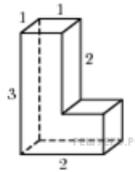


Площадь поверхности составного многогранника

1.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

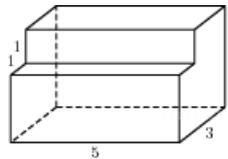
Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2, 3, 1 и двух площадей прямоугольников со сторонами 2, 1:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 12 + 6 = 18.$$

Ответ: 18.

2.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

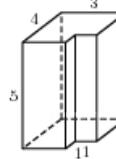
Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 3, 5 и двух площадей квадратов со стороной 1:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 76.$$

Ответ: 76.

3.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

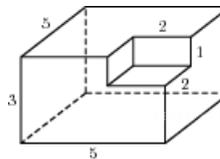
Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 4, 5 и площади двух квадратов со стороной 1:

$$2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 92.$$

Ответ: 92.

4.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

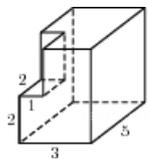
Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 5:

$$2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 = 110.$$

Ответ: 110.

5.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 4:

$$2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 94.$$

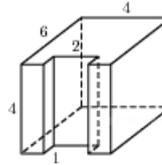
Ответ: 94.

Примечание для тех, кто не верит в это решение: посчитайте площадь поверхности, сложив площади всех девяти граней данного многогранника, и смиритесь.

$$20_{(\text{прав.})} + 15_{(\text{нижн.})} + 12_{(\text{задн.})} + 10_{(\text{передн.})} + 16_{(\text{лев.})} + 13_{(\text{верхн.})} + 2_{(\text{мал.верх.})} + 2_{(\text{мал.передн.})} + 4_{(\text{мал.лев.})} = 94.$$

6.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

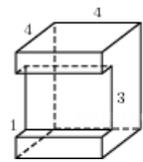
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6, 4, 4 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 2:

$$S = 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 132.$$

Ответ: 132.

7.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

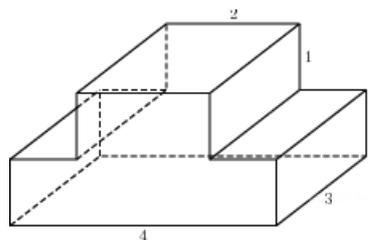
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 4, 4, 5 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 3:

$$2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 3 = 114.$$

Ответ: 114.

8.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

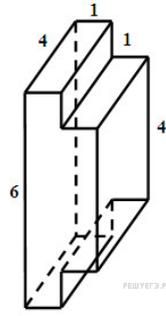
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей прямоугольников со сторонами 1, 3, 4 и 1, 2, 3, уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника со сторонами 2, 3:

$$S = 2(4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3) + 2(2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) - 2(2 \cdot 3) = 48.$$

Ответ: 48.

9.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов с ребрами 1, 6, 4 и 1, 4, 4 уменьшенной на удвоенную площадь квадрата стороной 4:

$$S = 2(4 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 6) + 2(4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 4) - 2(4 \cdot 4) = 84.$$

Ответ: 84.

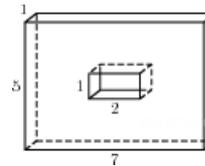
Приведем другое решение

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6, 4, 2 уменьшенной на 4 площади квадратов со стороной 1:

$$S = 2(6 \cdot 2) + 2(6 \cdot 4) + 2(4 \cdot 2) - 4(1 \cdot 1) = 24 + 48 + 16 - 4 = 36 + 48 = 84$$

10.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

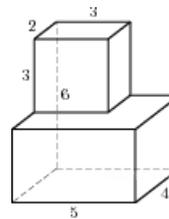
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей большого и маленького параллелепипедов с ребрами 1, 5, 7 и 1, 1, 2, уменьшенной на 4 площади прямоугольника со сторонами 1, 2 — передней грани маленького параллелепипеда, излишне учтенной при расчете площадей поверхности параллелепипедов:

$$S = 2(5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 7 \cdot 5) + 2(1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1) - 4(2 \cdot 1) = 96.$$

Ответ: 96.

11.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

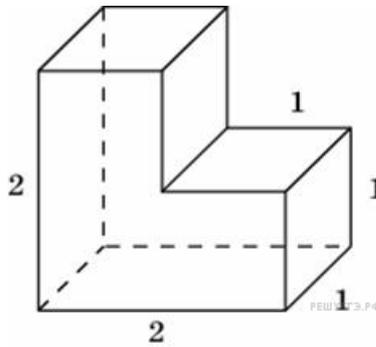
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 2, 3, 3 и 5, 4, 3 уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника со сторонами 3, 2:

$$S = 2(3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3) + 2(4 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3) - 2(2 \cdot 3) = 124.$$

Ответ: 124.

