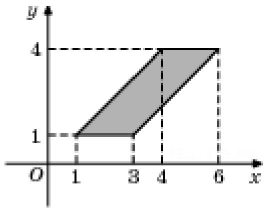
Координатная плоскость

1.

Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Пояснение.

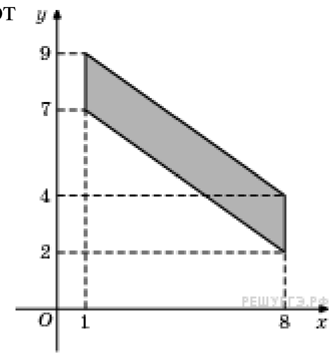
Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту, проведенную к этому основанию или его продолжению. Поэтому

$$S = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.

2.

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (8;2), (8;4), (1;9).

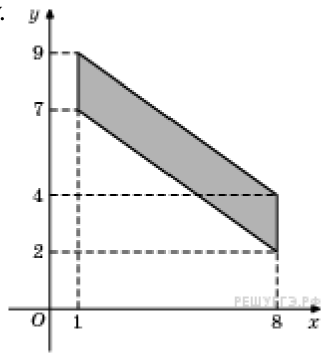


Пояснение.

Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту. Поэтому

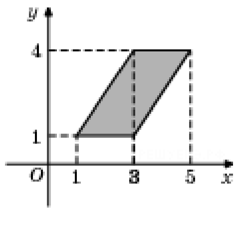
$$S = (9 - 7) \cdot (8 - 1) = 14.$$

Ответ: 14.



3.

Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Пояснение.

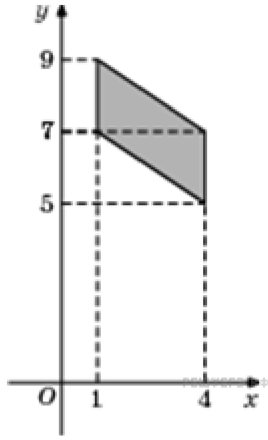
Площадь параллелограмма равна разности площади прямоугольника и двух равных прямоугольных треугольников. Поэтому

$$S = 3 \cdot 4 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.

4.

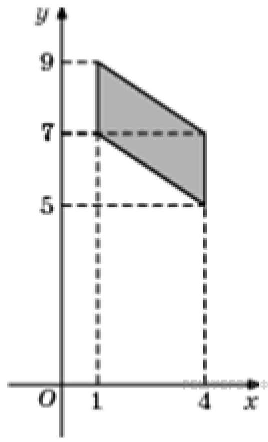
Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (4;5), (4;7), (1;9).



Пояснение.
Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту. Поэтому

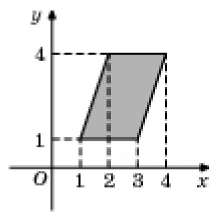
$$S = (9-7)\cdot(4-1) = 6.$$

Ответ: 6.



5.

Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



Пояснение.

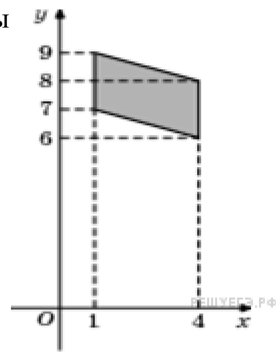
Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту:

$$S = 3\cdot 2 = 6.$$

Ответ: 6.

6.

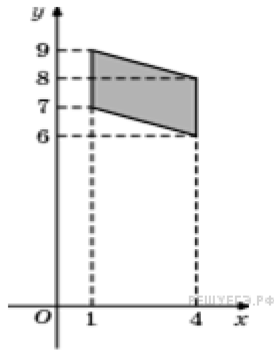
Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (1;7), (4;6), (4;8), (1;9).



Пояснение.
Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту. Поэтому

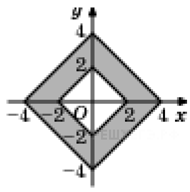
$$S = (9-7)\cdot(4-1) = 6.$$

Ответ: 6.



7.

Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости.



Пояснение.

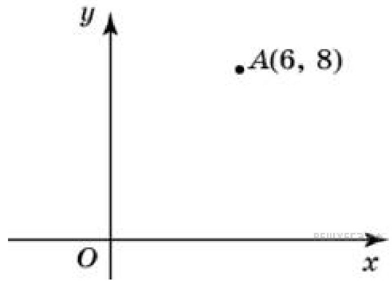
Площадь закрашенной фигуры равна разности площади большого и маленького ромбов. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. Поэтому

$$S=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 8-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4=32-8=24.$$

Ответ: 24.

8.

Из точки $A(6;\,8)$ опущен перпендикуляр на ось абсцисс. Найдите абсциссу основания перпендикуляра.



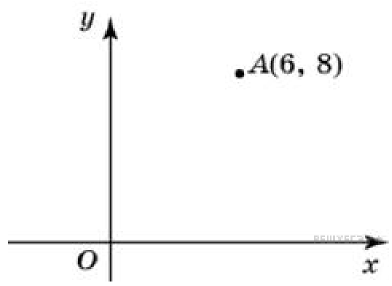
Пояснение.

