Теоремы о вероятностях событий

1.

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Пояснение.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0{,}52 \cdot 0{,}3 = 0{,}156$.

Ответ: 0,156.

2.

Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °С, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °С или выше.

Пояснение.

Указанные события противоположны, поэтому искомая вероятность равна $1 - 0{,}81 = 0{,}19$.

Ответ: 0,19.

3.

Игральную кость с 6 гранями бросают дважды. Найдите вероятность того, что хотя бы раз выпало число, большее 3.

Пояснение.

Возможность появления числа в первом и втором броске не зависят друг от друга. Вероятность того, что на игральной кости выпадет число меньше, либо равное трёх: $1 - 0{,}5 = 0{,}5$. Поэтому вероятность того, что ни разу оба раза число меньше либо равное трём равна $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$. Следовательно, вероятность того, что хотя бы раз выпадет число большее трёх равна $1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

Ответ: 0,75.

4.

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Пояснение.

Поскольку биатлонист попадает в мишени с вероятностью 0,8, он промахивается с вероятностью $1 - 0{,}8 = 0{,}2$. События попасть или промахнуться при каждом выстреле независимы, вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей. Тем самым, вероятность события «попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся» равна

$$0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}02048 \approx 0{,}02.$$

Ответ: 0,02.

5.

Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

Пояснение.

Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике и оно бракованное: $0{,}45 \cdot 0{,}03 = 0{,}0135$.

Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике и оно бракованное: $0{,}55 \cdot 0{,}01 = 0{,}0055$.

Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0{,}0135 + 0{,}0055 = 0{,}019$.

Ответ: 0,019.

6.

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Пояснение.

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$.

Ответ: 0,35.

7.

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Пояснение.

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,
B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда

A·B = кофе закончится в обоих автоматах,
A + B = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0{,}3$; $P(A\cdot B) = 0{,}12$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B) = 0{,}3 + 0{,}3 - 0{,}12 = 0{,}48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0{,}48 = 0{,}52$.

Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что кофе останется в первом автомате равна $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Вероятность того, что кофе останется во втором автомате равна $1 - 0{,}3 = 0{,}7$. Вероятность того, что кофе останется в первом или втором автомате равна $1 - 0{,}12 = 0{,}88$. Поскольку $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A\cdot B)$, имеем: $0{,}88 = 0{,}7 + 0{,}7 - x$, откуда искомая вероятость $x = 0{,}52$.

Примечание.

Заметим, что события A и B не являются независимыми. Действительно, вероятность произведения независимых событий была бы равна произведению вероятностей этих событий: $P(A\cdot B) = 0{,}3\cdot 0{,}3 = 0{,}09$, однако, по условию, эта вероятность равна 0,12.

8.

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Пояснение.

Найдем вероятность того, что неисправны оба автомата. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}05 \cdot 0{,}05 = 0{,}0025$.

Событие, состоящее в том, что исправен хотя бы один автомат, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0{,}0025 = 0{,}9975$.

Ответ: 0,9975.

Приведем другое решение.

Вероятность того, что исправен первый автомат (событие А) равна 0,95. Вероятность того, что исправен второй автомат (событие В) равна 0,95. Это совместные независимые события. Вероятность их произведения равна произведению вероятностей этих событий, а вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Имеем:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = 0{,}95 + 0{,}95 - 0{,}95 \cdot 0{,}95 = 0{,}9975.$$

9.

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Пояснение.

Найдем вероятность того, что перегорят обе лампы. Эти события независимые, вероятность их произведения равно произведению вероятностей этих событий: $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}09$.

Событие, состоящее в том, что не перегорит хотя бы одна лампа, противоположное. Следовательно, его вероятность равна $1 - 0{,}09 = 0{,}91$.

Ответ: 0,91.

10.

Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Пояснение.

Пусть А = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», В = «чайник прослужит больше двух лет», С = «чайник прослужит ровно два года», тогда А + В + С = «чайник прослужит больше года».

События А, В и С несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Вероятность события С, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) = P(A) + P(B),$$

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0{,}97 = P(A) + 0{,}89.$$

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0{,}97 - 0{,}89 = 0{,}08.$$

Ответ: 0,08.

11.

Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного революьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,2. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватает первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.

Пояснение.

Джон промахнется, если схватит пристрелянный револьвер и промахнется из него, или если схватит непристрелянный револьвер и промахнется из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0{,}4\cdot(1-0{,}9)=0{,}04$ и $0{,}6\cdot(1-0{,}2)=0{,}48$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}04+0{,}48=0{,}52$.

Ответ: 0,52.

Приведем другое решение.

