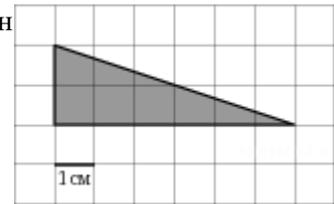


# Треугольник

1.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



**Пояснение.**

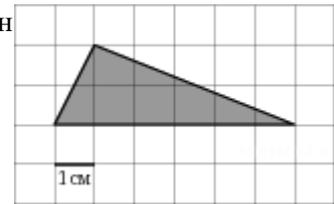
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.

2.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



**Пояснение.**

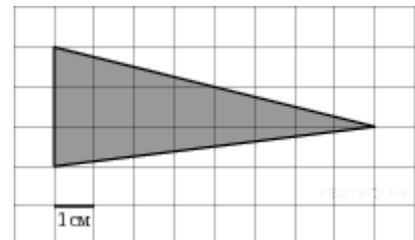
Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.

3.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



**Пояснение.**

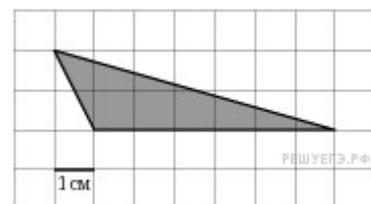
Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12 \text{ см}^2.$$

Ответ: 12.

4.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

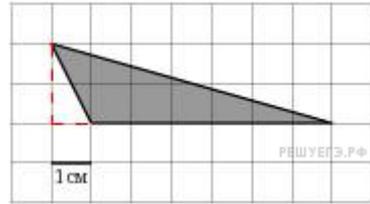


**Пояснение.**

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию или его продолжению. Поэтому

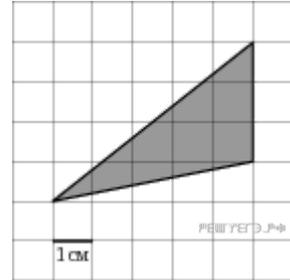
$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.



5.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



**Пояснение.**

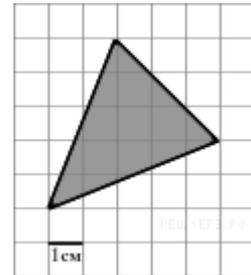
Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию или его продолжению. Выберем за основание вертикальную сторону, длиной 3 клетки. Тогда проведенная к ней из левой нижней вершины треугольника высота равна 5 клеткам (см. рис.). Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 7,5 \text{ см}^2.$$

Ответ: 7,5.

6.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

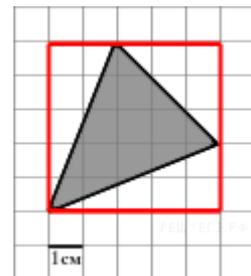


**Пояснение.**

Площадь треугольника равна разности площади прямоугольника и трех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

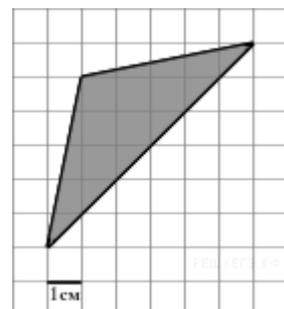
$$S = 5 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 10,5 \text{ см}^2.$$

Ответ: 10,5.



7.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

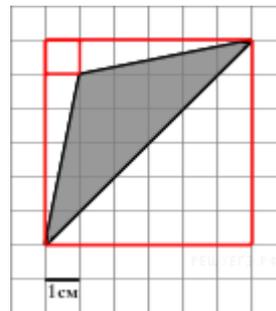


**Пояснение.**

Площадь треугольника равна разности площади большого квадрата, маленького квадрата и трех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

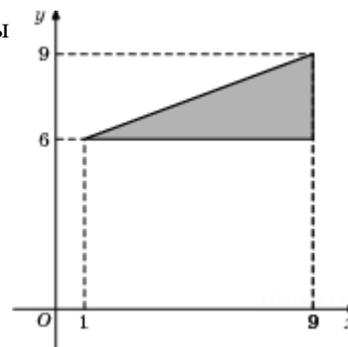
$$S = 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 - 1 \cdot 1 = 12 \text{ см}^2.$$

Ответ: 12.



**8.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (9;9).

**Пояснение.**

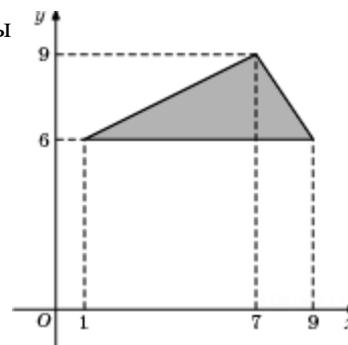
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12.$$

Ответ: 12.

**9.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (7;9).

**Пояснение.**

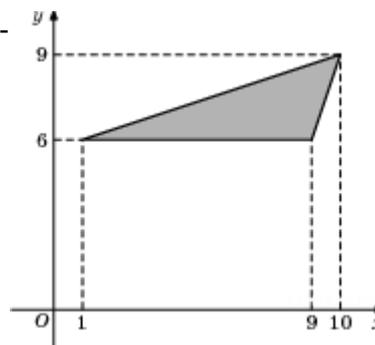
Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12 \text{ см}^2.$$

Ответ: 12.

**10.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (10;9).



**Пояснение.**

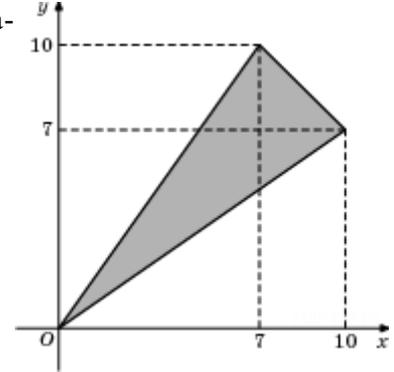
Площадь треугольника равна половине произведения основания (его длина равна 8) на высоту, проведенную к этому основанию или к его продолжению (длина высоты, проведенной к продолжению основания, равна 3). Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12.$$

Ответ: 12.

**11.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (0;0), (10;7), (7;10).

**Пояснение.**

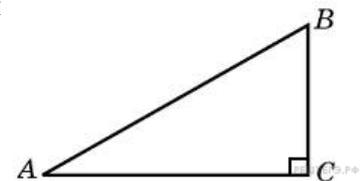
Площадь треугольника равна разности площади квадрата со стороной 10 и трех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами заданного треугольника. Поэтому

$$S = 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 25,5.$$

Ответ: 25,5.

