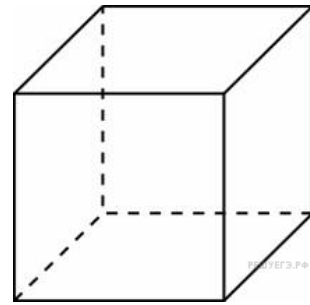


Куб

1.

Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.



Пояснение.

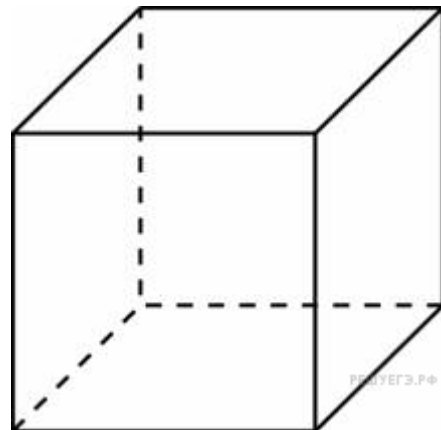
Пусть ребро куба равно a , тогда площадь поверхности куба $S = 6a^2$, а диагональ куба $d = a\sqrt{3}$. Тогда

$$d = \sqrt{3}\sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{3 \cdot S}{6}} = \sqrt{\frac{S}{2}} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: 3.

2.

Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.



Пояснение.

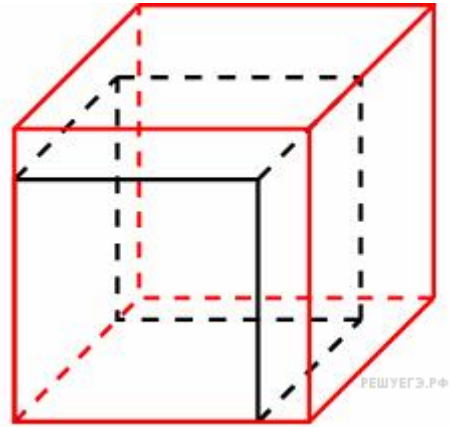
Площадь поверхности куба выражается через его ребро a как $S = 6a^2$, а объем — как $V = a^3$. Отсюда видно, что площадь поверхности куба выражается через его объем как $S = 6V^{\frac{2}{3}}$. Отсюда находим, что

$$S = 6 \cdot 8^{\frac{2}{3}} = 6 \cdot (2^3)^{\frac{2}{3}} = 6 \cdot 4 = 24.$$

Ответ: 24.

3.

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



Пояснение.

Площадь поверхности куба выражается через его ребро a как $S = 6a^2$, поэтому при увеличении длины ребра на 1 площадь увеличится на

$$S - S_0 = 6(a + 1)^2 - 6a^2 = 12a + 6 = 54.$$

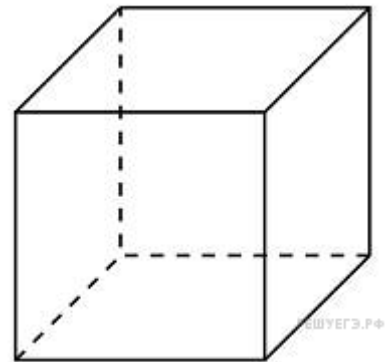
Отсюда находим, что ребро куба равно

$$a = \frac{54 - 6}{12} = 4.$$

Ответ: 4.

4.

Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?



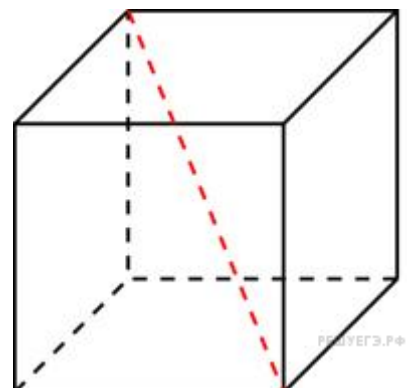
Пояснение.

Объем куба с ребром a равен $V = a^3$. Если ребра увеличить в 3 раза, то объем куба увеличится в $3^3 = 27$ раз.

Ответ: 27.

5.

Объем куба равен $24\sqrt{3}$. Найдите его диагональ.



Пояснение.

