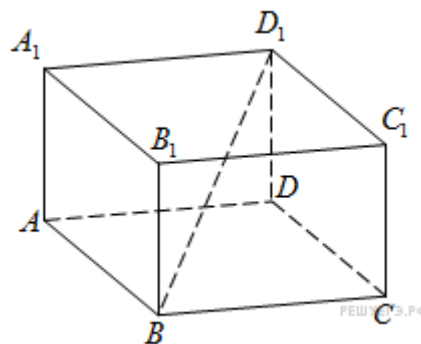


# Призма

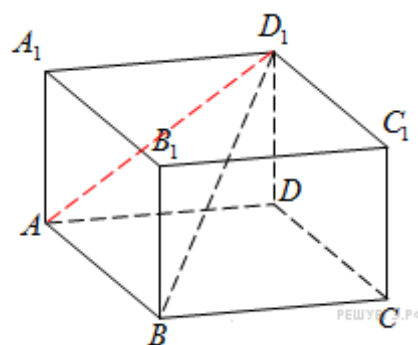
1.

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 5$ ;  $CC_1 = 3$ ;  $B_1 C_1 = \sqrt{7}$ . Найдите длину ребра  $AB$ .



**Пояснение.**

По теореме Пифагора



$$AD_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1 D_1^2} = \sqrt{CC_1^2 + B_1 C_1^2} = \sqrt{9 + 7} = 4.$$

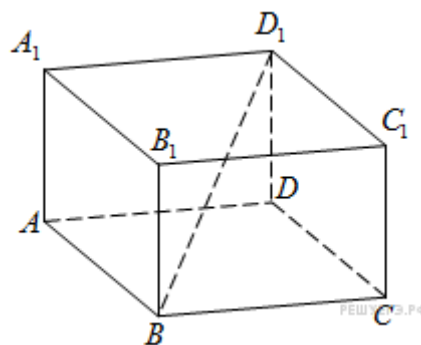
Тогда длина ребра равна  $AB$

$$AB = \sqrt{BD_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{25 - 16} = 3.$$

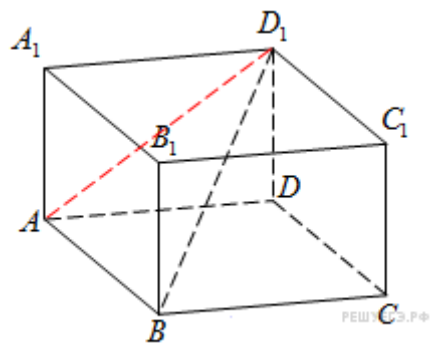
Ответ: 3.

2.

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $CA_1 = \sqrt{38}$ ;  $DD_1 = 5$ ;  $BC = 3$ . Найдите длину ребра  $BA$ .



**Пояснение.**  
по теореме Пифагора



$$AD_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1D_1^2} = \sqrt{DD_1^2 + BC^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}.$$

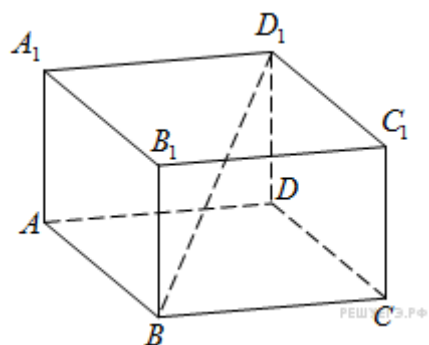
Тогда длина ребра  $BA$  равна

$$BA = \sqrt{BD_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{CA_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{38 - 34} = 2.$$

Ответ: 2.

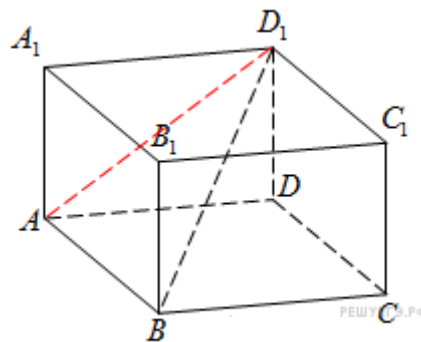
**3.**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $DB_1 = \sqrt{26}$ ,  $AA_1 = 1$ ,  $C_1 B_1 = 3$ . Найдите длину ребра  $CD$ .



**Пояснение.**

По теореме Пифагора



$$AD_1 = \sqrt{AA_1^2 + A_1D_1^2} = \sqrt{AA_1^2 + C_1B_1^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}.$$

Тогда длина ребра  $CD$  равна

$$CD = AB = \sqrt{BD_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{DB_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{26 - 10} = 4.$$

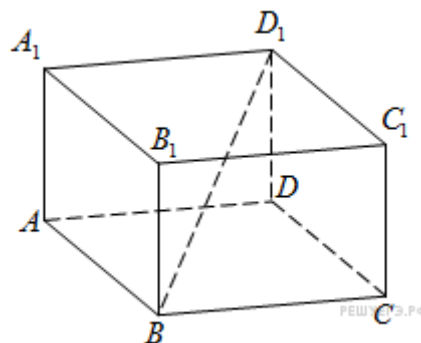
Ответ: 4.

*Другое решение.*

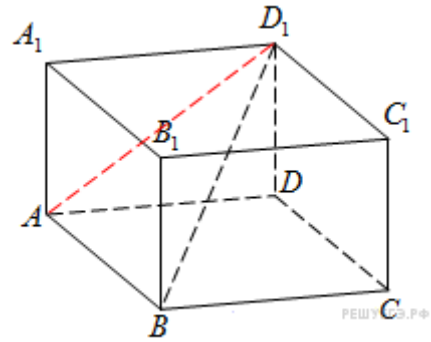
Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений. По условию даны длины двух измерений и длина диагонали. Осталось подставить в формулу и сосчитать.