**12.**

Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны 5 и 8.

**Пояснение.**

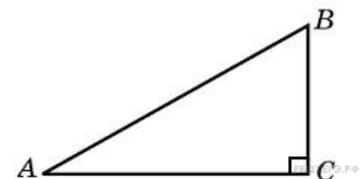
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 20 \text{ см}^2.$$

Ответ: 20.

**13.**

Площадь прямоугольного треугольника равна 16. Один из его катетов равен 4. Найдите другой катет.

**Пояснение.**

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. Пусть неизвестный катет равен  $a$ . Тогда

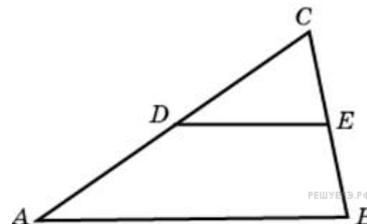
$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 4 = 16 \text{ см}^2,$$

откуда  $a = 8$  см.

Ответ: 8.

**14.**

Площадь треугольника  $ABC$  равна 4.  $DE$  — средняя линия. Найдите площадь треугольника  $CDE$ .



**Пояснение.**

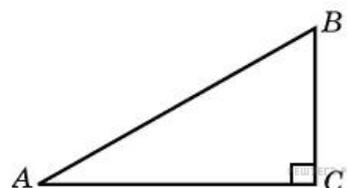
Треугольник  $CDE$  подобен треугольнику  $CAB$ . Коэффициент подобия равен отношению подобных сторон. Отрезок  $DE$  — средняя линия, ее длина равна половине основания. Поэтому коэффициент подобия равен 0,5. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия. Тогда

$$S = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \text{ см}^2.$$

Ответ: 1.

**15.**

Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катет и гипотенуза равны соответственно 6 и 10.



**Пояснение.**

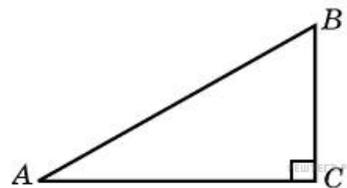
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов. По теореме Пифагора  $a^2 = 100 - 36 = 64$ ,  $a = 8$ , где  $a$  — второй катет. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24.$$

Ответ: 24.

**16.**

Площадь прямоугольного треугольника равна 24. Один из его катетов на 2 больше другого. Найдите меньший катет.



**Пояснение.**

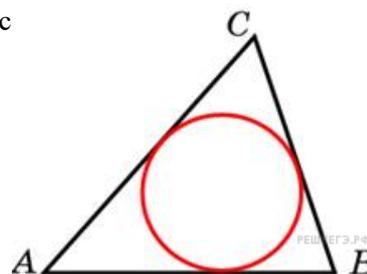
Пусть  $x$  — меньший катет, тогда  $x + 2$  — больший. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов:

$$\frac{1}{2}x(x+2) = 24 \Leftrightarrow x(x+2) = 48 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ x = -8, \Leftrightarrow x = 6. \\ x > 0 \end{cases}$$

Ответ: 6.

**17.**

Площадь треугольника равна 54, а его периметр 36. Найдите радиус вписанной окружности.



**Пояснение.**

Площадь треугольника равна произведению полупериметра на радиус вписанной окружности, поэтому

$$r = \frac{S}{p} = \frac{54}{18} = 3.$$

Ответ: 3.

**18.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (2; 2), (8; 10), (8; 8).

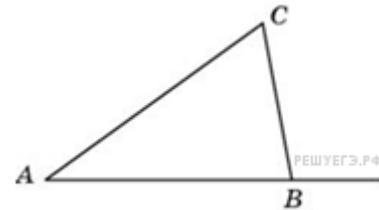
**Пояснение.**

Длина стороны, соединяющей вершины с координатами (8; 10) и (8; 8), равна 2. Высота, проведенная из вершины с координатами (2; 2) к продолжению этой стороны, равна 6. Поэтому площадь треугольника равна половине произведения высоты на сторону, к которой она проведена. Поэтому площадь равна 6.

Ответ: 6.

**19.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $40^\circ$ , внешний угол при вершине  $B$  равен  $102^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

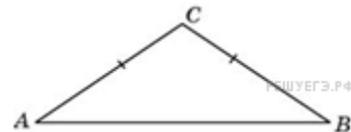
Внешний угол треугольника равен сумме несмежных с ним углов этого треугольника. Поэтому

$$\angle C = \angle B_{\text{внешн}} - \angle A = 102^\circ - 40^\circ = 62^\circ.$$

Ответ: 62.

**20.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $38^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

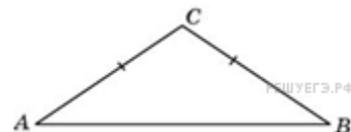
так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 2\angle A = 104^\circ.$$

Ответ: 104.

**21.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $118^\circ$ ,  $AC = BC$ . Найдите угол  $A$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

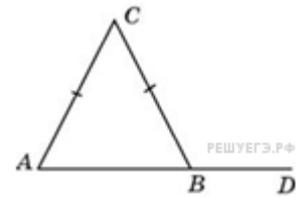
так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle A = \frac{180^\circ - \angle C}{2} = \frac{62^\circ}{2} = 31^\circ.$$

Ответ: 31.

**22.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $52^\circ$ . Найдите внешний угол  $CBD$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

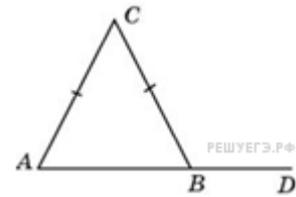
так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle CBD = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - \frac{180^\circ - \angle C}{2} = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ.$$

Ответ: 116.

**23.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $122^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

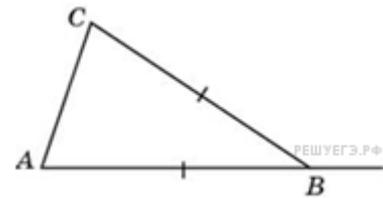
так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle C = 180^\circ - 2\angle B = 180^\circ - 2(180^\circ - \angle CBD) = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ.$$

Ответ: 64.

