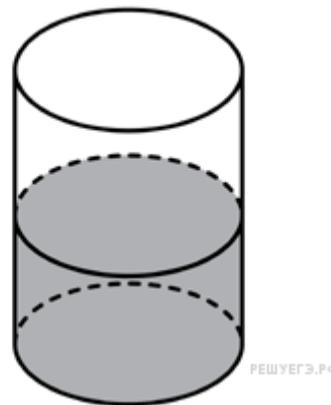


Цилиндр

1.

В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



Пояснение.

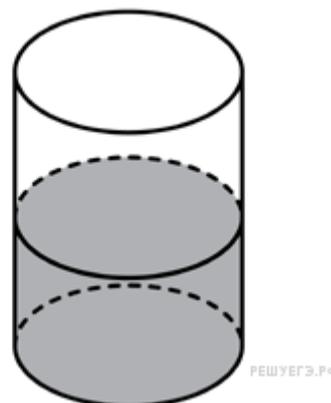
Объем детали равен объему вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен $9/12$ исходного объема:

$$V_{\text{дет}} = \frac{9}{12} \cdot 2000 = \frac{3}{4} \cdot 2000 = 1500 \text{ см}^3.$$

Ответ: 1500.

2.

В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого? Ответ выразите в см.



Пояснение.

Объем цилиндрического сосуда выражается через его диаметр и высоту как $V = H \frac{\pi d^2}{4}$. При увеличении диаметра сосуда в 2 раза высота равного объема жидкости $H = \frac{4V}{\pi d^2}$ уменьшится в 4 раза и станет равна 4.

Ответ: 4.

3.

Объем первого цилиндра равен 12 м^3 . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

Пояснение.

Пусть объём первого цилиндра равен $V_1 = \pi R_1^2 H_1$, объём второго — $V_2 = \pi R_2^2 H_2$, где $R_1, 2$ — радиусы оснований цилиндров, $H_1, 2$ — их высоты. По условию $H_2 = 3H_1$, $R_2 = 0,5R_1$. Выразим объём второго цилиндра через объём первого:

$$V_2 = \pi R_2^2 H_2 = \pi \left(\frac{R_1}{2}\right)^2 3H_1 = \frac{3}{4}(\pi R_1^2 h_1) = \frac{3}{4}V_1,$$

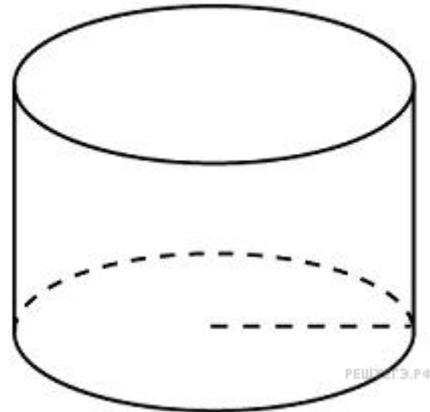
Откуда

$$V_2 = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9 \text{ куб. м.}$$

Ответ: 9.

4.

Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .

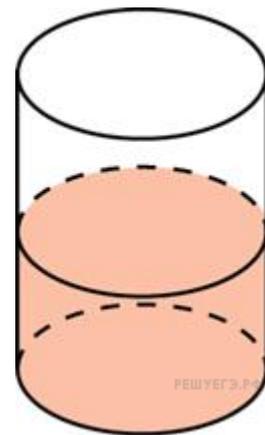
**Пояснение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра $S = 2\pi rH$, поэтому $S = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi$.

Ответ: 12.

5.

В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

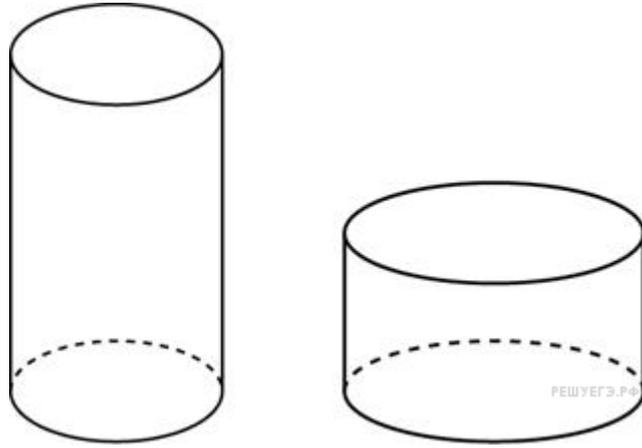
**Пояснение.**

Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен $1/2$ исходного объёма, поэтому объём детали равен 3 куб. см.