**4.**

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BD_1 = 6$ ;  $CC_1 = 2$ ;  $AD = \sqrt{7}$ . Найдите длину ребра  $D_1 C_1$ .



По теореме Пифагора



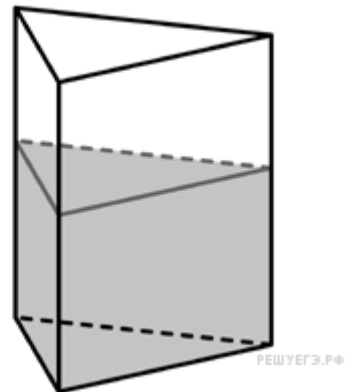
Тогда длина ребра  $D_1C_1$  равна

$$D_1C_1 = BA = \sqrt{BD_1^2 - AD_1^2} = \sqrt{36 - 11} = 5.$$

**Приведем другое решение.**

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов его измерений:  
 $36 = 4 + 7 + x^2$ , откуда искомая длина ребра  $x$  равна 5.

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $2300 \text{ см}^3$  воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки  $25 \text{ см}$  до отметки  $27 \text{ см}$ . Найдите объем детали. Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

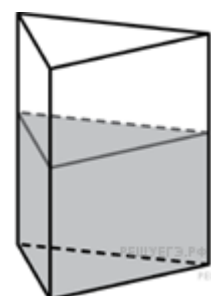


Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен  $\frac{2}{25}$  исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{2}{25} \cdot 2300 = 184 \text{ см}^3.$$

**6.**

В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в см.



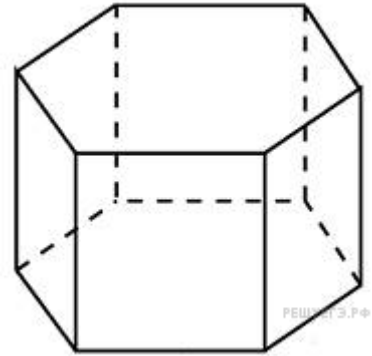
**Пояснение.**

Объем призмы равен произведению площади ее основания на высоту и выражается через сторону основания  $a$  и высоту  $H$  формулой  $V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}H$ . Поэтому  $H = \frac{4V}{\sqrt{3}a^2}$ , а значит, при увеличении стороны  $a$  в 4 раза знаменатель увеличится в 16 раз, то есть высота уменьшится в 16 раз и будет равна 5 см.

Ответ: 5.

**7.**

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5, а высота – 10.

**Пояснение.**

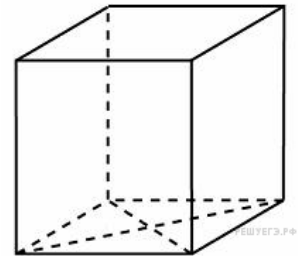
площадь боковой поверхности фигуры равна сумме площадей всех боковых граней

$$S_{\text{бок}} = 6S_{\text{гр}} = 6 \cdot 5 \cdot 10 = 300.$$

Ответ: 300.

**8.**

Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.

**Пояснение.**

Сторона ромба  $a$  выражается через его диагонали  $d_1$  и  $d_2$  формулой

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 5.$$

Найдем площадь ромба

$$S_P = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 24.$$

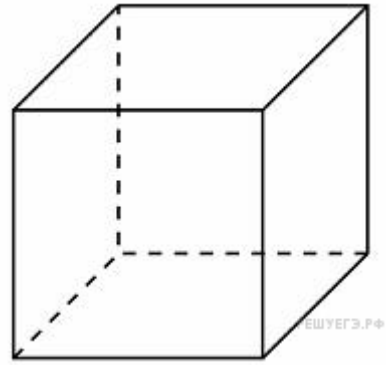
Тогда площадь поверхности призмы равна

$$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2S_P + 4aH = 48 + 4 \cdot 5 \cdot 10 = 248.$$

Ответ: 248.

**9.**

Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



**Пояснение.**

Площадь поверхности правильной четырехугольной призмы выражается через сторону ее основания  $a$  и боковое ребро  $H$  как

$$S = 2a^2 + 4aH.$$

Подставим значения  $a$  и  $S$ :

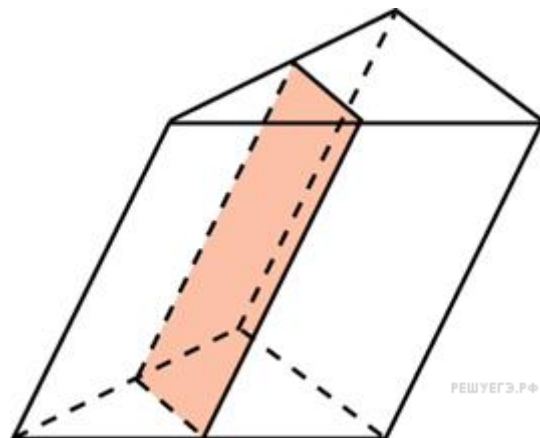
$$1760 = 2 \cdot 20^2 + 4 \cdot 20 \cdot H,$$

откуда находим, что  $H = 12$ .

Ответ: 12.

**10.**

Через среднюю линию основания треугольной призмы, объем которой равен 32, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объем отсеченной треугольной призмы.