**24.**

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ . Внешний угол при вершине  $B$  равен  $138^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

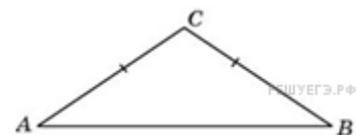
так как треугольник  $ABC$  равнобедренный, то углы при его основании равны.

$$\angle C = \frac{180^\circ - \angle B}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - 138^\circ)}{2} = 69^\circ.$$

Ответ: 69.

**25.**

Один из углов равнобедренного треугольника равен  $98^\circ$ . Найдите один из других его углов. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

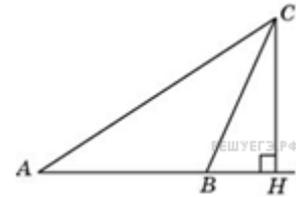
Углы при основании равнобедренного равны и являются острыми углами. Тогда данный в условии угол является углом при вершине, откуда

$$\angle A = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ.$$

Ответ: 41.

**26.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $30^\circ$ ,  $CH$  – высота, угол  $BCH$  равен  $22^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



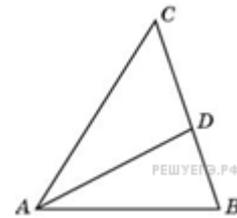
**Пояснение.**

$$\angle ACB = \angle ACH - \angle BCH = (90^\circ - \angle A) - \angle BCH = (90^\circ - 30^\circ) - 22^\circ = 38^\circ.$$

Ответ: 38.

**27.**

В треугольнике  $ABC$   $AD$  – биссектриса, угол  $C$  равен  $50^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $28^\circ$ . Найдите угол  $B$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

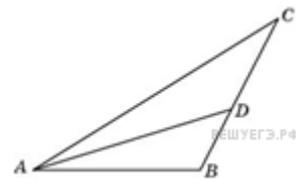
так как  $AD$  – биссектриса, она делит угол пополам. Имеем

$$\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 180^\circ - 2\angle CAD - \angle C = 180^\circ - 2 \cdot 28^\circ - 50^\circ = 74^\circ.$$

Ответ: 74.

**28.**

В треугольнике  $ABC$   $AD$  – биссектриса, угол  $C$  равен  $30^\circ$ , угол  $BAD$  равен  $22^\circ$ . Найдите угол  $ADB$ . Ответ дайте в градусах.



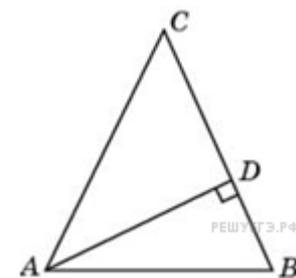
**Пояснение.**

Поскольку  $AD$  – биссектриса  $\angle CAD = \angle BAD = 22^\circ$ . Угол  $ADB$  является внешним углом треугольника  $ADC$ , поэтому он равен сумме двух не смежных с ним углов:  $\angle ADB = \angle CAD + \angle ACD = 52^\circ$ .

Ответ: 52.

**29.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AD$  – высота, угол  $BAD$  равен  $24^\circ$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

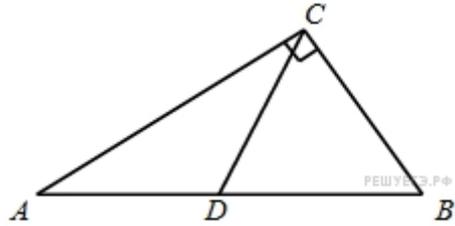
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы при его основании равны.

$$\angle C = 180^\circ - 2\angle B = 180^\circ - 2(90^\circ - \angle BAD) = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ.$$

Ответ: 48.

**30.**

В треугольнике  $ABC$   $CD$  – медиана, угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

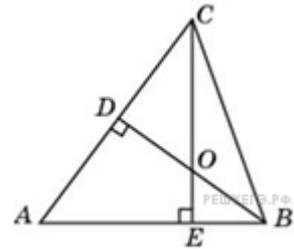
$CD$  – медиана в прямоугольном треугольнике, значит,  $CD = AD = BD$ . Тогда треугольник  $ACD$  – равнобедренный, углы при его основании равны.

$$\angle ACD = \angle A = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ.$$

Ответ: 32.

**31.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $72^\circ$ , а углы  $B$  и  $C$  – острые.  $BD$  и  $CE$  – высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $DOE$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

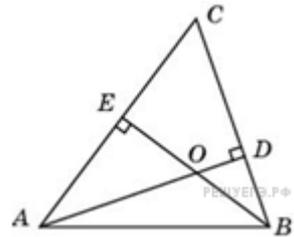
Сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна  $360$  градусам, следовательно,

$$\angle DOE = 360^\circ - \angle ADO - \angle OEA - \angle A = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 108^\circ.$$

Ответ: 108.

**32.**

Два угла треугольника равны  $58^\circ$  и  $72^\circ$ . Найдите тупой угол, который образуют высоты треугольника, выходящие из вершин этих углов. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

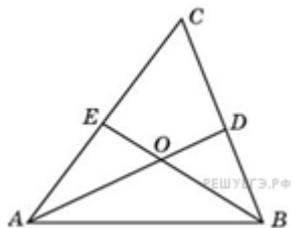
Сумма углов в выпуклом четырёхугольнике равна  $360$  градусам, следовательно,

$$\begin{aligned} \angle DOE &= 360^\circ - \angle CDO - \angle CEO - \angle C = \\ &= 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 58^\circ - 72^\circ) = 130^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 130.

**33.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $58^\circ$ ,  $AD$  и  $BE$  – биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

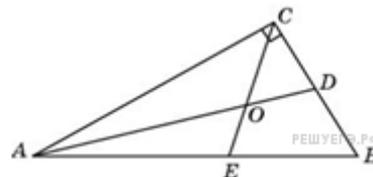
Рассмотрим угол  $AOB$  в треугольнике  $AOB$ :

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B) = \\ &= 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle C) = 180^\circ - 61^\circ = 119^\circ.\end{aligned}$$

Ответ: 119.

**34.**

Острый угол прямоугольного треугольника равен  $32^\circ$ . Найдите острый угол, образованный биссектрисами этого и прямого углов треугольника. Ответ дайте в градусах.

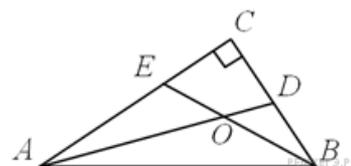
**Пояснение.**

$$\angle AOE = \frac{1}{2}(\angle C + \angle A) = \frac{90^\circ}{2} + \frac{32^\circ}{2} = 61^\circ.$$

Ответ: 61.