12.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

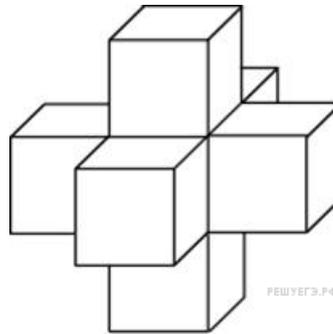


Пояснение.

Площадь поверхности заданного многогранника складывается из четырех площадей квадратов со стороной 1, двух прямоугольников со сторонами 1 и 2 и двух граней (передней и задней), площади которых в свою очередь складываются из трех единичных квадратов каждая. Всего $4 + 4 + 6 = 14$.
 Ответ: 14.

13.

Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.



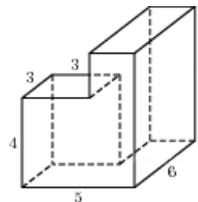
Пояснение.

Поверхности креста составлена из шести поверхностей кубов, у каждого из которых отсутствует одна грань. Тем самым, поверхность креста состоит из 30 единичных квадратов, поэтому ее площадь равна 30.

Ответ: 30.

14.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

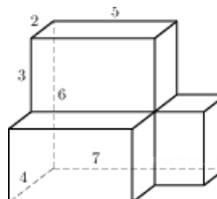
Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей поверхностей прямоугольных параллелепипедов с ребрами 6, 6, 2 и 3, 3, 4, уменьшенной на две площади прямоугольников со сторонами 3 и 4:

$$S = (2 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 2) + (2 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4) - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 + 66 - 24 = 162$$

Ответ: 162.

15.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

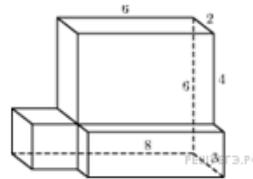
Площадь поверхности тела равна сумме поверхностей трех составляющих ее параллелепипедов с ребрами 2, 5, 6; 2, 5, 3 и 2, 2, 3, уменьшенная на удвоенные площади прямоугольников со сторонами 5, 3 и 2, 3:

$$S = 2 \cdot (2 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6) + 2 \cdot (2 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3) + 2 \cdot (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2) - 2 \cdot (5 \cdot 3 + 2 \cdot 3) = 2 \cdot (52 + 31 + 16) - 2 \cdot 21 = 156.$$

Ответ: 156.

16.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Пояснение.

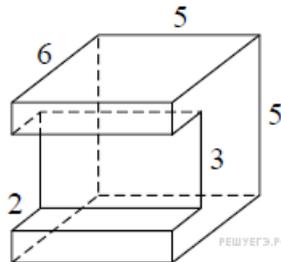
Площадь поверхности тела равна сумме поверхностей трех составляющих его параллелепипедов с измерениями 2, 4, 6; 1, 6, 2 и 2, 2, 2:

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = (2 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 2 \cdot 6) + (2 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 2) + (6 \cdot 2 \cdot 2) = 88 + 40 + 24 = 152.$$

Ответ: 152.

17.

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

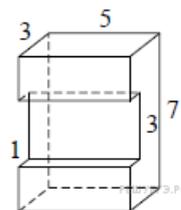
Площадь поверхности данной детали - есть площадь поверхности многогранника со сторонами 6,5,5 за вычетом площади двух "боковых прямоугольников" со сторонами 3,2 и прибавления 2 площадей "верхнего" и "нижнего прямоугольников" со сторонами 2,5.

$$\text{Получаем: } S = 2 \cdot (6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 5) + 2 \cdot 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 2 = 178$$

Ответ: 178

18.

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

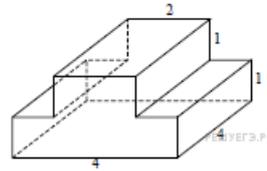
Площадь поверхности данной детали - есть площадь поверхности многогранника со сторонами 7,5,3 за вычетом площади двух "боковых прямоугольников" со сторонами 3,1 и прибавления 2 площадей "верхнего" и "нижнего прямоугольников" со сторонами 1,5.

$$\text{Получаем: } S = 2 \cdot (7 \cdot 5 + 7 \cdot 3 + 5 \cdot 3) + 2 \cdot 1 \cdot 5 - 2 \cdot 3 \cdot 1 = 146$$

Ответ: 146

19.

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

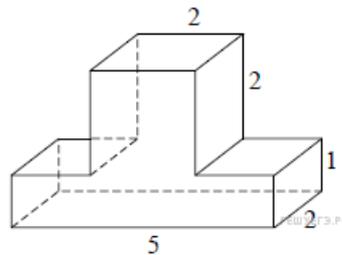
Площадь поверхности данной детали - есть сумма площади поверхности двух многогранников: со сторонами 4,4,1 и со сторонами 2,1,4 за вычетом 2 площадей прямоугольников со сторонами 2,4 (так как данная площадь учитывается два раза при сложении площадей многогранников, а, как видно из рисунка, данных площадей в итоговой детали нет).

$$\text{Получаем: } S = 2(4 \cdot 4 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 1) + 2(2 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4) - 2 \cdot 2 \cdot 4 = 60$$

Ответ: 60

20.