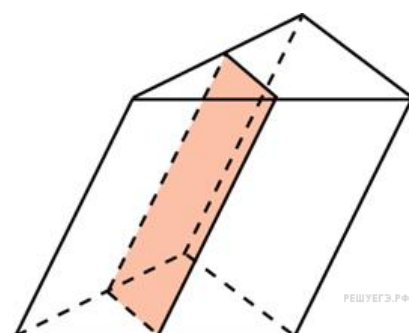
**Пояснение.**

Площадь основания отсеченной части меньше площади основания всей призмы в 4 раза (так как и высота и основание треугольника уменьшились в 2 раза). Высота осталась прежней, следовательно, объем уменьшился в 4 раза.

Ответ: 8.

**11.**

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объем отсеченной треугольной призмы равен 5. Найдите объем исходной призмы.



**Пояснение.**

Площадь основания отсеченной части меньше площади основания всей призмы в 4 раза (так как и высота и основание треугольника уменьшились в 2 раза). Высоты обеих частей одинаковы, поэтому объем отсеченной части в 4 раза меньше объема целой призмы, который равен 20.

Ответ: 20.

**12.**

От треугольной призмы, объем которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.

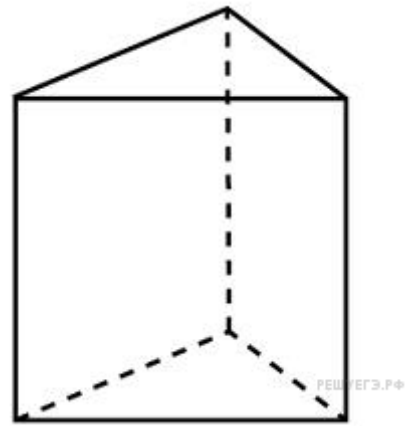
**Пояснение.**

Объем призмы больше объема пирамиды с такой же площадью основания и высотой в 3 раза. Объем оставшейся части составляет тогда две трети исходного, он равен 4.

Ответ: 4.

**13.**

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8, высота призмы равна 10. Найдите площадь ее поверхности.

**Пояснение.**

Третья сторона треугольника в основании равна 10 и его площадь  $S_{\Delta} = \frac{1}{2} 6 \cdot 8 = 24$ . Площадь боковой поверхности призмы с периметром основания  $P$  равна

$$S_{\text{бок}} = Ph = 24 \cdot 10 = 240.$$

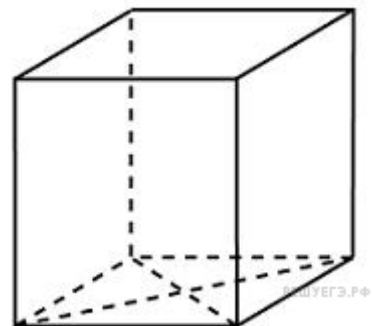
Полная площадь поверхности:

$$S = 2S_{\Delta} + S_{\text{бок}} = 48 + 240 = 288.$$

Ответ: 288.

**14.**

В основании прямой призмы лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 248. Найдите боковое ребро этой призмы.



**Пояснение.**

Сторона ромба  $a$  выражается через его диагонали  $d_1$  и  $d_2$  как

$$a = \frac{1}{2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 5.$$

Площадь ромба

$$S_P = \frac{1}{2} d_1 d_2 = 24.$$

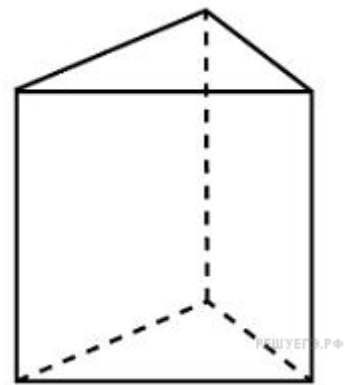
Тогда боковое ребро найдем из выражения для площади поверхности:

$$S = 2S_{\text{ромба}} + 4aH \Leftrightarrow H = \frac{S - 2S_{\text{ромба}}}{4a} = \frac{248 - 48}{20} = 10.$$

Ответ: 10.

**15.**

Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Площадь ее поверхности равна 288. Найдите высоту призмы.

**Пояснение.**

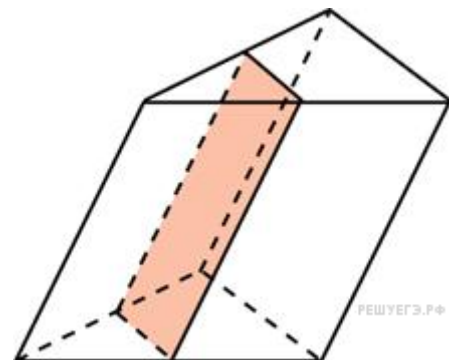
Гипотенуза основания равна 10. Высоту найдем из выражения для площади поверхности  $S = 2S_{\Delta} + Ph$ :

$$h = \frac{S - 2S_{\Delta}}{P} = \frac{288 - 48}{24} = 10.$$

Ответ: 10.

**16.**

Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.





**Пояснение.**

Площадь боковой поверхности призмы равна произведению периметра основания на высоту боковой грани. Высота боковой грани у исходной призмы и отсеченной призмы совпадает. Поэтому площади боковых граней относятся как периметры оснований. Треугольники в основании исходной и отсеченной призмы подобны, все их стороны относятся как 1:2. Поэтому периметр основания отсеченной призмы вдвое меньше исходного. Следовательно, площадь боковой поверхности исходной призмы равна 16.

Ответ: 16.