**35.**

Найдите острый угол между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

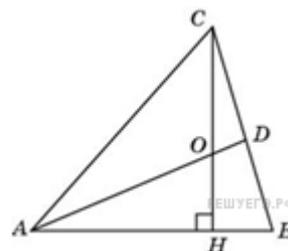
**Пояснение.**

$$\angle BOD = 180^\circ - \angle BOA = 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)\right) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

Ответ: 45.

**36.**

В треугольнике  $ABC$   $CH$  – высота,  $AD$  – биссектриса,  $O$  – точка пересечения  $CH$  и  $AD$ , угол  $BAD$  равен  $26^\circ$ . Найдите угол  $AOC$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

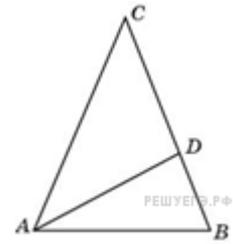
Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ , откуда:

$$\angle AOC = 180^\circ - \angle OAC - \angle ACO = 180^\circ - \angle BAD - (90^\circ - 2\angle BAD) = 90^\circ + \angle BAD = 90^\circ + 26^\circ = 116^\circ.$$

Ответ: 116.

**37.**

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AD$  и  $AB = AD = CD$ . Найдите меньший угол треугольника  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

треугольник  $ADC$  – равнобедренный, значит, угол  $DAC$  равен углу  $ACD$ , как углы при его основании. треугольник  $ADB$  тоже равнобедренный, значит, угол  $ADB$  равен углу  $ABD$ , как углы при его основании, причем

$$\angle ADB = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - (180^\circ - 2\angle ACD) = 2\angle ACD.$$

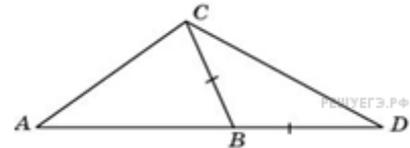
Тогда

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ &\Leftrightarrow \angle BAD + \angle DAC + \angle ABD + \angle ACD = 180^\circ \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 5\angle ACD = 180^\circ &\Leftrightarrow \angle ACD = 36^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 36.

**38.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $44^\circ$ , угол  $C$  равен  $62^\circ$ . На продолжении стороны  $AB$  отложен отрезок  $BD = BC$ . Найдите угол  $D$  треугольника  $BCD$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

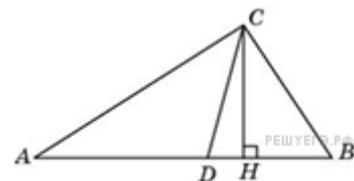
Треугольник  $CBD$  – равнобедренный, значит, угол  $BDC$  равен углу  $BCD$ , как углы при его основании.

$$\begin{aligned} \angle D &= \frac{180^\circ - \angle CBD}{2} = \frac{180^\circ - (180^\circ - \angle CBA)}{2} = \\ &= \frac{\angle CBA}{2} = \frac{180^\circ - \angle A - \angle ACB}{2} = \frac{74^\circ}{2} = 37^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 37.

**39.**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $29^\circ$  и  $61^\circ$ . Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



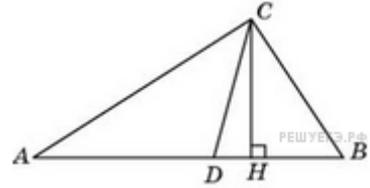
**Пояснение.**

$$\begin{aligned} \angle DCH &= \angle C - \angle ACD - \angle BCH = \angle C - \frac{\angle C}{2} - (90^\circ - \angle B) = \\ &= 90^\circ - 45^\circ - 29^\circ = 16^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

**40.**

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $21^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

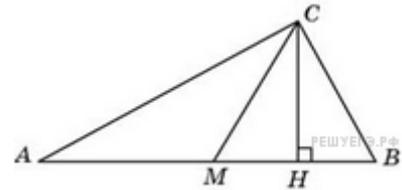
меньшим будет угол  $A$ , так как угол  $ACH$  в прямоугольном треугольнике  $ACH$  очевидно больше, чем угол  $HCB$  в прямоугольном треугольнике  $HCB$ . Рассмотрим треугольник  $ACH$ .

$$\angle A = 90^\circ - \angle ACH = 90^\circ - (\angle ACD + \angle DCH) = 90^\circ - (45^\circ + 21^\circ) = 24^\circ.$$

Ответ: 24.

**41.**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $24^\circ$  и  $66^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

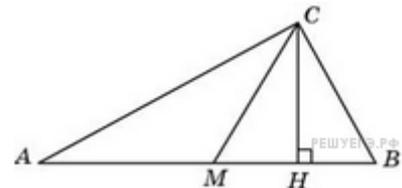
так как  $CM$  – медиана, то  $AM = MC$  (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы  $A$  и  $ACM$  равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle MCH = \angle C - \angle ACM - \angle BCH = 90^\circ - 24^\circ - (90^\circ - 66^\circ) = 42^\circ.$$

Ответ: 42.

**42.**

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $40^\circ$ . Найдите больший из острых углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

В прямоугольном треугольнике  $CHM$  угол  $C$  равен  $40^\circ$ , поэтому угол  $M$  равен  $50^\circ$ .

В треугольник  $ACB$  прямоугольный,  $CM$  – медиана, опущенная из вершины прямого угла, следовательно,  $CM = MB$ , и углы  $B$  и  $MCB$  равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

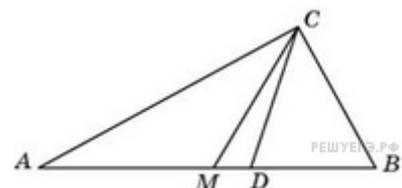
Тогда

$$\angle B = \frac{180^\circ - \angle CMB}{2} = \frac{180^\circ - (90^\circ - \angle MCH)}{2} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

Ответ: 65.

**43.**

Острые углы прямоугольного треугольника равны  $24^\circ$  и  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

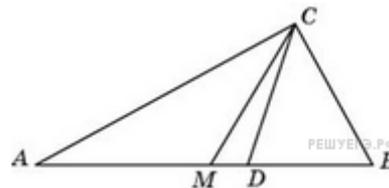
так как  $CM$  – медиана, то  $AM = MC$  (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы  $A$  и  $ACM$  равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle MCD = \angle C - \frac{\angle C}{2} - \angle ACM = \frac{\angle C}{2} - \angle A = 45^\circ - 24^\circ = 21^\circ.$$

Ответ: 21.

