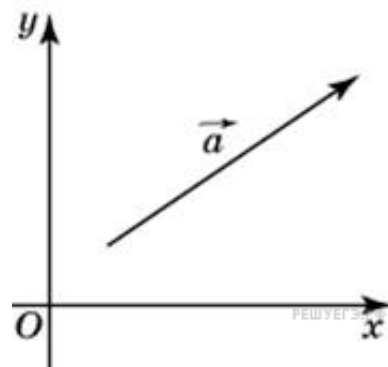


Векторы

1.

Найдите длину вектора $\vec{a}(6; 8)$.



Пояснение.

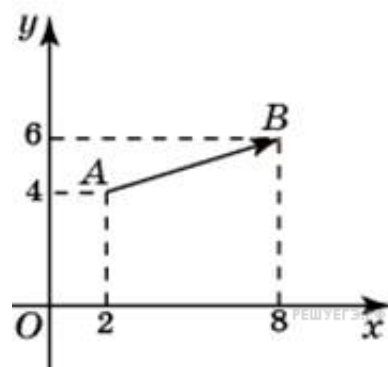
Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$$

Ответ: 10.

2.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{AB}$.



Пояснение.

Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(8-2)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{40},$$

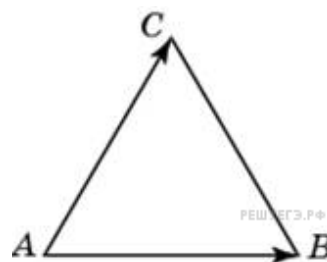
Поэтому

$$(\sqrt{40})^2 = 40.$$

Ответ: 40.

3.

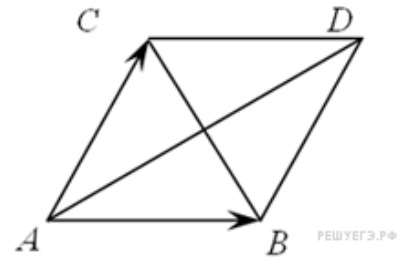
Стороны правильного треугольника ABC равны $2\sqrt{3}$. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$.



Пояснение.

Достраиваем треугольник до ромба. Поскольку $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$ необходимо найти длину большей диагонали ромба, равную удвоенной длине медианы равностороннего треугольника ABC . Таким образом, имеем:

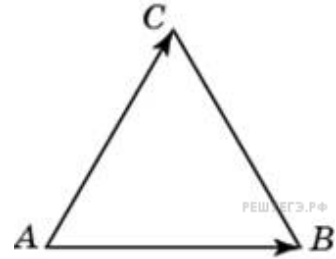
$$AD = 2 \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6.$$



Ответ: 6.

4.

Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите длину вектора $\vec{AB} - \vec{AC}$.



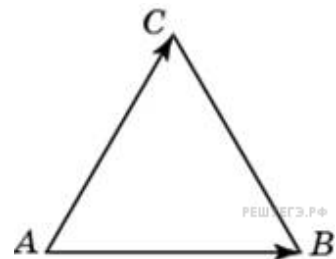
Пояснение.

Разность $\vec{AB} - \vec{AC}$ равна вектору $\vec{CB}$. Длина вектора $\vec{CB} = 3$.

Ответ: 3.

5.

Стороны правильного треугольника ABC равны 3. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$.



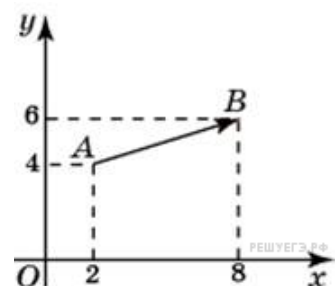
Пояснение.

Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Углы в правильном треугольнике равны 60° . Поэтому скалярное произведение равно $3 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 4,5$.

Ответ: 4,5.

6.

Найдите сумму координат вектора $\vec{AB}$.