Джон попадает в муху, если схватит пристрелянный револьвер и попадет из него, или если схватит непристрелянный револьвер и попадает из него. По формуле условной вероятности, вероятности этих событий равны соответственно $0{,}4\cdot0{,}9=0{,}36$ и $0{,}6\cdot0{,}2=0{,}12$. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий: $0{,}36+0{,}12=0{,}48$. Событие, состоящее в том, что Джон промахнется, противоположное. Его вероятность равна $1-0{,}48=0{,}52$.

12.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Пояснение.

Пусть событие A состоит в том, что яйцо имеет высшую категорию, события B_1 и B_2 состоят в том, что яйцо произведено в первом и втором хозяйствах соответственно. Тогда события $A|B_1$ и $A|B_2$ — события, состоящие в том, что яйцо высшей категории произведено в первом и втором хозяйстве соответственно. По формуле полной вероятности, вероятность того, что будет куплено яйцо высшей категории, равна:

$$P(AB_1)+P(AB_2)=P(A|B_1)\cdot P(B_1)+P(A|B_2)\cdot P(B_2)=$$
$$=0,4\cdot P(B_1)+0,2\cdot(1-P(B_1))=0,2P(B_1)+0,2.$$

Поскольку по условию эта вероятность равна 0,35, поэтому для вероятности того, что купленное яйцо произведено в первом хозяйстве имеем:

$$P(B_1)=(0,35-0,2):0,2=0,75.$$

Примечание Ивана Высоцкого.

Это решение можно записать коротко. Пусть x — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1-x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности имеем:

$$0,4x+0,2(1-x)=0,35\Leftrightarrow 0,2x=0,15\Leftrightarrow x=0,75.$$

Ответ: 0,75.

Приведем другое решение.

Пусть в первом хозяйстве агрофирма закупает x яиц, в том числе, $0,4x$ яиц высшей категории, а во втором хозяйстве — y яиц, в том числе $0,2y$ яиц высшей категории. Тем самым, всего агроформа закупает $x+y$ яиц, в том числе $0,4x+0,2y$ яиц высшей категории. По условию, высшую категорию имеют 35% яиц, тогда:

$$\frac{0,4x+0,2y}{x+y}=0,35\Leftrightarrow 0,4x+0,2y=0,35(x+y)\Leftrightarrow 0,05x=0,15y\Leftrightarrow x=3y.$$

Следовательно, у первого хозяйства закупают в три раза больше яиц, чем у второго. Поэтому вероятность того, что купленное яйцо окажется из первого хозяйства равна

$$\frac{3y}{3y+y}=\frac{3}{4}=0,75.$$

13.

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

Пояснение.

Найдем вероятность противоположного события, состоящего в том, что цель не будет уничтожена за n выстрелов. Вероятность промахнуться при первом выстреле равна 0,6, а при каждом следующем — 0,4. Эти события независимые, вероятность их произведения равна произведению вероятности этих событий. Поэтому вероятность промахнуться при n выстрелах равна: $0,6\cdot(0,4)^{(n-1)}$.

Осталось найти наименьшее натуральное решение неравенства

$$0,6\cdot(0,4)^{n-1}\le 0,02 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}\le\frac{1}{30}.$$

Последовательно проверяя значения n, равные 1, 2, 3 и т. д. находим, что искомым решением является $n=5$. Следовательно, необходимо сделать 5 выстрелов.

Ответ: 5.

Примечание.

Можно решать задачу «по действиям», вычисляя вероятность уцелеть после ряда последовательных промахов:

P(1) = 0,6.
P(2) = P(1)·0,4 = 0,24.
P(3) = P(2)·0,4 = 0,096.
P(4) = P(3)·0,4 = 0,0384;
P(5) = P(4)·0,4 = 0,01536.

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти выстрелов по мишени.

Приведем другое решение.

Вероятность поразить мишень равна сумме вероятностей поразить ее при первом, втором, третьем и т. д. выстрелах. Поэтому задача сводится к нахождению наименьшего натурального решения неравенства

$$0,4+0,6\cdot0,6+0,6\cdot0,4\cdot0,6+0,6\cdot0,4\cdot0,4\cdot0,6+...+(0,6)^2\cdot(0,4)^{n-2}\ge 0,98.$$

В нашем случае неравенство решается подбором, в общем случае понадобится формула суммы геометрической прогрессии, использование которой сведет задачу к простейшему логарифмическому неравенству.

14.

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.

Пояснение.

Команда может получить не меньше 4 очков в двух играх тремя способами: 3+1, 1+3, 3+3. Эти события несовместны, вероятность их суммы равна сумме их вероятностей. Каждое из этих событий представляет собой произведение двух независимых событий — результата в первой и во второй игре. Отсюда имеем:

$$P(N\ge4)=P(3+1)+P(1+3)+P(3+3)=P(3)\cdot P(1)+P(1)\cdot P(3)+P(3)\cdot P(3)=$$
$$=0,4\cdot0,2+0,2\cdot0,4+0,4\cdot0,4=0,08+0,08+0,16=0,32.$$

Ответ: 0,32.