**44.**

Угол между биссектрисой и медианой прямоугольного треугольника, проведенными из вершины прямого угла, равен  $14^\circ$ . Найдите меньший угол этого треугольника. Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

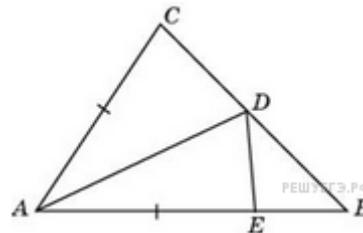
так как  $CM$  – медиана, то  $AM = MC$  (свойство медианы в прямоугольном треугольнике), а значит, углы  $A$  и  $ACM$  равны как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle A = \angle ACM = \angle C - \angle BCD - \angle MCD = 90^\circ - 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ.$$

Ответ: 31.

**45.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $B$  равен  $45^\circ$ , угол  $C$  равен  $85^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса,  $E$  — такая точка на  $AB$ , что  $AE = AC$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

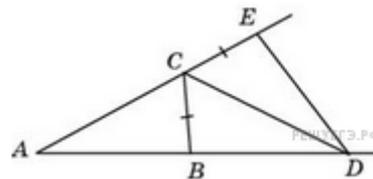
треугольники  $CAD$  и  $EAD$  равны по двум сторонам и углу, лежащему между ними, значит,  $\angle C = \angle DEA = 85^\circ$ . Тогда

$$\angle BDE = 180^\circ - \angle B - \angle BED = 180^\circ - 45^\circ - (180^\circ - 85^\circ) = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

**46.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $30^\circ$ , угол  $B$  равен  $86^\circ$ ,  $CD$  — биссектриса внешнего угла при вершине  $C$ , причем точка  $D$  лежит на прямой  $AB$ . На продолжении стороны  $AC$  за точку  $C$  выбрана такая точка  $E$ , что  $CE = CB$ . Найдите угол  $BDE$ . Ответ дайте в градусах

**Пояснение.**

треугольники  $CBD$  и  $ECD$  равны по двум сторонам и углу, лежащему между ними, значит,  $\angle BDC = \angle CDE$ . Тогда

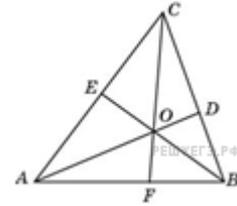
$$\angle BDE = 2\angle BDC = 2(180^\circ - \angle BCD - \angle CBD).$$

Учитывая, что  $\angle BCD = \angle BCE/2 = (\angle A + \angle B)/2 = 58^\circ$  и  $\angle CBD = 180^\circ - \angle B = 94^\circ$ , получим  $\angle BDE = 56^\circ$ .

Ответ: 56.

**47.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , угол  $B$  равен  $82^\circ$ .  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  – биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOF$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

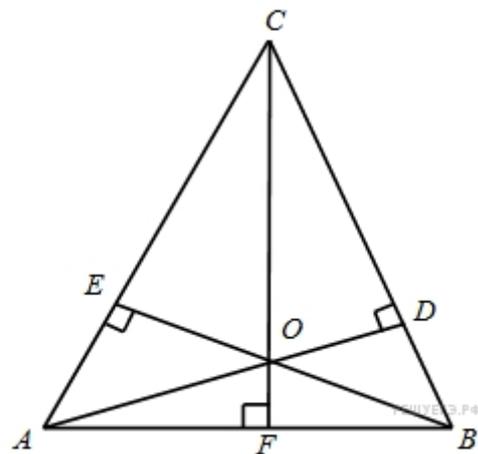
$$\angle AOF = 180^\circ - \angle OAF - \angle OFA = 180^\circ - \frac{\angle A}{2} - \left(180^\circ - \angle A - \frac{\angle C}{2}\right) =$$

$$\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle C}{2} = \frac{1}{2}(\angle A + 180^\circ - \angle A - \angle B) = 90^\circ - \frac{\angle B}{2} = 49^\circ.$$

Ответ: 49.

**48.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , угол  $B$  равен  $82^\circ$ .  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  – высоты, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOF$ . Ответ дайте в градусах.

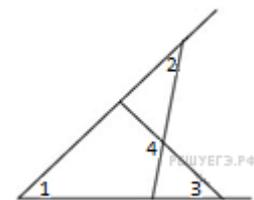


**Пояснение.**

Угол между высотами равен углу между сторонами, к которым они проведены:  $\angle AOF = \angle B = 82^\circ$ .  
 Ответ: 82.

**49.**

На рисунке угол 1 равен  $46^\circ$ , угол 2 равен  $30^\circ$ , угол 3 равен  $44^\circ$ . Найдите угол 4. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

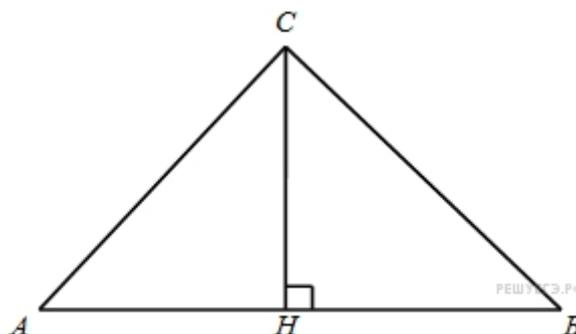
сумма углов в выпуклом четырехугольнике равна  $360^\circ$ .

$$\angle 4 = 360^\circ - \angle 1 - (180^\circ - \angle 1 - \angle 2) - (180^\circ - \angle 1 - \angle 3) = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 120^\circ.$$

Ответ: 120.

**50.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 4$ , высота  $CH$  равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

Высота в равнобедренном треугольнике является медианой, поэтому  $AH = 2$ . Рассмотрим треугольник  $AHC$ , по теореме Пифагора:

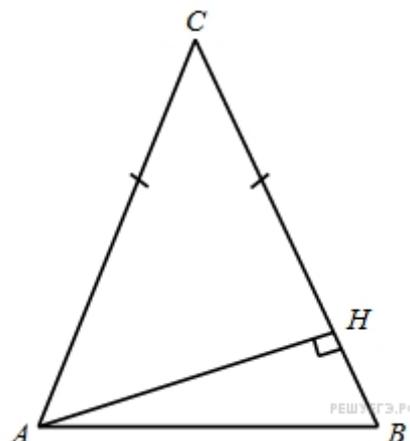
$$AC = \sqrt{AH^2 + CH^2} = \sqrt{4 + 12} = 4.$$

Угол  $ACH$ , лежащий против катета, равного половине гипотенузы, равен  $30^\circ$ . Поскольку искомый угол  $ACB$  вдвое больше, он равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.

