получаем: $y\geq\frac{x^2+4x+12+52}{x}=x+4+\frac{64}{x}\geq$

$\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{64}{x}}+4=2\sqrt{64}+4=20.$

Напомним, что среднее арифметическое неотрицательных чисел не меньше их среднего геометрического. Иными словами, если $a, b\geq 0$, то $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}$, или $a+b\geq 2\sqrt{ab}$, причём неравенства обращаются в равенства тогда и только тогда, когда числа равны.

Проверим, что это значение y достигается, то есть существует количество продукции x, при котором достигается эта цена:

$20x-(x^2+4x+12)\geq 52\Leftrightarrow x^2-16x+64\leq 0\Leftrightarrow (x-8)^2\leq 0\Leftrightarrow x=8.$

Таким образом, при $y=20$ и $x=8$ строительство фабрики окупится за 4 года.

Ответ: 20.

Задание №1.3.

В двух цехах радиозавода работает по 16 рабочих. В первом цехе один рабочий за час собирает 1 домофон или 3 электрозвонка. Во втором цехе для сборки x домофонов в день требуется x^2 человеко-часов труда, а для сборки y электрозвонков в день требуется y^2 человеко-часов труда. Причём 10 домофонов можно заменить 10 электрозвонками. Какое наибольшее количество продукции можно изготовить в двух цехах, если смена длится 8 часов?

Решение:

Поскольку необходимо произвести наибольшее количество продукции, рабочие первого цеха должны собирать электрозвонки, которые они собирают в 3 раза быстрее. За день они соберут $16 \cdot 8 \cdot 3 = 384$ электрозвонка.

Пусть во втором цехе домофоны собирают x рабочих, а электрозвонки — $16-x$ рабочих. Тогда за день они соберут $\sqrt{8x}$ домофонов и $\sqrt{8(16-x)}$ электрозвонков.

$f(x)=\sqrt{8x}+\sqrt{128-8x}$ для натуральных x, не больших 16.

$f'(x)=\dfrac{8}{2\sqrt{8x}}-\dfrac{8}{2\sqrt{128-8x}}=0;\quad \sqrt{128-8x}=\sqrt{8x};\quad x=8.$

При решении данной задачи можно обойтись без производной. Наибольшее значение функции $f(x)=\sqrt{x-a}+\sqrt{b-x}$ на отрезке $[a;\,b]$ достигается в точке $\dfrac{a+b}{2}$ и равно $\sqrt{2(b-a)}$. $f(x)=\sqrt{8x}+\sqrt{128-8x}$, $a=0$, $b=128$, поэтому наибольшее значение достигается при $x=8$.

При $x<8$ производная положительна, при $x>8$ отрицательна, поэтому в точке 8 функция достигает максимума. Наибольшее значение функции при этом равно $f(x)=\sqrt{8\cdot 8}+\sqrt{128-8\cdot 8}=8+8=16$.

Тем самым 8 рабочих второго цеха должны собирать 8 домофонов и 8 электрозвонков. Они соберут 16 единиц продукции. Вместе рабочие первого и второго цехов соберут $384+16=400$ единиц продукции.

Ответ: 400.

Задание №1.4.

На первом заводе рабочие трудятся суммарно $4t^2$ часов в неделю и производят t станков. На втором заводе рабочие трудятся суммарно t^2 часов в неделю и также производят t станков. За каждый час работы на каждом из заводов рабочий получает 2 тыс. рублей. В неделю суммарно должно выпускаться 40 станков. Какая наименьшая сумма еженедельно выделяется на оплату труда рабочих?

Решение:

Пусть рабочие первого завода за неделю производят x приборов, второго завода — y приборов. Тогда $x+y=40$. Доля человеко-часов, затраченных на первом заводе, составит $4x^2$, а на втором — y^2. Таким образом, придётся запланировать на оплату труда рабочих обоих заводов $f(x)=2\cdot(4x^2+y^2)$ тыс. руб. за неделю. Так как $y=40-x$, то $f(x)=2\left(4x^2+(40-x)^2\right)$, $0\le x\le 40$.

Найдём наименьшее значение функции:

$f(x)=2\left(4x^2+(40-x)^2\right)=10x^2-160x+3200.$

Рассмотрим функцию $f(x)$ при $0\le x\le 40$. Это квадратичная функция, старший коэффициент положителен, следовательно, она имеет наименьшее значение в вершине при $x=-\frac{b}{2a}=\frac{160}{20}=8$.

Отсюда наименьшая сумма, необходимая для выплаты рабочим, составит $f(8)=2560$ тыс. руб.

Ответ: 2560 тыс. руб.

Задание №1.5.

Имеется два поля, каждое площадью 20 га. На полях можно выращивать свёклу и морковь. Урожайность свёклы на первом поле составляет 200 ц/га, а на втором — 100 ц/га.

Урожайность моркови на первом поле составляет 100 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Морковь продаётся по цене 15000 рублей за центнер, а свёкла — по цене 10000 рублей за центнер. Какой наибольший доход можно получить с этих полей?

