

Вариант № 24571729

Основная волна ЕГЭ по математике 29.05.2019. Санкт-Петербург

1. а) Решите уравнение $8 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 9 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

2. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ сторона основания AB равна 9, а боковое ребро $SA = 6$. На рёбрах AB и SC отмечены точки K и M соответственно, причём $AK : KB = SM : MC = 2 : 7$. Плоскость α содержит прямую KM и параллельна прямой SA .

а) Докажите, что плоскость α делит ребро SB в отношении $2 : 7$, считая от вершины S .

б) Найдите расстояние между прямыми SA и KM .

3. Решите неравенство $\log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5)$.

4. Точка O — центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая OB вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

а) Докажите, что $\angle POC = \angle PCO$.

б) Найдите площадь треугольника APC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC окружности равен 4, а $\angle ABC = 120^\circ$.

5. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 0,24 млн рублей? (Считайте, что округления при вычислении платежей не производятся).

6. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{x^2 - 6ax + 5a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

7. В ящике лежат 73 овоща, масса каждого из которых выражается целым числом граммов. В ящике есть хотя бы два овоща различной массы, а средняя масса всех овощей равна 1000 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых меньше 1000 г, равна 988 г. Средняя масса овощей, масса каждого из которых больше 1000 г, равна 1030 г.

а) Могло ли в ящике оказаться поровну овощей массой меньше 1000 г и овощей массой больше 1000 г?

б) Могло ли в ящике оказаться ровно 11 овощей, масса каждого из которых равна 1000 г?

в) Какую наименьшую массу может иметь овощ в этом ящике?