**51.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 6$ , высота  $AH$  равна 3. Найдите угол  $C$ . Ответ дайте в градусах.



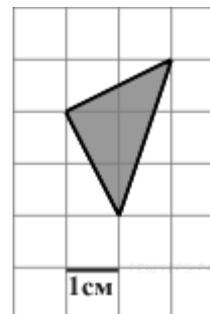
**Пояснение.**

Рассмотрим треугольник  $AHC$ . Угол  $C$  лежит против катета, который равен половине гипотенузы, а значит, равен  $30^\circ$ .

Ответ: 30.

**52.**

Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



**Пояснение.**

По теореме Пифагора длины сторон треугольника равны  $\sqrt{5}$ ,  $\sqrt{5}$ , и  $\sqrt{10}$ . Поскольку сумма квадратов меньших сторон равна квадрату большей стороны, треугольник прямоугольный. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, поэтому,

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 2,5 \text{ см}^2.$$

**53.**

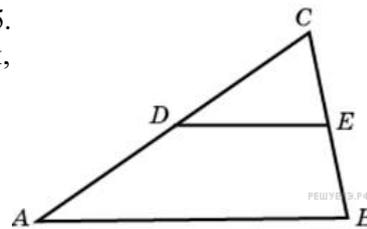
Площадь треугольника  $ABC$  равна 12.  $DE$  – средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABDE$ .

**Пояснение.**

Треугольник  $CDE$  подобен треугольнику  $CAB$  с коэффициентом 0,5. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому

$$S_{CDE} = \frac{1}{4} \cdot 12 = 3.$$

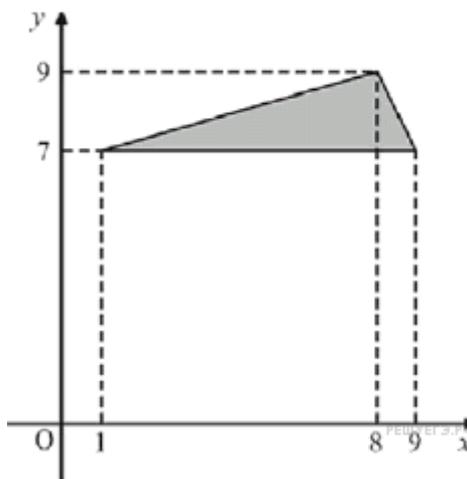
Следовательно,  $S_{\text{трап}} = S_{ABC} - S_{CDE} = 12 - 3 = 9$ .



Ответ: 9.

**54.**

Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;7) (9;7) (8;9).



**Пояснение.**

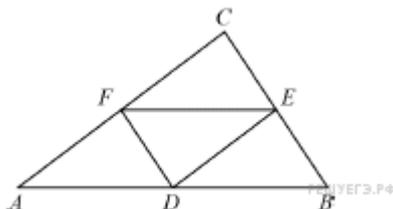
Площадь треугольника равна произведению основания на высоту. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot (9 - 1)(9 - 7) = 8.$$

Ответ: 8.

**55.**

Точки  $D, E, F$  – середины сторон треугольника  $ABC$ . Периметр треугольника  $DEF$  равен 5. Найти периметр треугольника  $ABC$ .

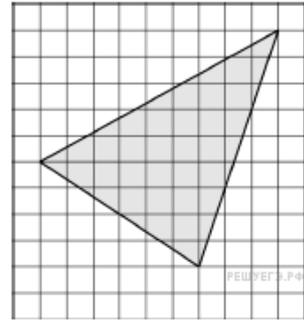


**Пояснение.**

Стороны треугольника  $FED$  являются средними линиями треугольника  $ABC$ , поэтому длины сторон треугольника  $ABC$  вдвое больше длин сторон треугольника  $FED$ . Следовательно, периметр треугольника  $ABC$  вдвое больше периметра треугольника  $FED$ , поэтому он равен 10.

**56.**

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см  $\times$  1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

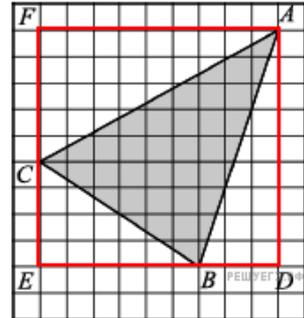


**Пояснение.**

Введём обозначения, приведённые на рисунке. Площадь треугольника  $ABC$  равна разности площади квадрата  $ADEF$  и трех прямоугольных треугольников  $FAC$ ,  $ADB$  и  $BEC$ , гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

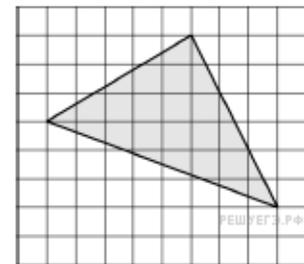
$$S = 9 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 33 \text{ см}^2.$$

Ответ: 33.



**57.**

Найдите площадь треугольника, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

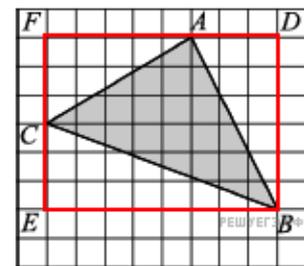


**Пояснение.**

Введём обозначения, приведённые на рисунке. Площадь треугольника  $ABC$  равна разности площади прямоугольника  $FDBE$  и трех прямоугольных треугольников  $FAC$ ,  $ADB$  и  $BEC$ , гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

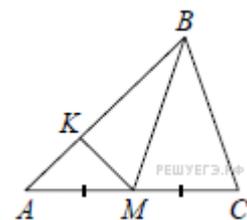
$$S = 8 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 19,5 \text{ см}^2.$$

Ответ: 19,5.