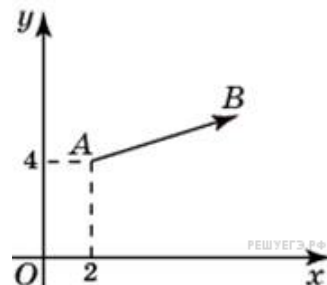
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(8 - 2; 6 - 4) = (6, 2)$. Поэтому сумма координат вектора $\overrightarrow{AB}$ равна 8.

Ответ: 8.

7.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$.
Найдите абсциссу точки B .



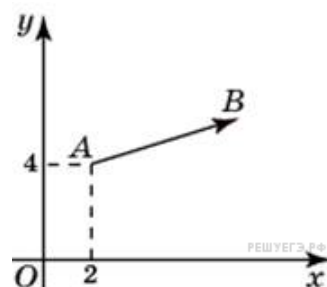
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Пусть точка B имеет координаты $(x; y)$. Тогда $x - 2 = 6$. Откуда абсцисса точки B равна 8.

Ответ: 8.

8.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(2; 4)$ имеет координаты $(6; 2)$.
Найдите ординату точки B .



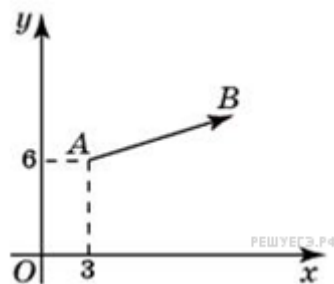
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Так как вектор $\overrightarrow{AB}$ имеет координаты $(6; 2)$, то легко вычислить координаты точки B . Следовательно, точка B имеет координаты $x - 2 = 6, y - 4 = 2$. Поэтому $x = 8, y = 6$.

Ответ: 6.

9.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с началом в точке $A(3; 6)$ имеет координаты $(9; 3)$.
Найдите сумму координат точки B .



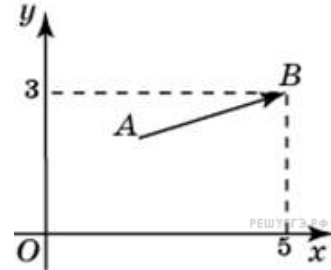
Пояснение.

Пусть координаты точки B равны x_B и y_B . Координаты вектора равны разности соответствующих координат его конца и начала. Следовательно, $x_B - 3 = 9$, $y_B - 6 = 3$. Откуда $x_B = 12$, $y_B = 9$. Поэтому сумма координат точки B равна 21.

Ответ: 21.

10.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с концом в точке $B(5; 3)$ имеет координаты $(3; 1)$. Найдите абсциссу точки A .

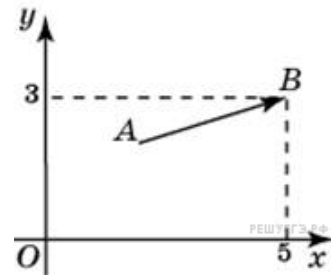
**Пояснение.**

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Координаты точки A вычисляются следующим образом: $5 - x = 3$, $3 - y = 1$. Откуда $x = 2$, $y = 2$.

Ответ: 2.

11.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с концом в точке $B(5; 3)$ имеет координаты $(3; 1)$. Найдите ординату точки A .

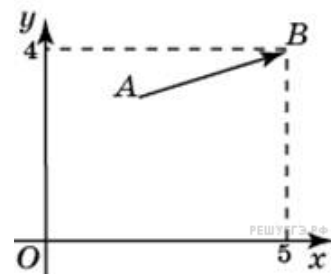
**Пояснение.**

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Координаты точки A вычисляются следующим образом: $5 - x = 3$, $3 - y = 1$. Откуда $x = 2$, $y = 2$.

Ответ: 2.

12.

Вектор $\overrightarrow{AB}$ с концом в точке $B(5; 4)$ имеет координаты $(3; 1)$. Найдите сумму координат точки A .