**17.**

Объем куба равен 12. Найдите объем треугольной призмы, отсекаемой от него плоскостью, проходящей через середины двух ребер, выходящих из одной вершины и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

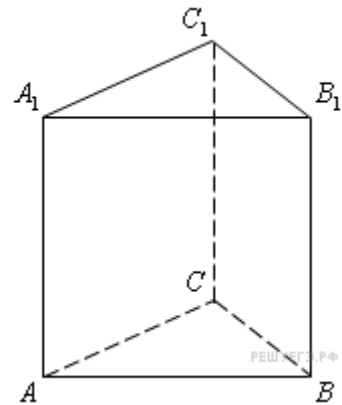
**Пояснение.**

Поскольку высота куба равна высоте призмы, их объемы пропорциональны площадям их оснований. Площадь основания построенной призмы в 8 раз меньше площади основания исходной, поэтому искомый объем призмы равен  $12 : 8 = 1,5$ .

Ответ: 1,5.

**18.**

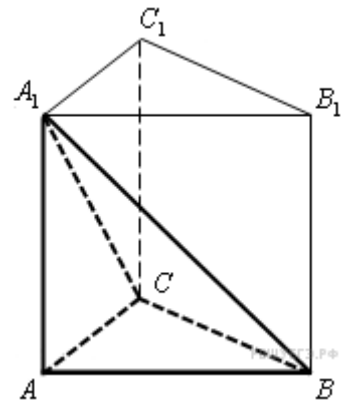
Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 2, а боковое ребро равно 3.

**Пояснение.**

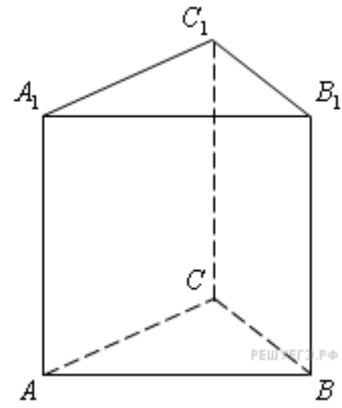
Требуется найти объем пирамиды, основание и высота которой совпадают с основанием и высотой данной треугольной призмы. Поэтому

$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 3 = 2.$$

Ответ: 2.

**19.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, C_1$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.

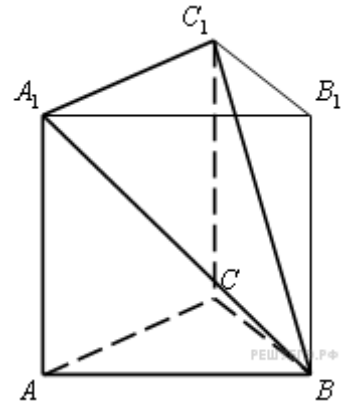


**Пояснение.**

Искомый объём многогранника равен разности объёмов призмы  $ABCA_1B_1C_1$  и пирамиды  $BA_1B_1C_1$ , основания и высоты которых совпадают. Поэтому

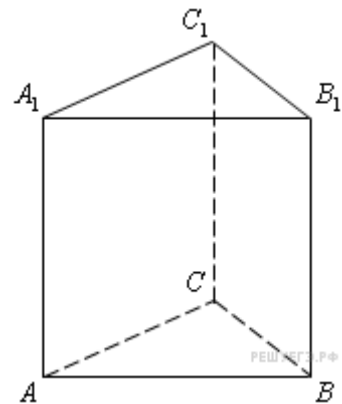
$$V_{\text{много}} = S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} - \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = 3 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 4.$$

Ответ: 4.



**20.**

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A_1, B_1, B, C$  правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 3.



**Пояснение.**

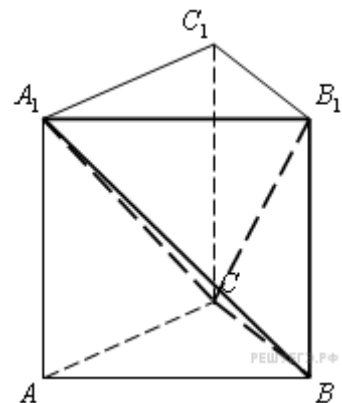
Заметим, что искомый объём равен разности объема призмы и двух треугольных пирамид, основания и высоты которых совпадают с основанием и высотой призмы:

$$V_{CA_1B_1B} = V_{\text{пр}} - V_{CA_1B_1C_1} - V_{A_1ABC}.$$

Поэтому

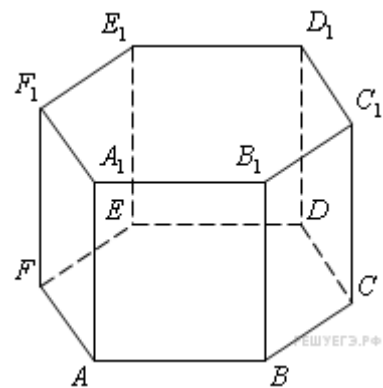
$$V_{CA_1B_1B} = 4 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4.$$

Ответ: 4.



**21.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, E, F, A_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 4, а боковое ребро равно 3.

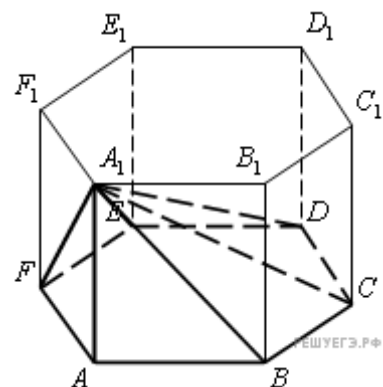


**Пояснение.**

Основание пирамиды такое же, как основание правильной шестиугольной призмы, и высота у них общая. Поэтому

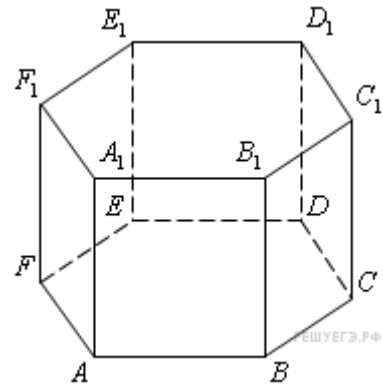
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пир}} h_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{пр}} h_{\text{пр}} = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3 = 4.$$

Ответ: 4.