**58.**

В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$ , на стороне  $AB$  взята точка  $K$  так, что  $AK = \frac{1}{3}AB$ . Площадь треугольника  $AMK$  равна 5. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



**Пояснение.**

Из точки  $M$  можно провести перпендикуляр на прямую  $AB$ . Получим, что треугольники  $AMK$  и  $ABM$  имеют общую высоту, значит, их площади относятся как длины оснований:

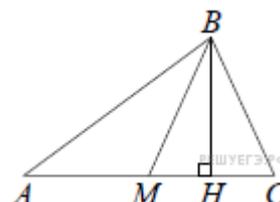
$$\frac{S_{ABM}}{S_{AMK}} = \frac{AB}{AK} = 3 \Leftrightarrow S_{ABM} = 3S_{AMK} = 15.$$

Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника, то есть площади треугольников  $ABM$  и  $MBC$ , следовательно,  $S_{ABC} = 2S_{ABM} = 30$ .

Ответ: 30.

**59.**

В треугольнике  $ABC$  сторона  $AC = 12$ ,  $BM$  — медиана,  $BH$  — высота,  $BC = BM$ . Найдите длину отрезка  $AH$ .



**Пояснение.**

Рассмотрим треугольник  $ABC$ .  $BM$  — медиана, по определению она делит сторону пополам, следовательно  $AM = MC$ .

$$AC : 2 = 12 : 2 = 6 \Leftrightarrow AM = MC = 6.$$

По условию  $BM = BC$ , значит треугольник  $MBC$  равнобедренный, а в равнобедренном треугольнике высота является биссектрисой и медианой.  $BH$  является медианой и делит  $MC$  пополам, следовательно  $MH = HC$ . Найдём  $MH$ :  $MC = 6$ ,  $MH = 6 : 2 = 3$ .

$$AH = AM + MH, AH = 6 + 3 = 9.$$

Ответ: 9.

**60.**

Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна  $\sqrt{17}$ , а один из катетов равен 1.



**Пояснение.**

Пусть второй катет равен  $x$ , используем теорему Пифагора и найдём его:

$$x^2 = \sqrt{17}^2 - 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 17 - 1 \Leftrightarrow x = \sqrt{16} \Leftrightarrow x = 4.$$

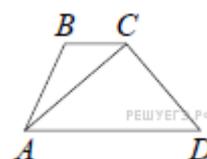
Найдём площадь прямоугольного треугольника:

$$S_{\text{тр.}} = \frac{1}{2}ah \Leftrightarrow S = \frac{1 \cdot 4}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

**61.**

В трапеции  $ABCD$  основания  $AD$  и  $BC$  равны 8 и 2 соответственно, а площадь трапеции равна 35. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



**Пояснение.**

Используя формулу нахождения площади трапеции найдём её высоту:

$$S_{\text{трап.}} = \frac{1}{2}(BC + AD)h \Leftrightarrow 35 = \frac{1}{2}(2 + 8)h \Leftrightarrow 35 = 5h \Leftrightarrow h = 7.$$

Найдём площадь треугольника  $ACD$ :

$$S_{ACD} = \frac{1}{2}AD \cdot h = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28.$$

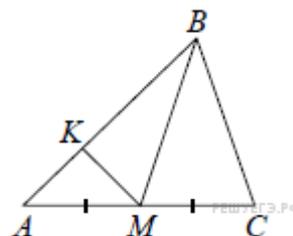
Вычтем из площади трапеции площадь треугольника  $ACD$ , следовательно площадь треугольника  $ABC$  равна:

$$S_{\text{трап.}} - S_{ACD} = 35 - 28 = 7.$$

Ответ: 7.

**62.**

В треугольнике  $ABC$  проведена медиана  $BM$  и на стороне  $AB$  взята точка  $K$  так, что  $AK = \frac{1}{3}AB$ . Площадь треугольника  $AMK$  равна 5. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .

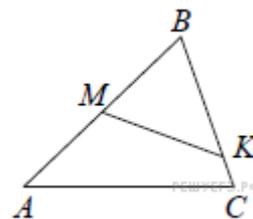
**Пояснение.**

Медиана делит треугольник  $ABC$  на два равновеликих.  $S_{AKM} = \frac{1}{3}S_{ABM}$ , так как  $AK = \frac{1}{3}AB$ . Следовательно,  $S_{ABM} = 5 \cdot 3 = 15$ , тогда  $S_{ABC} = 15 + 15 = 30$ .

Ответ: 30

**63.**

В треугольнике  $ABC$  известно на сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $BM : AB = 1 : 2$ , а  $BK : BC = 4 : 5$ . Во сколько раз площадь треугольника  $ABC$  больше площади треугольника  $MBK$ ?

**Пояснение.**

Площадь треугольника выражается формулой:  $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$ . Согласно условию:

$$AB = 2MB, BC = \frac{5}{4}BK.$$

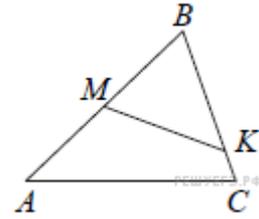
Тогда:

$$S_{MBK} = \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BK \cdot \sin \angle B, S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{2} \cdot 2MB \cdot \frac{5}{4}BK \cdot \sin \angle B = \frac{10}{4} \cdot S_{MBK} = 2,5 \cdot S_{MBK}$$

Ответ: 2,5

**64.**

В треугольнике  $ABC$  известно на сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $BM : AB = 1 : 2$ , а  $BK : BC = 2 : 3$ . Во сколько раз площадь треугольника  $ABC$  больше площади треугольника  $MBK$ ?



**Пояснение.**

Площадь треугольника выражается формулой:  $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha$ . Согласно условию:

$$AB = 2MB, BC = \frac{3}{2}BK.$$

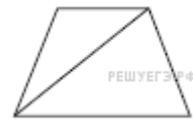
Тогда:

$$S_{MBK} = \frac{1}{2} \cdot MB \cdot BK \cdot \sin \angle B, S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle B = \frac{1}{2} \cdot 2MB \cdot \frac{3}{2}BK \cdot \sin \angle B = 3 \cdot S_{MBK}$$

Ответ: 3

**65.**

Основания равнобедренной трапеции равны 56 и 104, боковая сторона равна 30. Найдите длину диагонали трапеции.