Ответ: 3.

6.

Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Пояснение.

Обозначим площадь и высоту второй кружки за S_2 и V_2 . Тогда объем первой кружки

$$V_1 = S_1 H_1 = \pi R_1^2 H_1 = \pi \left(\frac{2}{3} R_2 \right)^2 2H_2 = \frac{8}{9} V_2.$$

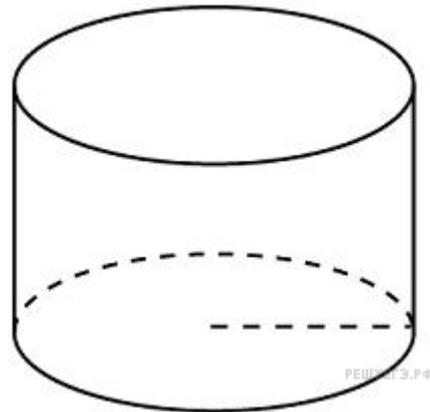
Тогда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{9}{8} = 1,125.$$

Ответ: 1,125.

7.

Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



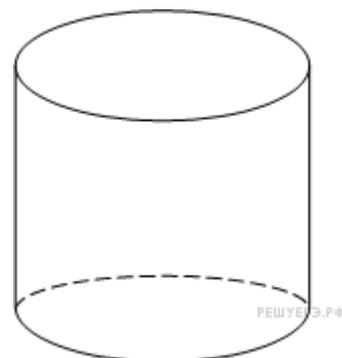
Пояснение.

Площадь боковой поверхности цилиндра равна $S = 2\pi rh = Ch$, где C – длина окружности основания. Поэтому $S = 3 \cdot 2 = 6$.

Ответ: 6.

8.

Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.



Пояснение.

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности, лежащей в основании, на высоту. Поэтому высота цилиндра равна 2.

Ответ: 2.

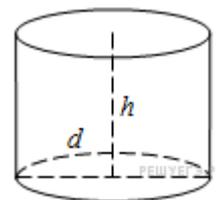
9.

Площадь боковой поверхности цилиндра равна 2π , а диаметр основания — 1. Найдите высоту цилиндра.

Пояснение.

Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле: $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$,

$$\text{значит, } h = \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi r} = \frac{2\pi}{2\pi \cdot \frac{d}{2}} = 2.$$

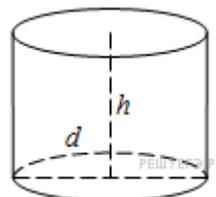
**10.**

Площадь боковой поверхности цилиндра равна 2π , а высота — 1. Найдите диаметр основания.

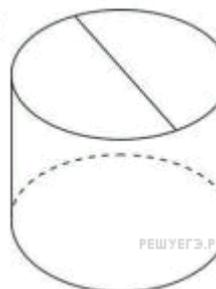
Пояснение.

Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле: $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$,

$$\text{значит, } d = 2r = 2 \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi h} = \frac{2\pi}{\pi h} = 2.$$

**11.**

Площадь боковой поверхности цилиндра равна 40π , а диаметр основания равен 5. Найдите высоту цилиндра.

**Пояснение.**

Поскольку $S_{\text{бок}} = 2\pi Rh$, имеем:

$$h = \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi R} = \frac{S_{\text{бок}}}{\pi D} = \frac{40\pi}{5\pi} = 8.$$

Ответ: 8.

12.

В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в см.



Пояснение.

Объём воды, налитой в цилиндр, высотой h и радиусом r равен $\pi r^2 h$. Следовательно, при увеличении радиуса цилиндра в 4 раза, при неизменном объёме, высота столба воды окажется в $4^2 = 16$ раз меньше, значит, вода во втором цилиндре достигнет уровня 5 см.

Ответ: 5 см.

13.

В сосуд цилиндрической формы налили воду до уровня 80 см. Какого уровня достигнет вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в см.