**22.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, B_1, C_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.



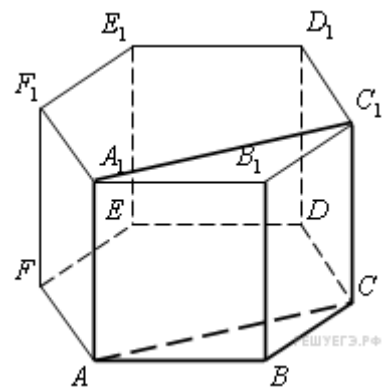
**Пояснение.**

Многогранник, объем которого требуется найти, является прямой треугольной призмой. Объем призмы равен произведению площади основания на высоту. Основанием призмы является треугольник.

Площадь правильного шестиугольника в основании равна  $6 \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$ ,

площадь треугольника  $ABC$  равна  $\frac{1}{2} R \cdot R \sin 120^\circ = \frac{R^2 \sqrt{3}}{4}$ ,

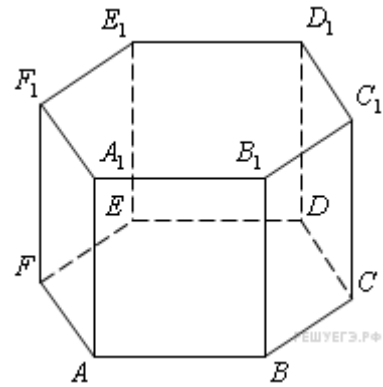
следовательно, площадь треугольника  $ABC$  равна одной шестой площади основания шестиугольной призмы. Высотой прямой призмы является боковое ребро, его длина равна 3. Таким образом, искомый объем равен  $1 \cdot 3$ .



Ответ: 3.

**23.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, D, E, A_1, B_1, D_1, E_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.

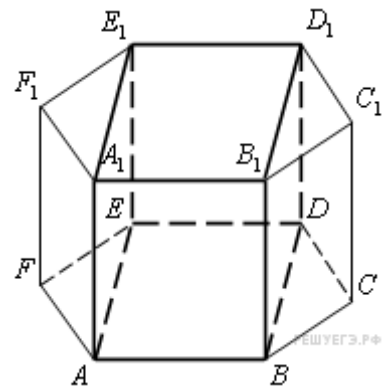


**Пояснение.**

Площадь основания четырехугольной призмы равна двум третьим площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. Поэтому

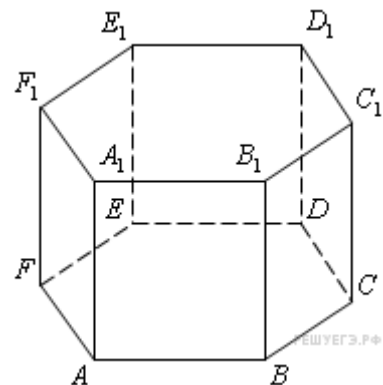
$$V_{\text{чет}} = \frac{2}{3} V_{\text{шест}} = \frac{2}{3} \cdot 6 \cdot 2 = 8.$$

Ответ: 8.



**24.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 2.

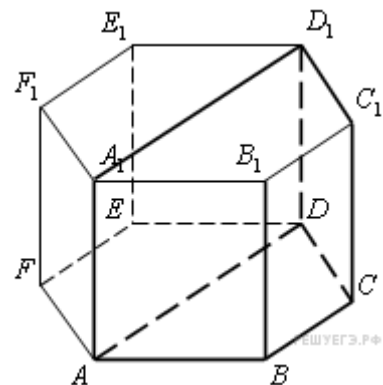


**Пояснение.**

Площадь основания четырехугольной призмы равна половине площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. Поэтому

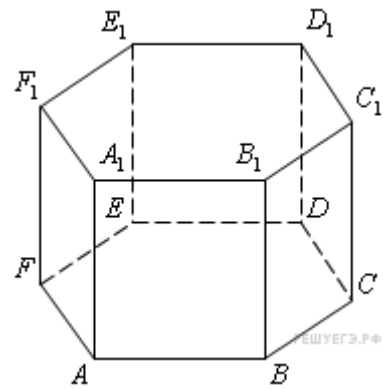
$$V_{\text{чет}} = \frac{1}{2} V_{\text{шест}} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6.$$

Ответ: 6.



**25.**

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, B_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 3.

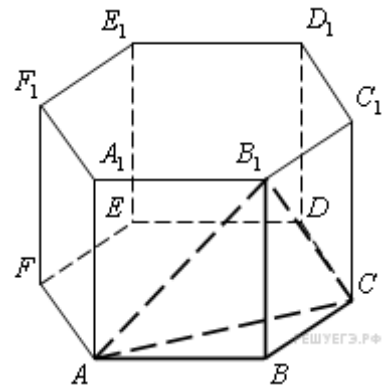


**Пояснение.**

Площадь основания треугольной пирамиды равна одной шестой площади основания правильной шестиугольной призмы, а высота у них общая. Поэтому

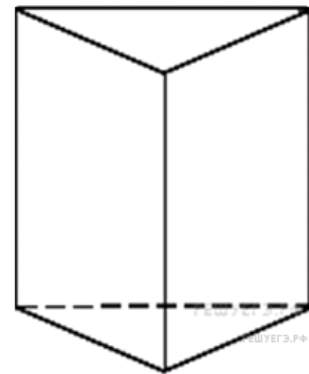
$$V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} V_{\text{шест}} = \frac{1}{18} \cdot 6 \cdot 3 = 1.$$

Ответ: 1.



