

Продолжение:

Задание 1. Дано трехзначное число не кратное 100.

А) может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?

Б) может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?

В) какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

*метод последовательного уменьшения
коэффициентов по модулю*

Решение:

Пример 80. Решить в целых числах
уравнение $79y - 23x = 1$.

Ответ: _____

использование формул

Теорема. Уравнение

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

разрешимо в целых числах тогда и только
тогда, когда $d \mid b$, где $d = \text{НОД}(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

Теорема. Пусть уравнение $ax + by = c$
разрешимо в \mathbb{Z} и пара $(x_0; y_0)$ является
частным решением этого уравнения. Тогда
множеством всех решений в \mathbb{Z} данного
уравнения является множество пар $(x; y)$,
где

$$\begin{cases} x = x_0 - \frac{b}{d} \cdot t, \\ y = y_0 + \frac{a}{d} \cdot t, \end{cases} \text{ где } t \in \mathbb{Z}.$$

Следствие. Пусть a и b взаимно просты
и $(x_0; y_0)$ – какое-нибудь решение уравне-
ния

$$ax + by = c \quad (*)$$

Тогда формулы

$$\begin{aligned} x &= x_0 - b \cdot t, \\ y &= y_0 + a \cdot t \end{aligned}$$

при $t \in \mathbb{Z}$ дают все решения уравнения (*).

Пример 81. (МГУ, 1969). Остаток от
деления некоторого натурального числа n
на 6 равен 4, остаток от деления n на 15
равен 7. Чему равен остаток от деления
 n на 30?

Решение:

Ответ: _____

Пример 82. Решить в целых числах
уравнение $147x - 25y = 14$.

Решение:

Ответ: _____

Пример 83. Решить в целых числах уравнение $127x - 52y + 1 = 0$

Решение:
Ответ: _____

7.2. Нелинейные уравнения

Метод разложения на множители

*вынесение общих множителей
за скобку*

Пример 84. Решить в целых числах уравнение $2x^3 + xy - 7 = 0$.

Решение:

Ответ: _____

*применение формул сокращенного
умножения*

Пример 85. Найти все пары натуральных чисел, разность квадратов которых равна 55.

Решение:

Ответ: _____

Пример 86. Решить в целых числах уравнение $xy + 3x - y = 6$.

Решение:

Ответ: _____

Пример 87. Решить в целых числах уравнение $x^2 - 3xy + 2y^2 = 11$.

Решение:

Ответ: _____

Пример 88. Решить в целых числах уравнение $2x^2 - 2xy + 9x + y = 2$.

Решение:

Ответ: _____

Метод решения относительно одной переменной

выделение целой части

Пример 89. (МГУ, 1997). Найти все пары целых чисел x и y , удовлетворяющие уравнению

$$3xy + 14x + 17y + 71 = 0.$$

*использование дискриминанта
(неотрицательность)*

Пример 90. Решить в целых числах уравнение

$$3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y.$$

*использование дискриминанта
(полный квадрат)*

Пример 91. Решить в целых числах уравнение $x^2 - xy + y^2 = x + y$.

Решение:

Ответ: _____

Решение:

Ответ: _____



1. Метод прямого перебора

Имеются детали массой 8 кг и 3 кг. Сколько необходимо взять тех и других деталей, чтобы получить груз 30 кг?

Ответ: _____

2. Использование неравенств

Решение:

- Решите в натуральных числах уравнение

$$3x + 6y = 21.$$

Ответ: _____

3. Использование отношения делимости

Решение:

Решить уравнение в целых числах $13x + 16y = 300$.

Ответ: _____

4. Выделение целой части

Решение:

Решить уравнение $8x + 5y = 39$.

Ответ: _____

5. Метод остатков

Решение:

*Решите уравнение $3x - 4y = 1$ в целых числах.
уравнение $3x - 4y = 1$.*

Ответ: _____

6. Метод «спуска»

Решение:

Решите в целых числах уравнение $5x - 7y = 3$.

Ответ: _____

7. Метод последовательного уменьшения коэффициентов по

Решение:

МОДУЛЮ

- Решить уравнение в целых числах $20x + 3y = 10$

Ответ: _____

8. Использование формул

Решение:

- Найти целочисленные решения уравнения

$$13x = 6y - 19$$

Ответ: _____

9. Использование конечных цепных дробей

Решение:

- Решите в целых числах уравнение $127x - 52y + 1 = 0$

Ответ: _____