Решение:
Выгоднее продавать морковь, значит, второе поле, где урожайность выше, следует засадить только морковью. Доход от её продажи составит $20 \cdot 300 \cdot 15000 = 90000000$ руб. = 90 млн руб.
Первое поле следует засеять свёклой, она принесёт доход $20 \cdot 200 \cdot 10000 = 40000000$ руб. = 40 млн руб.
Отсюда общий доход составит 90 + 40 = 130 млн руб.

На первом поле урожайность моркови составляет $\frac{100}{200} = 0{,}5$ урожайности свёклы, а стоимость моркови составляет $\frac{15000}{10000} = 1{,}5$ стоимости свёклы. Произведение этих показателей меньше 1, поэтому выращивать свёклу выгоднее: потери от меньшей стоимости компенсируются более высокой урожайностью.

Ответ: 130 млн руб.

Задание №1.6.

Собака движется со скоростью v км/ч. После того как она пробежала 6 км, следом за ней выбежала кошка, скорость которой на 9 км/ч больше скорости собаки. Когда кошка догнала собаку, они повернули назад и вместе возвратились обратно со скоростью 4 км/ч. Найдите v, при которой время движения собаки наименьшее.

Решение:
Пусть v (км/ч) — скорость собаки, t (ч) — время, S (км) — пройденное расстояние. Скорость сближения кошки с собакой $(v+9)-v=9$ (км/ч). Расстояние между кошкой и собакой 6 км. Значит, кошке потребуется $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ часа, чтобы догнать собаку.

На всю прогулку собака затратила $\frac{6}{v}+\frac{2}{3}+\frac{\left(6+\frac{2}{3v}\right)}{4}=\frac{6}{v}+\frac{v}{6}+\frac{13}{6}$.

Найдём производную: $\left(\frac{6}{v}+\frac{v}{6}+\frac{13}{6}\right)'=-\frac{6}{v^2}+\frac{1}{6}$;

$-\frac{6}{v^2}+\frac{1}{6}=0;\quad v=6$ км/ч.

Эту задачу можно решить без вычисления производной, используя неравенство суммы взаимно обратных чисел: $\frac{6}{v}+\frac{v}{6}+\frac{13}{6}$; $\frac{6}{v}+\frac{v}{6}\geq 2$. Наименьшим значение будет при $\frac{6}{v}+\frac{v}{6}=2$, или 6 км/ч.

Ответ: 6 км/ч.

Задание №1.7.

Иван поместил в банк 3600 тыс. рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счёт одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Иван ежегодно добавлял к вкладу?

Решение:

$3600\cdot 1{,}485=5346$ тыс. руб. — размер вклада к концу третьего года хранения.

$3600\cdot 1{,}1^3=4791{,}6$ тыс. руб. — размер вклада, зависящий от первоначально внесённой суммы, к концу третьего года хранения.

Поскольку на вклад начисляется 10% (0,1) годовых, в конце года вклад составит 110% (1,1) от первоначального.

$5346-4791{,}6=554{,}4$ тыс. руб. — составляют ежегодные дополнительно внесённые вклады, включая начисленные процентные надбавки.

Пусть одну часть из суммы 554,4 тыс. руб. составляет дополнительно внесённая сумма в третий год хранения вклада вместе с процентной надбавкой, начисленной на ту же сумму. Тогда 1,1 часть составит размер дополнительно внесённой суммы во второй год хранения вклада с учётом процентной надбавки,

В мировой практике существует два способа погашения кредитов:
- дифференцированный, когда периодический платеж включает постоянную сумму для погашения основного долга по кредиту, к которой прибавляются проценты на оставшуюся часть долга;
- аннуитетный (равными платежами); при аннуитетной схеме, как правило, бывает кратной q^n либо фиксированная сумма, которую клиент обязан вносить в отчётный период, либо сумма взятого кредита.

начисленной дважды (два года подряд). Всего $1 + 1{,}1 = 2{,}1$ части.

$554{,}4 : 2{,}1 = 264$ тыс. руб. — доля одной части от 554,4 вместе с ежегодной процентной надбавкой.

$264 : 1{,}1 = 240$ тыс. руб. — сумма, ежегодно добавлявшаяся к вкладу.

Ответ: 240 тыс. руб.

Задание №1.8.

15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года (последних 12 месяцев) кредитования нужно вернуть банку 1434000 рублей. Какую сумму планируется взять в кредит?

Решение:

Пусть ежемесячные выплаты по кредиту (без процентов) составляют x рублей. Сумма кредита составляет $24x$ рублей. За 12 месяцев нужно выплатить $12x$ рублей (без процентов).

Пусть P — сумма, которую составляют проценты за первые 12 месяцев. Тогда $1434000 = 12x + P$.

$$P = (12x + 11x + \ldots + x) \cdot 0{,}03 = \frac{12x + x}{2} 12 \cdot 0{,}03 = 2{,}34x;$$

$1434000 = 12x + 2{,}34x$; $1434000 = 14{,}34x$; $x = 100000$.

Отсюда сумма кредита составляет: $100000 \cdot 24 = 2400000$ руб.

Сумма процентов за первые 12 месяцев составляет арифметическую прогрессию.

Ответ: 2400000 руб.

Задание №1.9.