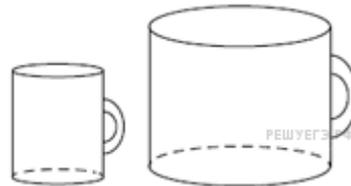
**Пояснение.**

Объём воды, налитой в цилиндр, высотой h и радиусом r равен $\pi r^2 h$. Следовательно, при увеличении радиуса цилиндра в 4 раза, при неизменном объёме, высота столба воды окажется в $4^2 = 16$ раз меньше, значит, вода во втором цилиндре достигнет уровня 5 см.

Ответ: 5.

14.

Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка в полтора раза ниже второй, а вторая вдвое шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?

**Пояснение.**

Объём цилиндра вычисляется по формуле $V = \pi r^2 h$. Объём первой кружки равен $V_1 = \pi r_1^2 h_1$, объём второй кружки равен $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi (2r_1)^2 \frac{3}{2} h_1 = 6\pi r_1^2 h_1 = 6V_1$. Значит, объём второй кружки в шесть раз больше объёма первой.

Ответ: 6.

15.

Даны две кружки цилиндрической формы. Первая кружка вдвое выше второй, а вторая в четыре раза шире первой. Во сколько раз объём второй кружки больше объёма первой?

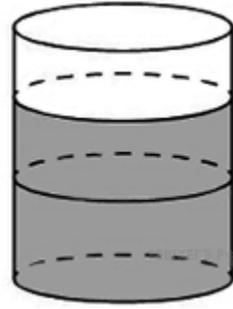
**Пояснение.**

Объём цилиндра вычисляется по формуле $V = \pi r^2 h$. Объём первой кружки равен $V_1 = \pi r_1^2 h_1$, объём второй кружки равен $V_2 = \pi r_2^2 h_2 = \pi (4r_1)^2 \frac{h_1}{2} = 8\pi r_1^2 h_1 = 8V_1$. Значит, объём второй кружки в восемь раз больше объёма первой.

Ответ: 8.

16.

В бак, имеющий форму цилиндра, налито 5 л воды. После полного погружения в воду детали, уровень воды в баке поднялся в 1,2 раза. Найдите объём детали. Ответ дайте в кубических сантиметрах, зная, что в одном литре 1000 кубических сантиметров.



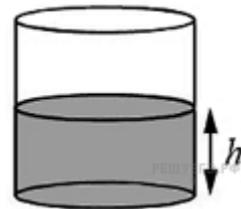
Пояснение.

Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. После погружения детали в воду объём стал равен $5 \cdot 1,2 = 6$ литров, поэтому объём детали равен $6 - 5 = 1 \text{ л} = 1000 \text{ см}^3$.

Ответ: 1000.

17.

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h=40$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Пояснение.

Объём воды, налитой в цилиндр, высотой h и радиусом r равен $\pi r^2 h$. Следовательно, при увеличении радиуса цилиндра в 2 раза, при неизменном объёме, высота столба воды окажется в $2^2 = 4$ раза меньше, значит, вода во втором цилиндре достигнет уровня 10 см.

Ответ: 10 см.

18.

Высота бака цилиндрической формы равна 20 см, а площадь его основания 150 квадратных сантиметров. Чему равен объём этого бака (в литрах)? В одном литре 1000 кубических сантиметров.



Пояснение.

Объём цилиндра равен $V = \pi R^2 H$, где $\pi R^2 = 150 \text{ см}^2$ — площадь основания. Следовательно объём бака равен

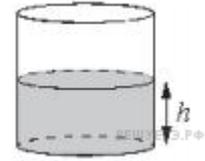
$$V = 150 \cdot 20 = 3000 \text{ см}^3$$

Переведём 3000 см^3 в литры и получим 3 литра.

Ответ: 3.

19.

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне $h = 60$ см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Пояснение.

Объём первого цилиндра равен $S_{\text{осн}} \cdot h_1 = 60$, объём второго цилиндра равен $S_{\text{осн}} \cdot h_2 = \pi(2R)^2 \cdot h_2$. Так как $V_1 = V_2$, то

$$60\pi R^2 = 4\pi R^2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{60\pi R^2}{4\pi R^2} = 15.$$

Ответ: 15.