Если ребро куба равно a , то его объем и диагональ даются формулами $V = a^3$ и $d = a\sqrt{3}$. Следовательно,

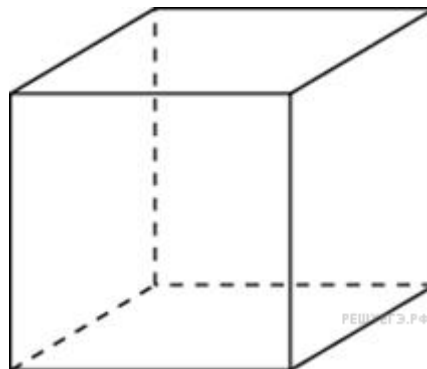
$$d^3 = (a\sqrt{3})^3 = a^3 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 216.$$

Тогда диагональ равна 6.

Ответ: 6.

6.

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.

**Пояснение.**

Объем куба с ребром a равен $V = a^3$. Увеличение объема равно 19:

$$V - V_0 = (a + 1)^3 - a^3 = 3a^2 + 3a + 1 = 19.$$

Решим уравнение:

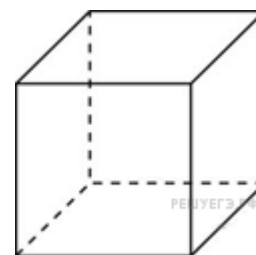
$$3a^2 + 3a + 1 = 19 \Leftrightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -3. \end{cases}$$

Тем самым, $a = 2$.

Ответ: 2.

7.

Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?

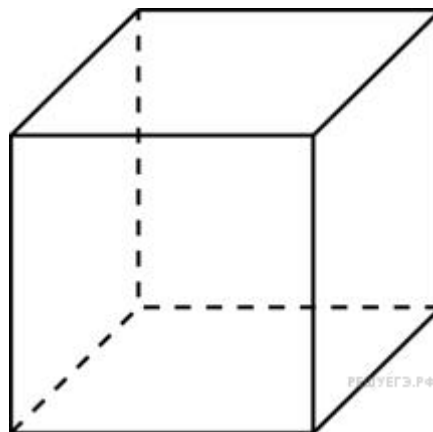
**Пояснение.**

Площади подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому при увеличении ребра в 3 раза, площадь поверхности увеличится в 9 раз.

Ответ: 9.

8.

Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.



Пояснение.

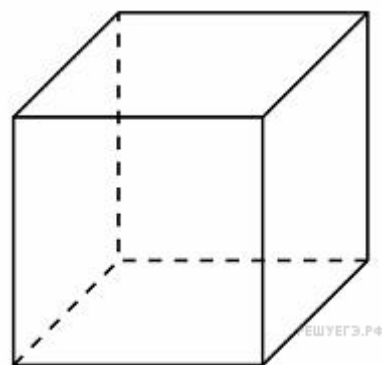
Сторона куба меньше диагонали в $\sqrt{3}$ раз и равна в данном случае $a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Тогда площадь поверхности куба

$$S = 6a^2 = 6\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 2.$$

Ответ: 2.

9.

Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.



Пояснение.

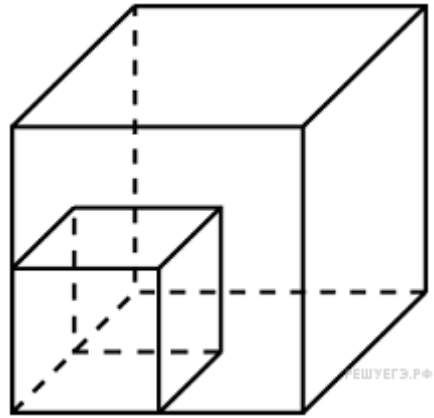
Площадь поверхности куба со стороной a равна $S = 6a^2$. Объем куба равен

$$V = a^3 = \left(\sqrt{\frac{S}{6}}\right)^3 = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

10.

Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?



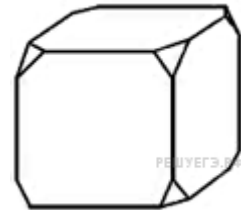
Пояснение.

Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия, поэтому один из кубов в 2 раза больше другого. Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому их отношение равно 4.

Ответ: 4.

11.

От деревянного кубика отпилили все его вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые ребра на рисунке не обозначены)?



Пояснение.

У кубика 6 граней. В результате отпиливания 8 вершин появились 8 граней. Всего 14 граней.

Ответ: 14.

12.

Ящик, имеющий форму куба с ребром 10 см без одной грани, нужно покрасить со всех сторон снаружи. Найдите площадь поверхности, которую необходимо покрасить. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Пояснение.

Площадь одной грани равна $10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$. В кубе шесть граней, но нас просят найти только площадь пяти граней, следовательно $100 \cdot 5 = 500 \text{ см}^2$.

Ответ: 500.