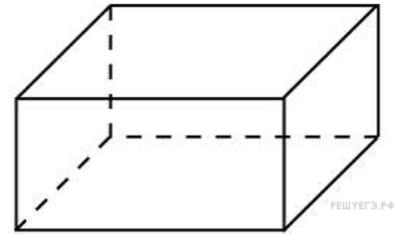


Прямоугольный параллелепипед

1.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2 и 6. Объем параллелепипеда равен 48. Найдите третье ребро параллелепипеда, выходящее из той же вершины.



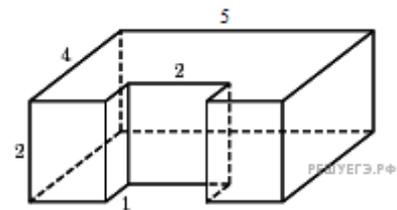
Пояснение.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его измерений. Поэтому, если x — искомое ребро, то $2 \cdot 6 \cdot x = 48$, откуда $x = 4$.

Ответ: 4.

2.

Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

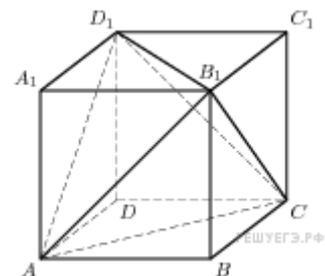
Объем данного многогранника равен разности объемов параллелепипедов со сторонами 5, 2, 4 и 1, 2, 2:

$$V = V_1 - V_2 = 5 \cdot 2 \cdot 4 - 4 = 36.$$

Ответ: 36.

3.

Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 4,5. Найдите объем треугольной пирамиды $AD_1 CB_1$.



Пояснение.

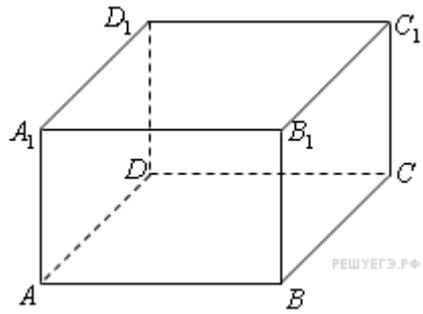
Искомый объем равен разности объемов параллелепипеда со сторонами a , b и c и четырех пирамид, основания которых являются гранями данной треугольной пирамиды:

$$V = abc - 4 \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} abc \right) \right) = \left(\frac{1}{3} \right) abc = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

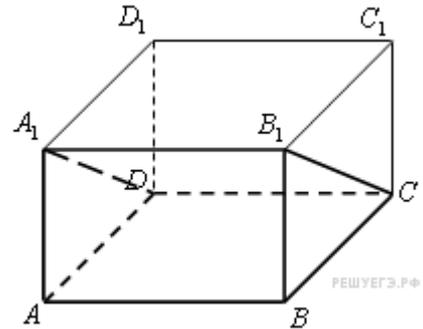
4.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A , D , A_1 , B , C , B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 5$.



Пояснение.

Из рисунка видно, что многогранник является половиной данного прямоугольного параллелепипеда. Следовательно, объём искомого многогранника

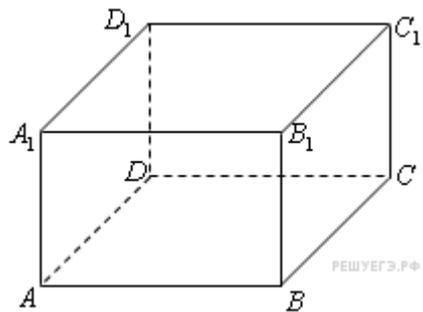


$$V_{\text{многогр}} = \frac{1}{2}V_{\text{паралл}} = \frac{1}{2}AB \cdot AD \cdot AA_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30.$$

Ответ: 30.

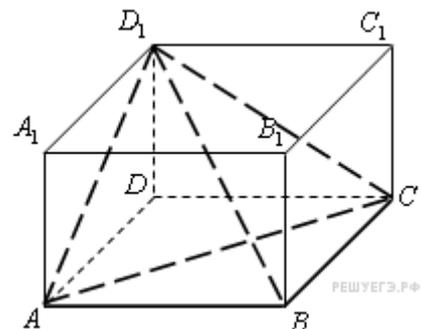
5.

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$.



Пояснение.

Площадь основания пирамиды в два раза меньше площади основания параллелепипеда, а высота у них общая. Поэтому

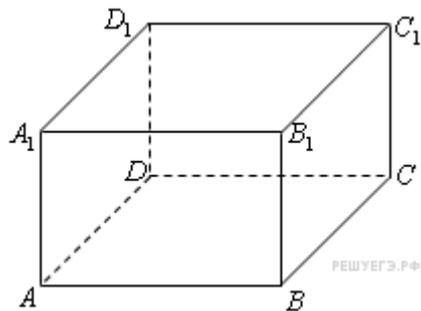


$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3}S_{\text{пир}}h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}S_{\text{пар}}h = \frac{1}{6}S_{\text{пар}}h = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 8.$$

Ответ: 8.

6.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A_1, B, C, C_1, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4, AD = 3, AA_1 = 4$.

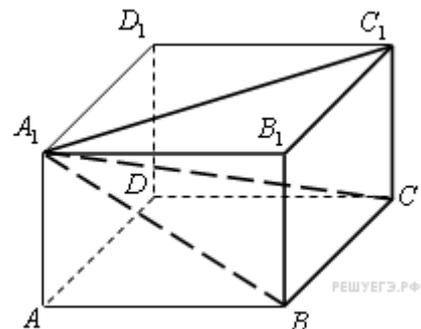


Пояснение.

Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является боковая грань параллелепипеда, а ее высотой является ребро $A_1 B_1$. Поэтому

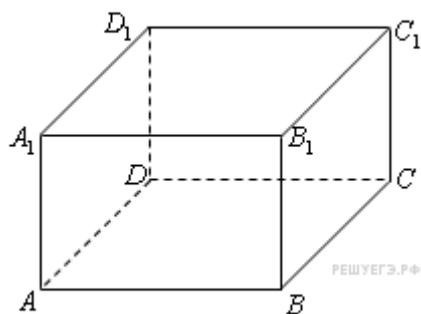
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h = \frac{1}{3} S_{BCB_1 C_1} h = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16.$$

Ответ: 16.



7.

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 3, AD = 3, AA_1 = 4$.



Пояснение.

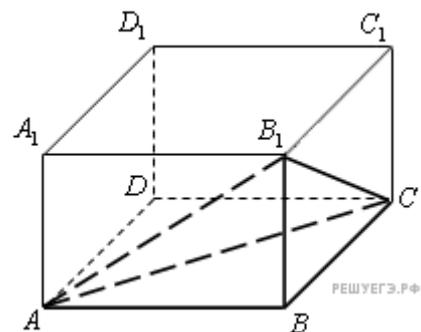
Площадь основания пирамиды в два раза меньше площади основания параллелепипеда, а высота у них общая. Поэтому

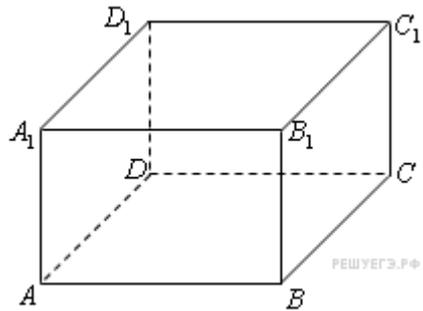
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 6.$$

Ответ: 6.

8.

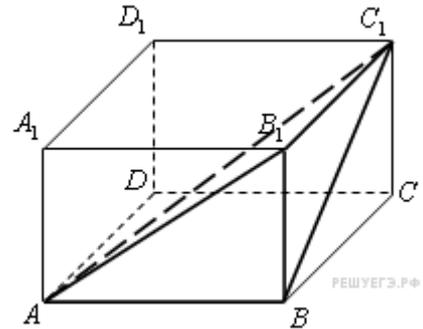
Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, B_1, C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 5, AD = 3, AA_1 = 4$.





Пояснение.

Основанием пирамиды, объем которой нужно найти, является половина боковой грани параллелепипеда, а высотой пирамиды является ребро параллелепипеда B_1C_1 . Поэтому

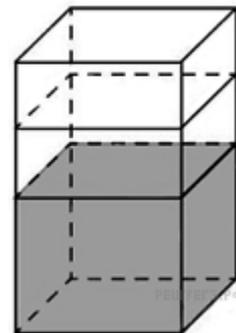


$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} S_{\text{пар}} h = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 10.$$

Ответ: 10.

9.

В бак, имеющий форму правильной четырёхугольной призмы со стороной основания, равной 20 см, налита жидкость. Для того чтобы измерить объём детали сложной формы, её полностью погружают в эту жидкость. Найдите объём детали, если уровень жидкости в баке поднялся на 20 см. Ответ дайте в кубических сантиметрах.



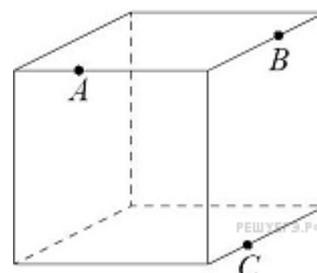
Пояснение.

Объём вытесненной жидкости равен объёму детали (закон Архимеда). Уровень жидкости поднялся на $h=20$ см, сторона основания $a=20$ см, значит вытесненный объём будет равен $V = a^2 \cdot h = 8000 \text{ см}^3$. Найденный объём является объёмом детали.

Ответ: 8000.

10.

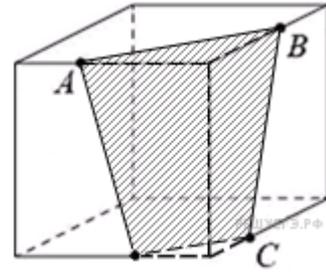
Плоскость, проходящая через три точки A , B и C , разбивает куб на два многогранника. Сколько граней у многогранника, у которого больше граней?



Пояснение.

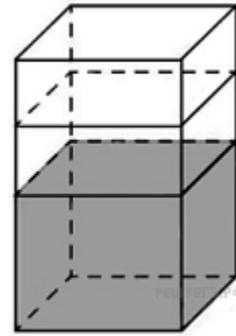
В сечении получается четырёхугольник. У одной отсечённой фигуры 15 рёбер и 7 граней, у второй — 9 рёбер и 5 граней. Следовательно, у искомой фигуры 7 граней.

Ответ: 7.



11.

В бак, имеющий форму прямой призмы, налито 12 л воды. После полного погружения в воду детали, уровень воды в баке поднялся в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



Пояснение.

Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. После погружения детали в воду объём стал равен $12 \cdot 1,5 = 18$ литров, поэтому объём детали равен $18 - 12 = 6 \text{ л} = 6000 \text{ см}^3$.

Ответ: 6000.