**26.**

Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 6. Какой будет площадь поверхности призмы, если все ее ребра увеличить в три раза?



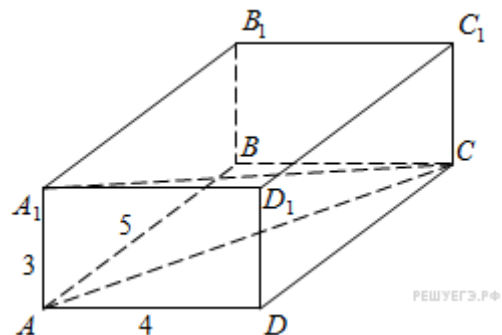
**Пояснение.**

Площади подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия. Поэтому если все ребра увеличить в три раза, площадь поверхности увеличится в 9 раз. Следовательно, она станет равна 54.

Ответ: 54.

**27.**

Найдите квадрат расстояния между вершинами C и A<sub>1</sub> прямоугольного параллелепипеда, для которого AB = 5, AD = 4, AA<sub>1</sub> = 3.



**Пояснение.**

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $AA_1C$ , в котором  $A_1C$  является гипотенузой. По теореме Пифагора

$$A_1C^2 = AA_1^2 + AC^2.$$

В прямоугольнике  $ABCD$   $AC$  – диагональ,  $AB=CD$ . Значит,

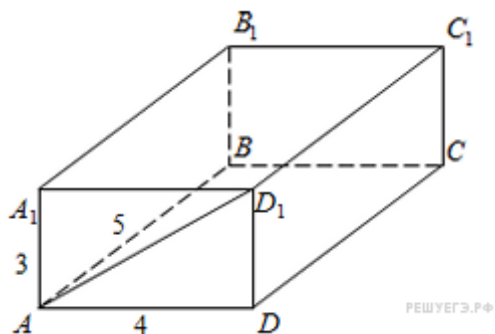
$$AC^2 = AD^2 + CD^2 = 16 + 25 = 41,$$

$$A_1C^2 = 9 + 41 = 50.$$

Ответ: 50.

**28.**

Найдите расстояние между вершинами  $A$  и  $D_1$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ .

**Пояснение.**

Рассмотрим прямоугольник  $AA_1D_1D$ , в котором  $AD_1$  является диагональю,  $A_1D_1=AD$ . По теореме Пифагора

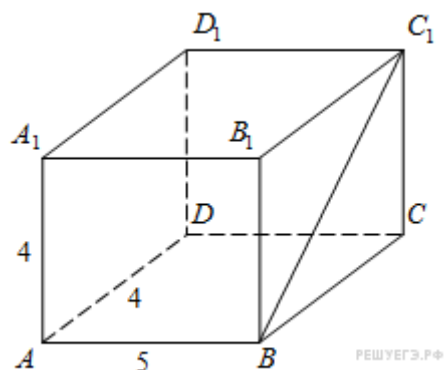
$$AD_1^2 = AA_1^2 + A_1D_1^2 = 9 + 16 = 25.$$

Значит,  $AD_1 = 5$ .

Ответ: 5.

**29.**

Найдите угол  $C_1BC$  прямоугольного параллелепипеда, для которого  $AB=5$ ,  $AD=4$ ,  $AA_1=4$ . Дайте ответ в градусах.

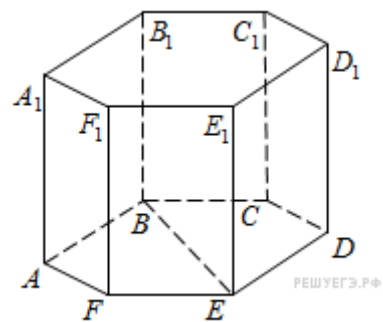
**Пояснение.**

грань  $BB_1C_1C$  является квадратом со стороной 4, а  $BC_1$  – диагональ этой грани, значит, угол  $C_1BC$  равен  $45^\circ$ .

Ответ: 45.

**30.**

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  все ребра равны 1. Найдите расстояние между точками  $B$  и  $E$ .



**Пояснение.**

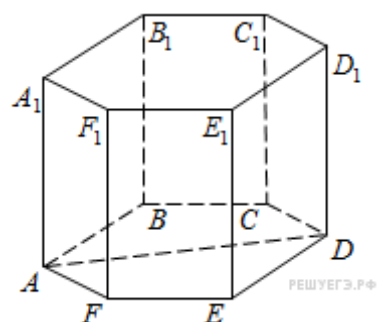
Длина большей диагонали правильного шестиугольника равна его удвоенной стороне. Поэтому

$$BE = 1 \cdot 2 = 2.$$

Ответ: 2.

**31.**

В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$  все ребра равны 1. Найдите угол  $DAB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

В правильном шестиугольнике углы между сторонами равны  $120^\circ$ , значит,

$$\angle DAB = \frac{1}{2} \angle FAB = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ.$$

Ответ: 60.

