

**Продолжение:**

**Задание 1.** Дано трехзначное число не кратное 100.

А) может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 90?

Б) может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 88?

В) какое наибольшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

*метод последовательного уменьшения  
коэффициентов по модулю*

Решение:

**Пример 80.** Решить в целых числах  
уравнение  $79y - 23x = 1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

*использование формул*

**Теорема. Уравнение**

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

разрешимо в целых числах тогда и только  
тогда, когда  $d \mid b$ , где  $d = \text{НОД}(a_1, a_2, \dots, a_n)$ .

**Теорема.** Пусть уравнение  $ax + by = c$   
разрешимо в  $\mathbb{Z}$  и пара  $(x_0; y_0)$  является  
частным решением этого уравнения. Тогда  
множеством всех решений в  $\mathbb{Z}$  данного  
уравнения является множество пар  $(x; y)$ ,  
где

$$\begin{cases} x = x_0 - \frac{b}{d} \cdot t, \\ y = y_0 + \frac{a}{d} \cdot t, \end{cases} \text{ где } t \in \mathbb{Z}.$$

**Следствие.** Пусть  $a$  и  $b$  взаимно просты  
и  $(x_0; y_0)$  – какое-нибудь решение уравне-  
ния

$$ax + by = c \quad (*)$$

Тогда формулы

$$\begin{aligned} x &= x_0 - b \cdot t, \\ y &= y_0 + a \cdot t \end{aligned}$$

при  $t \in \mathbb{Z}$  дают все решения уравнения (\*).

**Пример 81.** (МГУ, 1969). Остаток от  
деления некоторого натурального числа  $n$   
на 6 равен 4, остаток от деления  $n$  на 15  
равен 7. Чему равен остаток от деления  
 $n$  на 30?

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

**Пример 82.** Решить в целых числах  
уравнение  $147x - 25y = 14$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

**Пример 83.** Решить в целых числах уравнение  $127x - 52y + 1 = 0$

Решение:  
Ответ: \_\_\_\_\_

## 7.2. Нелинейные уравнения

### Метод разложения на множители

*вынесение общих множителей  
за скобку*

**Пример 84.** Решить в целых числах уравнение  $2x^3 + xy - 7 = 0$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

*применение формул сокращенного  
умножения*

**Пример 85.** Найти все пары натуральных чисел, разность квадратов которых равна 55.

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

**Пример 86.** Решить в целых числах уравнение  $xy + 3x - y = 6$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

**Пример 87.** Решить в целых числах уравнение  $x^2 - 3xy + 2y^2 = 11$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

**Пример 88.** Решить в целых числах уравнение  $2x^2 - 2xy + 9x + y = 2$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

### Метод решения относительно одной переменной

*выделение целой части*

**Пример 89.** (МГУ, 1997). Найти все пары целых чисел  $x$  и  $y$ , удовлетворяющие уравнению

$$3xy + 14x + 17y + 71 = 0.$$

*использование дискриминанта  
(неотрицательность)*

**Пример 90.** Решить в целых числах уравнение

$$3(x^2 + xy + y^2) = x + 8y.$$

*использование дискриминанта  
(полный квадрат)*

**Пример 91.** Решить в целых числах уравнение  $x^2 - xy + y^2 = x + y$ .

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

Решение:

Ответ: \_\_\_\_\_

## 1. Метод прямого перебора

*Имеются детали массой 8 кг и 3 кг. Сколько необходимо взять тех и других деталей, чтобы получить груз 30 кг?*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 2. Использование неравенств

Решение:

- Решите в натуральных числах уравнение

$$3x + 6y = 21.$$

Ответ: \_\_\_\_\_

## 3. Использование отношения делимости

Решение:

*Решить уравнение в целых числах  $13x + 16y = 300$ .*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 4. Выделение целой части

Решение:

*Решить уравнение  $8x + 5y = 39$ .*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 5. Метод остатков

Решение:

*Решите уравнение  $3x - 4y = 1$  в целых числах.  
уравнение  $3x - 4y = 1$ .*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 6. Метод «спуска»

Решение:

*Решите в целых числах уравнение  $5x - 7y = 3$ .*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 7. Метод последовательного уменьшения коэффициентов по

Решение:

- МОДУЛЮ  
*Решить уравнение в целых числах  $20x + 3y = 10$*

Ответ: \_\_\_\_\_

## 8. Использование формул

Решение:

- Найти целочисленные решения уравнения*

$$13x = 6y - 19$$

Ответ: \_\_\_\_\_

## 9. Использование конечных цепных дробей

Решение:

- Решите в целых числах уравнение  $127x - 52y + 1 = 0$*

Ответ: \_\_\_\_\_