15.

При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.

Пояснение.

По условию, диаметр подшипника будет лежать в пределах от 66,99 до 67,01 мм с вероятностью 0,965. Поэтому искомая вероятность противоположного события равна 1 − 0,965 = 0,035.

Ответ: 0,035.

16.

Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Пояснение.

Рассмотрим события A = «учащийся решит 11 задач» и В = «учащийся решит больше 11 задач». Их сумма — событие A + B = «учащийся решит больше 10 задач». События A и В несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: 0,74 = P(A) + 0,67, откуда P(A) = 0,74 − 0,67 = 0,07.

Ответ: 0,07.

17.

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,8, по иностранному языку — 0,7 и по обществознанию — 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Пояснение.

Для того, чтобы поступить хоть куда-нибудь, З. нужно сдать и русский, и математику как минимум на 70 баллов, а помимо этого еще сдать иностранный язык или обществознание не менее, чем на 70 баллов. Пусть A, B, C и D — это события, в которых З. сдает соответственно математику, русский, иностранный и обществознание не менее, чем на 70 баллов. Тогда поскольку

$$P(C+D) = P(C) + P(D) - P(C \cdot D),$$

для вероятности поступления имеем:

$$P(AB(C+D)) = P(A)\cdot P(B)\cdot P(C+D) = P(A)\cdot P(B)\cdot (P(C)+P(D)-P(C)\cdot P(D))$$
$$= 0,6\cdot 0,8\cdot (0,7+0,5-0,7\cdot 0,5) = 0,408.$$

Ответ: 0,408.

Приведем другую запись этого решения.

В силу независимости событий, вероятность успешно сдать экзамены на лингвистику: 0,6·0,8·0,7 = 0,336, вероятность успешно сдать экзамены на коммерцию: 0,6·0,8·0,5 = 0,24, вероятность успешно сдать экзамены и на «Лингвистику», и на «Коммерцию»: 0,6·0,8·0,7·0,5 = 0,168. Успешная сдача экзаменов на «Лингвистику» и на «Коммерцию» — события совместные, поэтому вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Тем самым, поступить на одну из этих специальностей абитуриент может с вероятностью 0,336 + 0,24 − 0,168 = 0,408.

18.

На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.

Пояснение.

Пусть завод произвел n тарелок. В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок: $0,9n+0,2\cdot 0,1n=0,92n$ тарелок. Поскольку качественных из них $0,9n$, вероятность купить качественную тарелку равна

$$\frac{0,9n}{0,92n}=\frac{90}{92}\approx 0,98.$$

Ответ: 0,98.

19.

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,3. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

Пояснение.

Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность того, что все три продавца заняты равна $(0,3)^3=0,027.$

Ответ: 0,027.

20.

По отзывам покупателей Иван Иванович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,9. Иван Иванович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Пояснение.

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна $1 - 0,9 = 0,1$. Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна $1 - 0,8 = 0,2$. Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий: $0,1 \cdot 0,2 = 0,02$.

Ответ: 0,02.

21.

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Пояснение.

Рассмотрим события А = «в автобусе меньше 15 пассажиров» и В = «в автобусе от 15 до 19 пассажиров». Их сумма — событие А + В = «в автобусе меньше 20 пассажиров». События А и В несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,94 = 0,56 + P(B)$, откуда $P(B) = 0,94 - 0,56 = 0,38$.

Ответ: 0,38.

22.

Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Стартер». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.

Пояснение.

Требуется найти вероятность произведения трех событий: «Статор» начинает первую игру, не начинает вторую игру, начинает третью игру. Вероятность произведения независимых событий равна произведению вероятностей этих событий. Вероятность каждого из них равна 0,5, откуда находим: $0{,}5 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}125$.

Ответ: 0,125.

23.

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

Пояснение.

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х — хорошая, О — отличная погода). Найдем вероятности наступления такой погоды:

$$P(XXO) = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 = 0{,}128;$$
$$P(XOO) = 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8 = 0{,}128;$$
$$P(OXO) = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008;$$
$$P(OOO) = 0{,}2 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(XXO) + P(XOO) + P(OXO) + P(OOO) = 0{,}128 + 0{,}128 + 0{,}008 + 0{,}128 = 0{,}392.$$

Ответ: 0,392.

24.

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Пояснение.

