Математика профиль 18.1. задание ЕГЭ
Линейные уравнения и системы линейных уравнений с параметром

Пусть дано уравнение a*x=b, где a и b – параметры. Это уравнение имеет единственное решение $x=\frac{a}{b}$, если a≠0.
Если a=0, а b≠0, то данное уравнение решений не имеет.
И, наконец, если a=b=0, то решений бесконечно много 9решением является любое число x∈R).

При исследовании системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными возможен как **алгебраический**, так и **геометрический методы**.

Алгебраический метод:
1) выразить какую-либо переменную из одного уравнения;
2) подставить выраженное значение переменной во второе уравнение;
3) **исследовать** линейное уравнение с одной переменной.

Геометрический метод:
1) сопоставить линейному уравнению с **двумя переменными** прямую на плоскости;
2) в зависимости от поставленного вопроса в задаче **проанализировать** пропорции значений переменных.

Общее уравнение прямой линии на плоскости записывается в виде:
Ax+Bx+C=0, где хотя бы одно из чисел A и B отлично от нуля.

Если B≠0, то такую прямую можно записать уравнением с угловым коэффициентом y=кx+b.

Если B=0, то эта прямая имеет вид x=p и параллельна оси OУ.

Важно!!! Надо обязательно запомнить теоремы о взаимном расположении двух прямых на плоскости.

Теорема 1. Пусть прямые m1 и m2 на координатной плоскости OXУ заданы соответственно уравнениями A1x+B1y+C1=0 и A2x+B2y+C2=0. Тогда прямые m1 и m2 параллельны, но **не совпадают** в том и только в том случае, когда

$$\frac{A1}{A2}=\frac{B1}{B2}\neq\frac{C1}{C2}$$

При этом равенство $\frac{A1}{A2}=\frac{B1}{B2}$ принимается как пропорция, то есть если, например A1=0, то и A2=0.

Теорема 2. Пусть прямые m1 и m2 на координатной плоскости OXУ заданы соответственно уравнениями A1x+B1y+C1=0 и A2x+B2y+C2=0. Тогда прямые m1 и m2 **совпадают** тогда и только тогда, когда

$$\frac{A1}{A2}=\frac{B1}{B2}=\frac{C1}{C2}$$

Теорема 3. Пусть прямые m1 и m2 на координатной плоскости OXУ заданы соответственно уравнениями A1x+B1y+C1=0 и A2x+B2y+C2=0. Тогда прямые m1 и m2 **пересекаются в одной точке** тогда и только тогда, когда $\frac{A1}{A2}\neq\frac{B1}{B2}$

8(843) 2467446, 8 93700 56900, Казань Проспект Победы, д.50 корп.Б, оф.6

Пример 1. При каких значениях параметра **b** уравнение

$$b^4x+b^2+(2+\sqrt{2})b+2\sqrt{2}=b^2(b+\sqrt{2})+4x$$

имеет бесконечно много корней?

Пример 2. Найти все значения параметра **b**, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} bx+2y=b+2, \\ 2bx+(b+1)y=2b+4 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение?

Пример 3. При каких значениях параметра **a** система уравнений

$$\begin{cases} ax-4y=1+a, \\ 2x+(a+6)y=3+a \end{cases}$$

не имеет решений?

Пример 4. Найти все пары значений (a, b), при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (a+b)x+26y=2, \\ 8x+(a^2-ab+b^2)y=4 \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений?

Пример 5. Числа a и b таковы, что система

$$\begin{cases} a^2x-ay=1-a, \\ bx+(3-2b)y=3+a \end{cases}$$

имеет единственное решение x=y=1. Найти числа a и b.

Пример 6. **Найти все значения параметра a**, при каждом из которых не найдется ни одной такой пары (u, v), чтобы функция $f(x)=vx^4+a(au-1)x^3-2u-2$ удовлетворяла одновременно условиям $f(-1)=-2u$ и $f(1)=-2$.

8(843) 2467446, 8 93700 56900, Казань Проспект Победы, д.50 корп.Б, оф.6