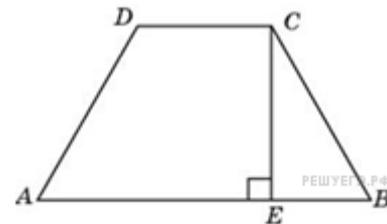


**Пояснение.**

Найдем разницу между двумя основаниями:

$$104 - 56 = 48$$

Поскольку трапеция равнобедренная, то высотой, проведенной из точки C, а также высотой проведенной из точки D, от нижнего основания "отрезается" 2 равные части. Найдем длину одной из таких частей:



$$48 : 2 = 24$$

Рассмотрим треугольник СЕВ. Из него (по теореме Пифагора) найдем высоту СЕ:

$$CE^2 + EB^2 = CB^2 \Leftrightarrow CE^2 + 24^2 = 30^2 \Leftrightarrow CE^2 = 30^2 - 24^2 = 18^2 \Leftrightarrow CE = 18$$

Рассмотрим, наконец, треугольник АСЕ. В нем мы знаем высоту, а также  $AE = 56 + 24 = 80$ . Теперь, также по теореме Пифагора найдем искомую диагональ АС, которая является гипотенузой прямоугольного треугольника:

$$AC^2 = AE^2 + CE^2 = 18^2 + 80^2 = 82^2 \Leftrightarrow AC = 82$$

Ответ: 82

**66.**

Основания равнобедренной трапеции равны 21 и 57, боковая сторона равна 82. Найдите длину диагонали трапеции.

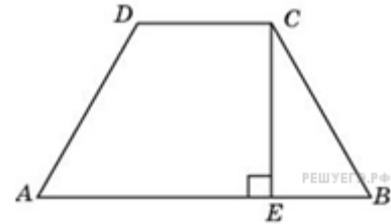


**Пояснение.**

Найдем разницу между двумя основаниями:

$$57 - 21 = 36$$

Поскольку трапеция равнобедренная, то высотой, проведенной из точки  $C$ , а также высотой проведенной из точки  $D$ , от нижнего основания "отрезается" 2 равные части. Найдем длину одной из таких частей:



$$36 : 2 = 18$$

Рассмотрим треугольник  $CEB$ . Из него (по теореме Пифагора) найдем высоту  $CE$ :

$$CE^2 + EB^2 = CB^2 \Leftrightarrow CE^2 + 18^2 = 82^2 \Leftrightarrow CE^2 = 82^2 - 18^2 = 80^2 \Leftrightarrow CE = 80$$

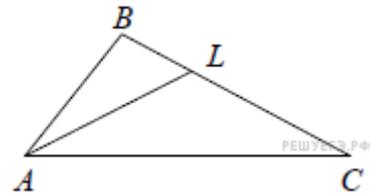
Рассмотрим, наконец, треугольник  $ACE$ . В нем мы знаем высоту, а также  $AE = 21 + 18 = 39$ . Теперь, также по теореме Пифагора найдем искомую диагональ  $AC$ , которая является гипотенузой прямоугольного треугольника:

$$AC^2 = AE^2 + CE^2 = 39^2 + 80^2 = 89^2 \Leftrightarrow AC = 89$$

Ответ: 89

**67.**

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ , угол  $ALC$  равен  $140^\circ$ , угол  $ABC$  равен  $123^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

Рассмотрим треугольник  $ABL$ .

$$\angle BLA = 180 - \angle ALC = 180 - 140 = 40 \text{ (т.к. это смежные углы)}$$

По теореме о сумме углов треугольника:

$$180 = \angle ABC + \angle BLA + \angle LAB = 123 + 40 + \angle LAB \\ \angle LAB = 180 - 123 - 40 = 17$$

Рассмотрим треугольник  $ALC$ .

$$\angle LAC = \angle LAB = 17 \text{ (т.к. } AL \text{ - биссектриса)}$$

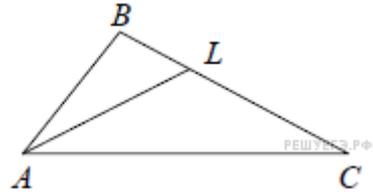
По теореме о сумме углов треугольника:

$$180 = \angle ALC + \angle ACB + \angle LAC = 140 + \angle ACB + 17 \\ \angle ACB = 180 - 140 - 17 = 23$$

Ответ: 23

**68.**

В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $AL$ , угол  $ALC$  равен  $145^\circ$ , угол  $ABC$  равен  $113^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

Рассмотрим треугольник ABL.

$$\angle BLA = 180 - \angle ALC = 180 - 145 = 35 \text{ (т.к. это смежные углы)}$$

По теореме о сумме углов треугольника:

$$\begin{aligned} 180 &= \angle ABC + \angle BLA + \angle LAB = 113 + 35 + \angle LAB \\ \angle LAB &= 180 - 113 - 35 = 32 \end{aligned}$$

Рассмотрим треугольник ALC.

$$\angle LAC = \angle LAB = 32 \text{ (т.к. AL - биссектриса)}$$

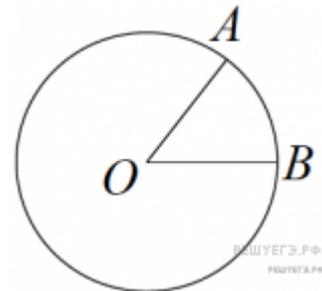
По теореме о сумме углов треугольника:

$$\begin{aligned} 180 &= \angle ALC + \angle ACB + \angle LAC = 145 + \angle ACB + 32 \\ \angle ACB &= 180 - 145 - 32 = 3 \end{aligned}$$

Ответ: 3

**69.**

На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что  $\angle AOB = 2^\circ$ . Длина меньшей дуги AB равна 46. Найдите длину большей дуги.



**Пояснение.**

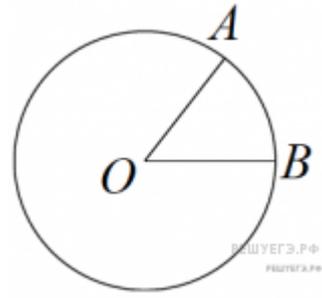
Углу  $\angle AOB = 2^\circ$  соответствует длина дуги 46. Таким образом, углу  $360^\circ - 2^\circ = 358^\circ$  соответствует длина дуги:

$$\frac{358^\circ \cdot 46}{2^\circ} = 8234$$

Ответ: 8234

**70.**

На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что  $\angle AOB = 8^\circ$ . Длина меньшей дуги AB равна 88. Найдите длину большей дуги.



**Пояснение.**

Углу  $\angle AOB = 8^\circ$  соответствует длина дуги 88. Таким образом, углу  $360^\circ - 8^\circ = 352^\circ$  соответствует длина дуги:

$$\frac{352^\circ \cdot 88}{8^\circ} = 3872$$

Ответ: 3872