абсцисса основания перпендикуляра совпадает с абсциссой данной точки, то есть $x = 6$.

Ответ: 6.

9.

Через точку $A(6;\,8)$ проведена прямая, параллельная оси абсцисс. Найдите ординату ее точки пересечения с осью Oy.



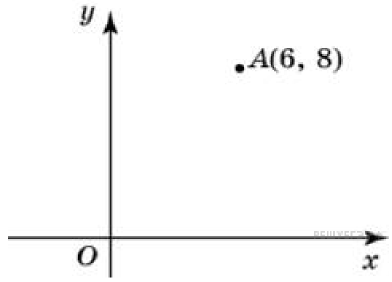
Пояснение.

Ордината пересечения прямой с осью Oy совпадает с ординатой данной точки, то есть $y = 8$.

Ответ: 8.

10.

Найдите расстояние от точки A с координатами $(6;\,8)$ до оси абсцисс.



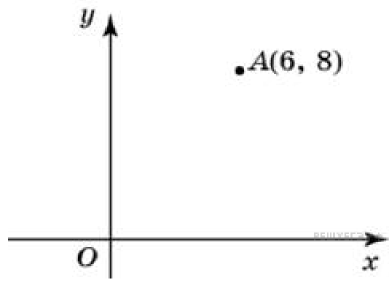
Пояснение.

Расстояние от точки до оси абсцисс равно ординате точки.

Ответ: 8.

11.

Найдите расстояние от точки *A* с координатами (6; 8) до оси ординат.



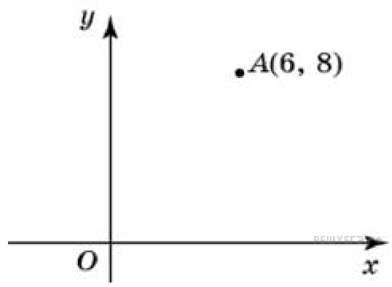
Пояснение.

Расстояние от точки до оси ординат равно модулю абсциссы точки, в нашем случае — 6.

Ответ: 6.

12.

Найдите расстояние от точки *A* с координатами (6; 8) до начала координат.



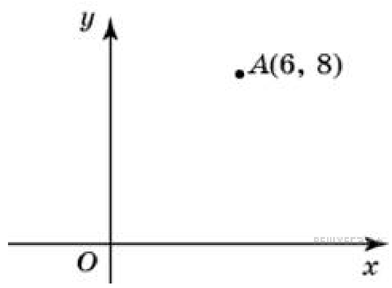
Пояснение.

Расстояние от точки до начала координат $(0;\,0)$ определяется соотношением: $\sqrt{(0-6)^2+(0-8)^2}=10.$

Ответ: 10.

13.

Найдите абсциссу точки, симметричной точке *A*(6; 8) относительно оси *Oy*.



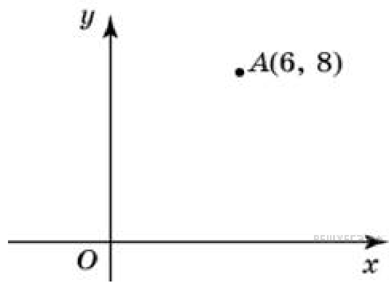
Пояснение.

Так как точки симметричны относительно оси Oy, их абсциссы противоположны. Поэтому искомая абсцисса равна −6.

Ответ: −6.

14.

Найдите ординату точки, симметричной точке $A(6;\ 8)$ относительно оси Ox.



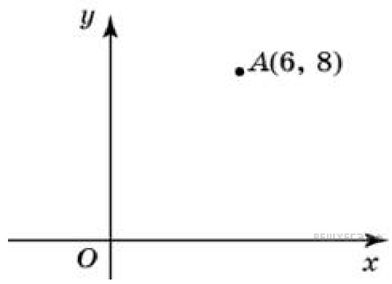
Пояснение.

Так как точка симметрична относительно оси Ox, то абсцисса равна *6*, а ордината равна −8.

Ответ: −8.

15.

Найдите абсциссу точки, симметричной точке $A(6;\ 8)$ относительно начала координат.



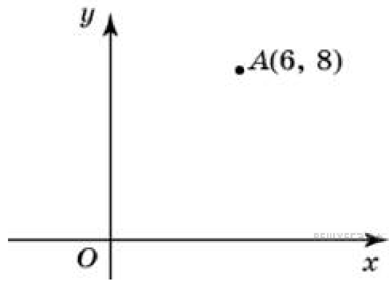
Пояснение.

Так как точка симметрична относительно (0; 0), то абсцисса равна −6, а ордината равна −8.

Ответ: −6.

16.

Найдите ординату точки, симметричной точке $A(6;\ 8)$ относительно начала координат.



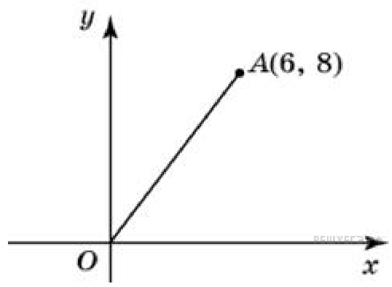
Пояснение.