Деталь имеет форму изображённого на рисунке многогранника (все двугранные углы прямые). Цифры на рисунке обозначают длины рёбер в сантиметрах. Найдите площадь поверхности этой детали. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

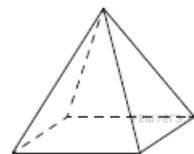
Площадь поверхности данной детали - есть сумма площади поверхности двух многогранников: со сторонами 1,2,5 и со сторонами 2,2,2 за вычетом 2 площадей прямоугольников со сторонами 2,2 (так как данная площадь учитывается два раза при сложении площадей многогранников, а, как видно из рисунка, данных площадей в итоговой детали нет).

$$\text{Получаем: } S = 2(1 \cdot 2 + 2 \cdot 5 + 5 \cdot 1) + 2(2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2) - 2 \cdot 2 \cdot 2 = 50$$

Ответ: 50

21.

Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота — 147 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 115 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Пояснение.

Пусть x - высота музейной копии. Найдём, как соотносятся стороны:

$$115 : 230 = 1 : 2$$

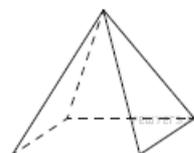
Также соотносятся высоты:

$$x : 147 = 1 : 2 \Leftrightarrow x = 147 : 2 = 73,5$$

Ответ: 73,5

22.

Пирамида Хефрена имеет форму правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 210 м, а высота — 136 м. Сторона основания точной музейной копии этой пирамиды равна 10,5 см. Найдите высоту музейной копии. Ответ дайте в сантиметрах.



Пояснение.

Пусть x - высота музейной копии. Найдем, как соотносятся стороны:

$$10,5 : 210 = 0,05$$

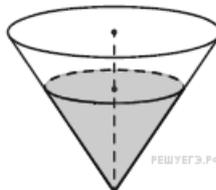
Также соотносятся высоты:

$$x : 136 = 0,05 \Leftrightarrow x = 136 \cdot 0,05 = 6,8$$

Ответ: 6,8

23.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{4}{5}$ высоты. Объем сосуда 2000 мл. Чему равен объем налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах.

**Пояснение.**

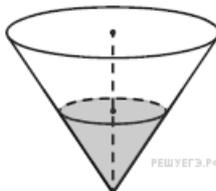
Меньший конус подобен большему с коэффициентом $\frac{4}{5}$. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса равен $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = 0,512$ объема большого конуса. Таким образом объем налитой жидкости:

$$2000 \cdot 0,512 = 1024$$

Ответ: 1024

24.

В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{2}$ высоты. Объем сосуда 1400 мл. Чему равен объем налитой жидкости? Ответ дайте в миллилитрах.

**Пояснение.**

Меньший конус подобен большему с коэффициентом $\frac{1}{2}$. Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия. Поэтому объем меньшего конуса равен $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0,125$ объема большого конуса. Таким образом объем налитой жидкости:

$$1400 \cdot 0,125 = 175$$

Ответ: 175

25.

Две кружки имеют форму цилиндра. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объем первой кружки меньше объема второй?



Пояснение.

Объём цилиндра вычисляется по формуле:

$$V = \pi r^2 h$$

Пусть первая кружка имеет высоту h_1 , тогда вторая кружка имеет высоту $1,5h_1$. Пусть у первой кружки r_1 , тогда у второй $2r_1$.

Найдем отношение $\frac{V_2}{V_1}$:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\pi \cdot (2r_1)^2 \cdot 1,5h_1}{\pi \cdot r_1 \cdot h_1} = \frac{4 \cdot 1,5}{1} = 6$$

Ответ: 6

26.

Две кружки имеют форму цилиндра. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая втрое уже первой. Во сколько раз объём первой кружки больше объёма второй?

**Пояснение.**

Объём цилиндра вычисляется по формуле:

$$V = \pi r^2 h$$

Пусть первая кружка имеет высоту h_1 , тогда вторая кружка имеет высоту $1,5h_1$. Пусть у первой кружки r_1 , тогда у второй $\frac{r_1}{3}$.

Найдем отношение $\frac{V_1}{V_2}$:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi \cdot r_1^2 \cdot h_1}{\pi \cdot \left(\frac{r_1}{3}\right)^2 \cdot 1,5h_1} = \frac{9}{1,5} = 6$$

Ответ: 6