31 декабря 2000 г. Иванов взял в банке некоторую сумму денег в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Иванов переводит в банк 2928200 рублей. Какую сумму взял Иванов в банке, если он выплатил долг четырьмя равными платежами, то есть за четыре года?

Решение:

Пусть S — сумма кредита. В конце первого года долг составит $(1{,}1x-2928200)$ руб.

В конце второго года долг составит $(1{,}1x-2928200)\cdot 1{,}1-2928200=1{,}21x-6149220$ руб.

В конце третьего года долг составит $(1{,}21x-6149220)\cdot 1{,}1-2928200=1{,}331x-9692342$ руб.

В конце четвёртого года долг составит 2928200 руб.: $(1{,}331x-9692342)\cdot 1{,}1=2928200$; $x=9281999{,}8$. Значит, сумма кредита равна 9282000 руб.

Ответ: 9282000 руб.

Задание №1.10.

31 декабря 2000 г. Иванов взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Иванов переводит в банк очередную сумму. Иванов выплатил кредит за два платежа, то есть за два года. В первый раз Иванов перевёл в банк 660000 рублей, во второй раз — 484000 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Иванову?

Решение:

Пусть a — процентная ставка по кредиту. В конце первого года долг составит $1000000(1+0{,}01a)-660000=340000+10000a$.

В конце второго года долг составит $(340000+10000a)(1+0{,}01a)-484000$.

По условию задачи кредит будет погашен за два года. Составляем уравнение:

$(340000+10000a)(1+0{,}01a)-484000=0$;

$a^2+134a-1440=0$, откуда $a=10$.

Ответ: 10%.

Отрицательный корень уравнения $a^2+134a-1440=0$ не учитывается.

Задание №1.11.

Иванов приобрёл ценные бумаги на сумму 7000 рублей. Цена бумаг каждый год возрастает на 2000 рублей. В любой момент Иванов может продать бумаги и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте увеличивается на 10%. В течение какого года после покупки Иванов должен продать ценные бумаги, чтобы через тридцать лет после покупки сумма на счёте была наибольшей?

Решение:

Если Иванов продаст бумаги в течение k года, то через тридцать лет после покупки сумма на его счёте будет равна $(2k+5)\cdot 1{,}1^{30-k}$. Найдём номер максимального члена последовательности $a_k=(2k+5)\cdot 1{,}1^{30-k}$, где $1\le k\le 30$. Рассмотрим приращение: $b_k=a_k-a_{k-1}=1{,}1^{30-k}(2k+5-1{,}1\cdot(2(k-1)+5))=1{,}1^{30-k}(1{,}7-0{,}2k)$.

Отсюда $b_k>0$ при $k\le 8$ и $b_k<0$ при $k>8$. Наибольшее значение последовательность принимает при $k=8$. Значит, продать бумаги следует в течение восьмого года.

Возможно другое решение. Продать ценные бумаги нужно в тот момент, когда 10% от стоимости станут составлять больше 2000 рублей, что возможно при стоимости бумаги не менее 20000 рублей. Это произойдёт через семь лет после покупки ценных бумаг $(7+7\cdot 2=21)$. Значит, бумаги нужно продать в течение восьмого года.

Ответ: в течение восьмого года.

Задание №1.12.

Иванов взял в банке в кредит 1,2 млн рублей на срок 24 месяца. По договору Иванов должен возвращать банку часть денег в конце каждого месяца. Каждый месяц общая сумма долга возрастает на 2%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную банку в конце месяца. Выплачиваемые суммы подбираются так, чтобы сумма долга уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину каждый месяц. Какую сумму Иванов вернёт банку в течение первого года кредитования?

Решение:

Пусть B_n — размер долга на конец месяца n, X_n — платёж в конце месяца n.

$B_n = 1{,}02B_n - 1 - X_n$. Последовательность B_n является арифметической прогрессией.

При этом $B_0 = 1200000$ руб., а $B_{24} = 0$. $b_n = \frac{24-n}{24} \cdot 1200000$.

$$X_n = 1{,}02B_{n-1} - B_n = \left(1{,}02\frac{25-n}{25} - \frac{24-n}{24}\right) \cdot 1200000 = \frac{1{,}5-0{,}02n}{24} 1200000.$$

Поскольку X_n линейно зависит от n, последовательность X_n также является арифметической прогрессией.

$$X_1 + \ldots + X_{12} = \frac{(X_1 + X_{12})12}{2} = 822000 \text{ руб.}$$

Возможно другое решение. Ежемесячно Иванов возвращает банку по $1200000:24 = 50000$ руб. долга и выплачивает равномерно уменьшающуюся от максимального значения до нуля сумму процентов за пользование кредитом. За первый месяц это $0{,}02 \cdot 1200000 = 24000$ руб. За второй месяц на $\frac{1}{24}$ меньше, то есть 23000 руб., затем 22000 руб. и т. д. Поэтому выплаты за 12 первых месяцев составят арифметическую прогрессию с первым членом 74000, последним — 63000 руб. Её сумма равна $\frac{12(74000+63000)}{2} = 822000$ руб.

Ответ: 822000 руб.