**32.**

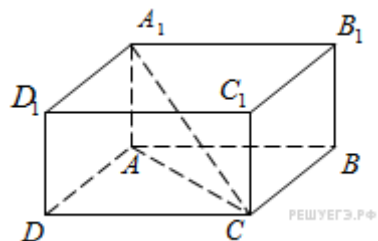
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $DD_1 = 1$ ,  $CD = 2$ ,  $AD = 2$ . Найдите длину диагонали  $CA_1$

**Пояснение.**

Найдем диагональ  $AC$  прямоугольника  $ABCD$ . По теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{8}.$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $A_1AC$ . По теореме Пифагора



$$CA_1 = \sqrt{CA^2 + AA_1^2} = \sqrt{8 + 1} = 3.$$

Ответ: 3.

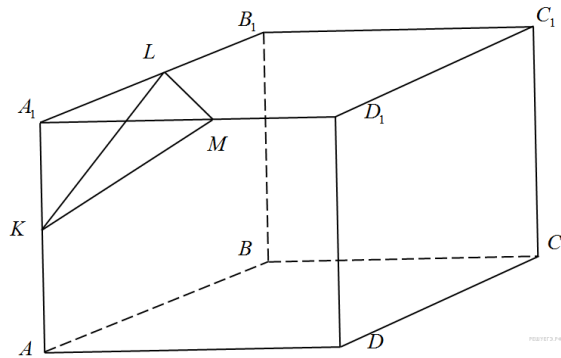
**33.**

В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  — середина ребра  $AA_1$ , точка  $L$  — середина ребра  $A_1B_1$ , точка  $M$  — середина ребра  $A_1D_1$ . Найдите угол  $MLK$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

Стороны сечения  $KM$ ,  $KL$ , и  $LM$  равны как гипотенузы равных прямоугольных треугольников  $AKM$ ,  $KLA$ , и  $LAM$ , которые равны друг другу по двум катетам. Таким образом, треугольник  $LKM$  является равносторонним. Поэтому угол  $MLK$  равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.



**34.**

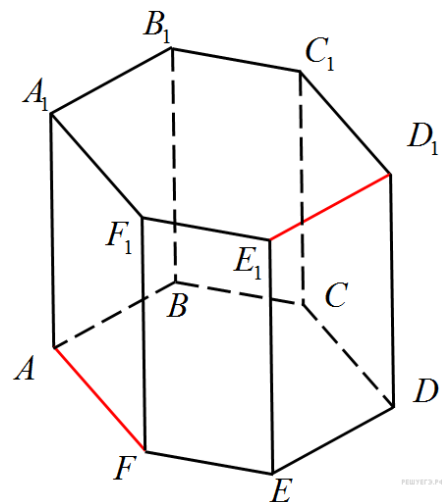
В правильной шестиугольной призме  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , все ребра которой равны 8, найдите угол между прямыми  $FA$  и  $D_1 E_1$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

Отрезки  $D_1 E_1$ ,  $DE$  и  $AB$  лежат на параллельных прямых, поэтому искомый угол между прямыми  $FA$  и  $E_1 D_1$  равен углу между прямыми  $FA$  и  $AB$ .

Поскольку угол  $FAB$  между сторонами правильного шестиугольника равен  $120^\circ$ , смежный с ним угол между прямыми  $FA$  и  $AB$  равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.



**35.**

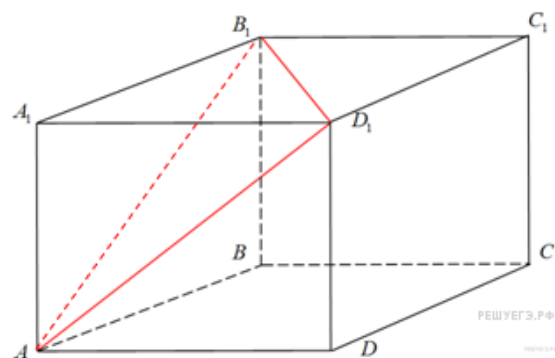
В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  найдите угол между прямыми  $AD_1$  и  $B_1 D_1$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

Поскольку  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  — куб, каждая из его граней является квадратом. Диагонали этих квадратов равны, поэтому  $D_1 B_1 = B_1 A = AD_1$ .

Тогда треугольник  $D_1 B_1 A$  — равносторонний, следовательно, искомый угол равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.



**36.**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$ , все ребра которой равны 3, найдите угол между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$ . Ответ дайте в градусах.

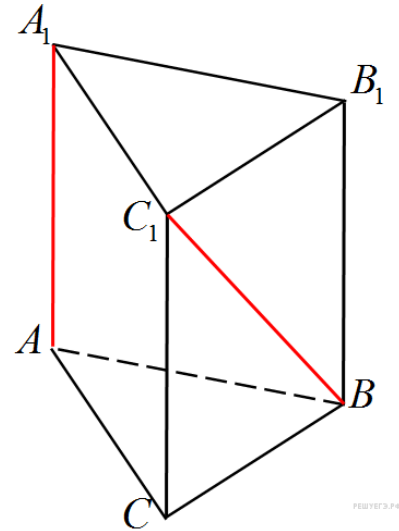


**Пояснение.**

Отрезки  $A_1A$  и  $BB_1$  лежат на параллельных прямых, поэтому искомый угол между прямыми  $A_1A$  и  $BC_1$  равен углу между прямыми  $BB_1$  и  $BC_1$ .

Боковая грань  $CBB_1C_1$  — квадрат, поэтому угол между его стороной и диагональю равен  $45^\circ$ .

Ответ: 45.



