



ЦРИ МатРИЦА «Простая математика»
Математика профиль 18.3. задание ЕГЭ
Исследование уравнений с параметром
с помощью теоремы Виета

При исследовании квадратного трехчлена, а также знаков его корней большую роль играет теорема Виета.

Теорема Виета:

Если X_1 и X_2 – корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, то $X_1 + X_2 = -\frac{b}{a}$, а $X_1 \cdot X_2 = \frac{c}{a}$.

Обратная у теореме Виета:

Если квадратное уравнение имеет корни X_1 и X_2 и известно, что $X_1 + X_2 = p$, а $X_1 \cdot X_2 = q$, то это уравнение может быть записано как $x^2 - px + q = 0$.

Пример 1. Найти минимальное значение произведения $X \cdot Y$, где X и Y удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} x+y=3a-1, \\ x^2+y^2=4a^2-2a+2. \end{cases}$$

Пример 2. Найти все значения a , для которых система

$$\begin{cases} a \cdot (x-4) = 3y+6, \\ y + \sqrt{x} = 0 \end{cases}$$

имеет два различных решения.

Пример 3. Найти все действительные значения a , при которых уравнение $x^8 + ax^4 + 1 = 0$ имеет ровно четыре действительных корня, образующих арифметическую прогрессию.

Пример 4. При каких значениях a система

$$\begin{cases} 2x+y=a-1, \\ 2xy=a^2-3a+1, \\ 4x^2+y^2 \leq -a^2+5a-4 \end{cases}$$

имеет решение?

Пример 5. При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2+2ax+2a^2+4a+3=0$ является наибольшей? Чему равна эта сумма?

Пример 6. Уравнение $ax^2+bx+2=0$, где $a < 0$, имеет одним из своих корней число $x=3$. Найдите действительные корни уравнения $ax^4+bx^2+2=0$.

Пример 7. Найти все значения a , при которых уравнение $4^x + (a^2+5) \cdot 2^x - a^2 + 9 = 0$ не имеет решений.

Пример 8. Найти все значения a , при каждом из которых сумма длин интервалов, составляющих решение неравенства

$$\frac{x^2+a^2x-a^2+2a-3}{x^2-7x-a^2+2a-3} < 0, \text{ не меньше } 11.$$