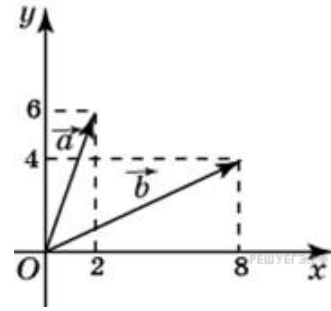
**Пояснение.**

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Координаты точки A вычисляются следующим образом: $5 - x = 3$, $4 - y = 1$. Откуда $x = 2$, $y = 3$. Поэтому сумма координат точки A равна 5.

Ответ: 5.

13.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



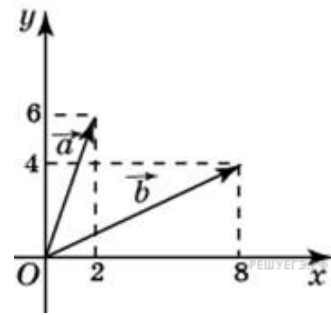
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Находим: $\vec{a} = (2; 6)$, $\vec{b} = (8; 4)$. Координаты суммы векторов равны сумме соответствующих координат, поэтому $\vec{a} + \vec{b} = (2 + 8; 6 + 4) = (10; 10)$. Сумма координат вектора равна 20.

Ответ: 20.

14.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



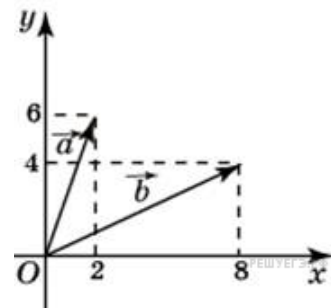
Пояснение.

Координаты суммы векторов равны суммам соответствующих координат: $\vec{a} + \vec{b} = (2; 6) + (8; 4) = (10; 10)$. Тогда для длины вектора суммы имеем: $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$. Квадрат длины вектора равен 200.

Ответ: 200.

15.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



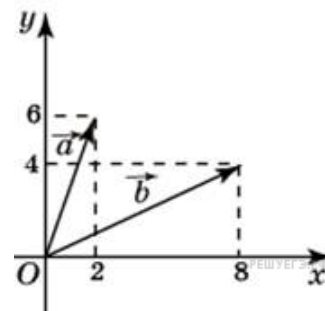
Пояснение.

Имеем: $\vec{a} = (2; 6)$, $\vec{b} = (8; 4)$, поэтому $\vec{a} - \vec{b} = (-6; 2)$. Сумма координат найденного вектора равна $-6 + 2 = -4$.

Ответ: -4.

16.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



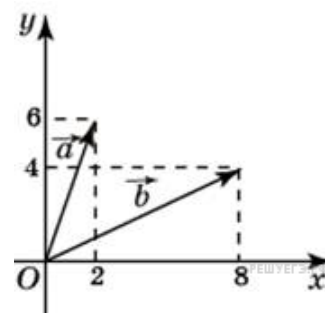
Пояснение.

Имеем: $\vec{a} = (2; 6)$, $\vec{b} = (8; 4)$. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат, поэтому $\vec{a} - \vec{b} = (-6; 2)$. Длина вектора $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$. Поэтому квадрат длины вектора равен 40.

Ответ: 40.

17.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Пояснение.

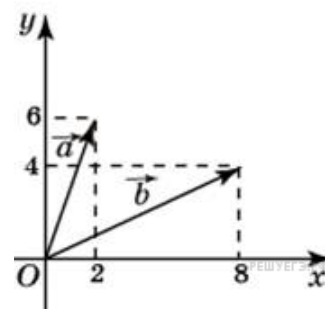
Выпишем координаты векторов: $\vec{a} = (2; 6)$, $\vec{b} = (8; 4)$. Скалярное произведение векторов равно

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40.$$

Ответ: 40.

18.

Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Скалярное произведение векторов равно

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40.$$

С другой стороны, скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Найдем длины векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$a = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40},$$

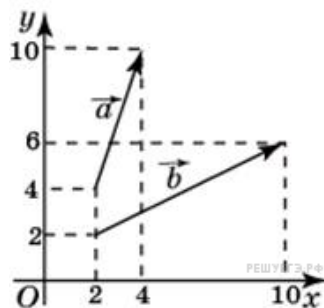
$$b = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}.$$

Тогда справедливо равенство: $a \cdot b \cdot \cos \alpha = 40$, откуда $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\alpha = 45^\circ$.

Ответ: 45.

19.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} + \vec{b}$.

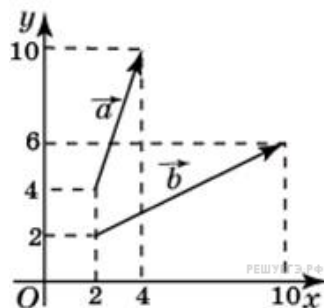
**Пояснение.**

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Координаты суммы векторов равны сумме соответствующих координат. Поэтому вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(10; 10)$. Сумма его координат равна 20.

Ответ: 20.

20.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} + \vec{b}$.



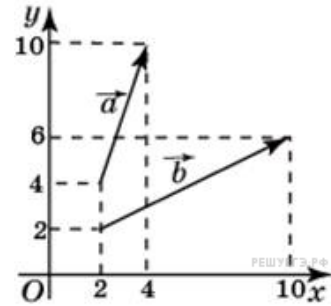
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Координаты суммы векторов равны сумме соответствующих координат. Тогда вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $(10; 10)$. Длина вектора $\vec{a} + \vec{b} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$. Поэтому квадрат длины вектора равен 200.

Ответ: 200.

21.

Найдите сумму координат вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



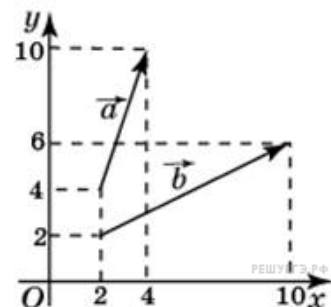
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат. Тогда вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты $(-6; 2)$, их сумма равна -4 .

Ответ: -4 .

22.

Найдите квадрат длины вектора $\vec{a} - \vec{b}$.



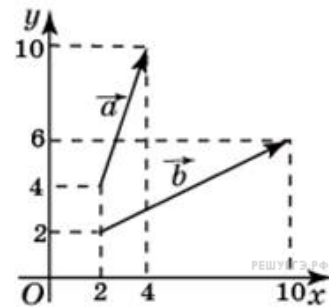
Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат. Поэтому вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты $(-6; 2)$. Длина вектора $\vec{a} - \vec{b} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$. Поэтому квадрат длины вектора равен 40.

Ответ: 40.

23.

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Пояснение.

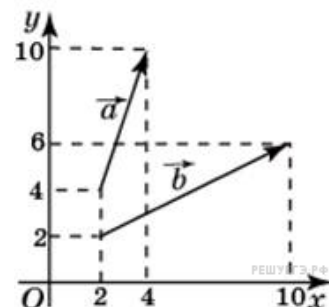
Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Скалярное произведение векторов равно:

$$\vec{a} \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40.$$

Ответ: 40.

24.

Найдите угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Координаты вектора равны разности координат конца вектора и его начала. Поэтому вектор $\vec{a}$ имеет координаты $(2; 6)$, вектор $\vec{b}$ имеет координаты $(8; 4)$. Скалярное произведение векторов равно

$$(\vec{a}, \vec{b}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 2 \cdot 8 + 6 \cdot 4 = 40.$$

С другой стороны, скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Длина вектора $\vec{a}$: $a = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}$, длина вектора $\vec{b}$:

$$b = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80}. \quad \text{Тогда} \quad \text{получаем:} \quad a \cdot b \cdot \cos \alpha = 40, \quad \text{откуда}$$

$$\cos \alpha = \frac{40}{ab} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

Ответ: 45.