**37.**

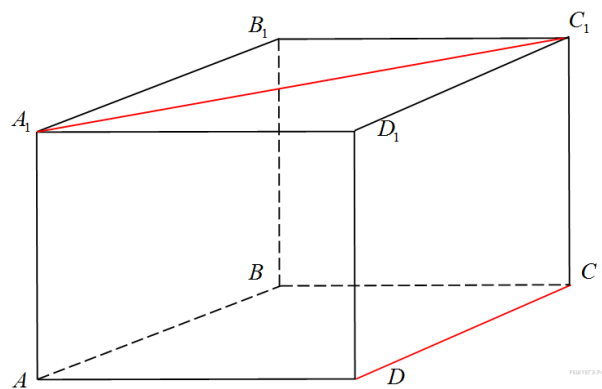
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер  $AB = 8$ ,  $AD = 6$ ,  $AA_1 = 21$ . Найдите синус угла между прямыми  $CD$  и  $A_1C_1$ .

**Пояснение.**

Отрезки  $DC$  и  $D_1C_1$  лежат на параллельных прямых, поэтому искомый угол между прямыми  $A_1C_1$  и  $DC$  равен углу между прямыми  $A_1C_1$  и  $D_1C_1$ .

Из прямоугольного треугольника  $A_1C_1D_1$  по

получаем:



$$A_1C_1 = \sqrt{(D_1C_1)^2 + (A_1D_1)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10.$$

Тогда для угла  $A_1C_1D_1$  имеем:

$$\sin A_1C_1D_1 = \frac{A_1D_1}{A_1C_1} = \frac{6}{10} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

**38.**

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AC_1 = 2BC$ . Найдите угол между диагоналями  $BD_1$  и  $CA_1$ . Ответ дайте в градусах.

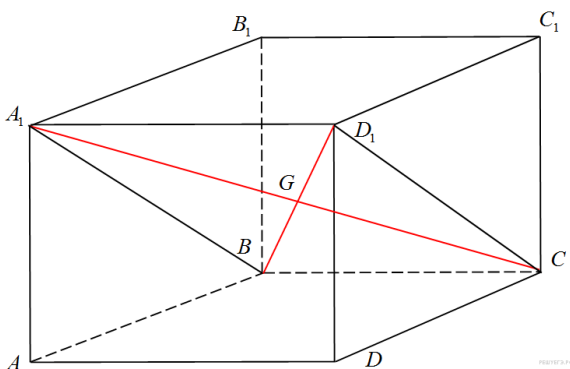
**Пояснение.**

Правильная четырёхугольная призма является прямоугольным параллелепипедом, диагонали прямоугольного параллелепипеда равны, диагональное сечение является прямоугольником.

Рассмотрим прямоугольный треугольник  $A_1BC$ : в нем катет  $BC$  вдвое меньше гипотенузы  $A_1C$ , поэтому угол  $A_1CB$  равен  $60^\circ$ . Аналогично в треугольнике  $D_1CB$  угол  $D_1CB$  равен  $60^\circ$ .

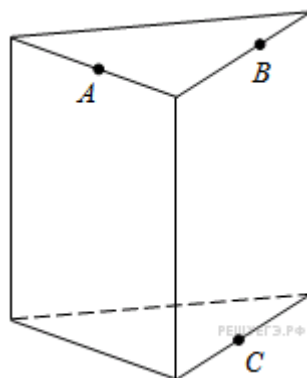
Сумма углов треугольника  $BGC$  равна  $180^\circ$  получаем, поскольку углы два его угла равны  $60^\circ$ , третий угол тоже равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.



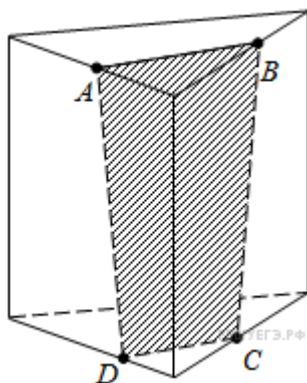
**39.**

Плоскость, проходящая через три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , разбивает правильную треугольную призму на два многогранника. Сколько рёбер у многогранника, у которого больше вершин?

**Пояснение.**

Плоскость сечения пересекает параллельные основания по параллельным прямым. Проведём через точку  $C$  прямую, параллельную  $AB$ , она пересечёт ребро призмы в точке  $D$ . Тем самым, трапеция  $ABCD$  — искомое сечение. Оно делит призму на две призмы: треугольную, имеющую 6 вершин и четырёхугольную, имеющую 8 вершин. Четырёхугольная призма имеет по 4 ребра в каждом из оснований и 4 боковых ребра, всего 12 рёбер.

Ответ: 12.



**40.**

От деревянной правильной пятиугольной призмы отпилили все её вершины (см. рисунок). Сколько граней у получившегося многогранника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?

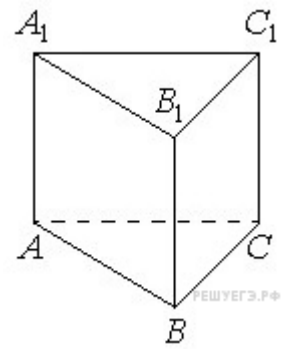
**Пояснение.**

Изначально у пятиугольной призмы 7 граней и 10 вершин. Когда от призмы отпилили все вершины количество граней стало равно  $7 + 10 = 17$ .

Ответ: 17.

**41.**

Сторона основания правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равна 3, а высота этой призмы равна  $4\sqrt{3}$ . Найдите объём призмы  $ABCA_1B_1C_1$ .



**Пояснение.**

Объём правильной треугольной призмы вычисляется по формуле:  $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot h$ , где  $a$  — длина стороны основания призмы,  $h$  — высота призмы. Подставляя данные значения, получаем:

$$V = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3^2 \cdot 4\sqrt{3} = 27.$$

Ответ: 27.