Анализ пациента может быть положительным по двум причинам: А) пациент болеет гепатитом, его анализ верен; В) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$$P(A) = 0{,}9 \cdot 0{,}05 = 0{,}045,$$
$$P(B) = 0{,}01 \cdot 0{,}95 = 0{,}0095,$$
$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0{,}045 + 0{,}0095 = 0{,}0545.$$

Ответ: 0,0545.

25.

Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,06. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Пояснение.

Вероятность того, что батарейка исправна, равна 0,94. Вероятность произведения независимых событий (обе батарейки окажутся исправными) равна произведению вероятностей этих событий: 0,94·0,94 = 0,8836.

Ответ: 0,8836.

26.

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная батарейка будет забракована системой контроля.

Пояснение.

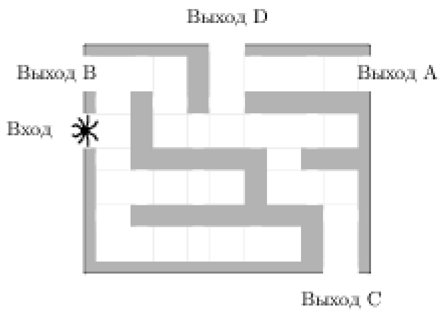
Ситуация, при которой батарейка будет забракована, может сложиться в результате событий: A = батарейка действительно неисправна и забракована справедливо или B = батарейка исправна, но по ошибке забракована. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей эти событий. Имеем:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)=0{,}02\cdot 0{,}99+0{,}98\cdot 0{,}01=0{,}0198+0{,}0098=0{,}0296.$$

Ответ: 0,0296.

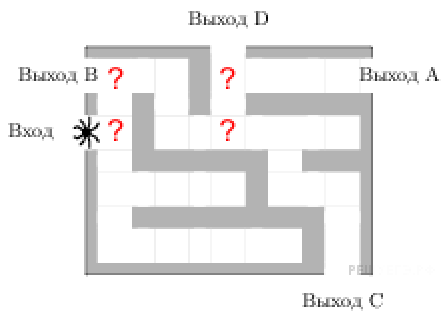
27.

На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может, поэтому на каждом разветвлении паук выбирает один из путей, по которому ещё не полз. Считая, что выбор дальнейшего пути чисто случайный, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу D.



Пояснение.

На каждой из четырех отмеченных развилок паук с вероятностью 0,5 может выбрать или путь, ведущий к выходу D, или другой путь. Это независимые события, вероятность их произведения (паук дойдет до выхода D) равна произведению вероятностей этих событий. Поэтому вероятность прийти к выходу D равна $(0{,}5)^4 = 0{,}0625$.



Ответ: 0,0625.

28.

В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Пояснение.

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{4}{6}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4}=\frac{3}{5}.$$

Другое рассуждение.

Вероятность того, что Петя взял пятирублевую монету, затем десятирублевую, и затем еще одну десятирублевую (в указанном порядке) равна

$$\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{5}.$$

Поскольку Петя мог достать пятирублевую монету не только первой, но и второй или третьей, вероятность достать набор из одной пятирублевой и двух десятирублевых монет в 3 раза больше. Тем самым, она равна 0,6.

Ответ: 0,6.

Приведем другое решение.

Количество способов взять 3 монеты из 6, чтобы переложить их в другой карман, равно C_6^3. Количество способов выбрать 1 пятирублевую монету из 2 пятирублевых монет и взять вместе с ней еще 2 десятирублевых монеты из имеющихся 4 десятирублевых монет по правилу произведения равно $C_2^1\cdot C_4^2$. Поэтому искомая вероятность того, что пятирублевые монеты лежат в разных карманах, равна

$$\frac{C_2^1\cdot C_4^2}{C_6^3}=\frac{2\cdot 6}{20}=0,6.$$

29.

Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (либо первым, либо вторым выстрелом).

Пояснение.

Пусть A — событие, состоящее в том, что мишень поражена стрелком с первого выстрела, B — событие, состоящее в том, что мишень поражена со второго выстрела. Вероятность события A равна $P(A) = 0,7$. Событие B наступает, если, стреляя первый раз, стрелок промахнулся, а, стреляя второй раз, попал. Это независимые события, их вероятность равна произведению вероятностей этих событий: $P(B) = 0,3\cdot 0,7 = 0,21$. События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) = 0,7 + 0,21 = 0,91.$$

Ответ: 0,91.

30.

11 апреля на запись в первый класс независимо друг от друга пришли два будущих первоклассника. Считая, что приходы мальчика и девочки равновероятны, найдите вероятность того, что оба ребёнка оказались девочками.

Пояснение.

Вероятность того, что придет мальчик, равна 0,5. Вероятность того, что придет девочка, равна 0,5. Вероятность произведения независимых событий (придут обе девочки) равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$.

Ответ: 0,25.