Так как точка симметрична относительно (0; 0), то абсцисса равна −6, а ордината равна −8.

Ответ: −8.

17.

Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки O (0; 0) и A (6; 8).



Пояснение.

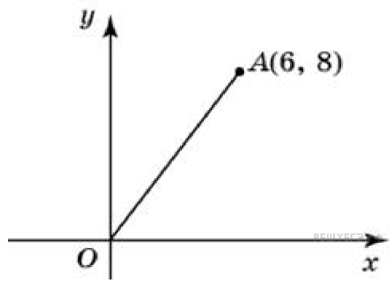
Координаты точки, делящей отрезок пополам , считаются по формуле:

$$x = \frac{6+0}{2} = 3, \; y = \frac{8+0}{2} = 4$$

Ответ: 4.

18.

Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки O(0, 0) и A(6, 8).



Пояснение.

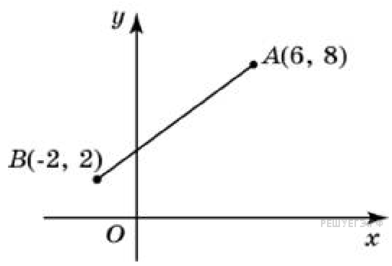
Координаты точки, делящей отрезок пополам , считаются по формуле:

$$x = \frac{6+0}{2} = 3, \; y = \frac{8+0}{2} = 4.$$

Ответ: 3.

19.

Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки A(6, 8) и B(-2, 2).



Пояснение.

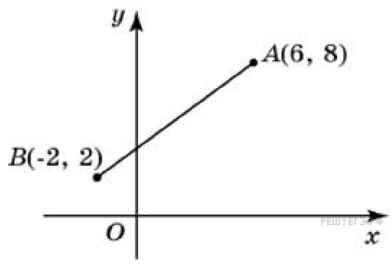
Координаты точки, делящей отрезок пополам, считаются по формуле:

$$x = \frac{6+(-2)}{2} = 2, \; y = \frac{8+2}{2} = 5.$$

Ответ: 5.

20.

Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки A(6; 8) и B(-2; 2).



Пояснение.

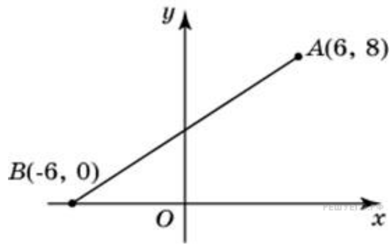
Абсцисса середины отрезка определяется выражением:

$$x=\frac{6+(-2)}{2}=2.$$

Ответ: 2.

21.

Найдите ординату точки пересечения оси Oy и отрезка, соединяющего точки $A(6;\,8)$ и $B(-6;\,0)$.



Пояснение.

Координаты точки, делящей отрезок пополам, считаются по формуле:

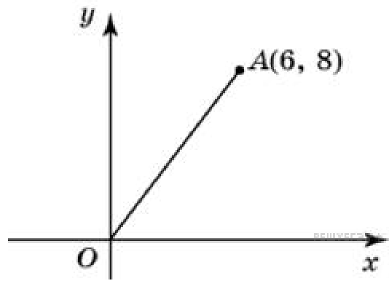
$$x=\frac{6+(-6)}{2}=0,\; y=\frac{8+0}{2}=4.$$

Видно, что эта точка является искомой.

Ответ: 4.

22.

Найдите длину отрезка, соединяющего точки $O(0;\,0)$ и $A(6;\,8)$.



Пояснение.

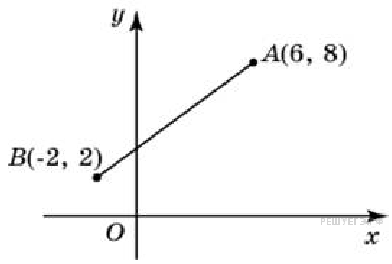
Длина отрезка определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}=10.$$

Ответ: 10.

23.

Найдите длину отрезка, соединяющего точки $A(6;\,8)$ и $B(-2;\,2)$.



Пояснение.

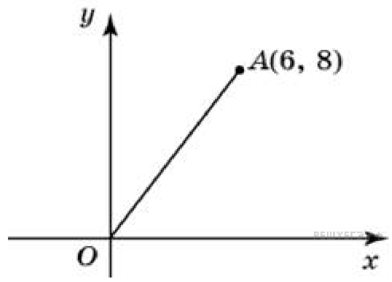
Длина отрезка определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(-2-6)^2+(2-8)^2}=10.$$

Ответ: 10.

24.

Найдите синус угла наклона отрезка, соединяющего точки $O(0;0)$ и $A(6;8)$, с осью абсцисс.



Пояснение.

Если опустить из точки A перпендикуляр на ось абсцисс, то получится прямоугольный треугольник. Длина

$$OA=\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}=10.$$

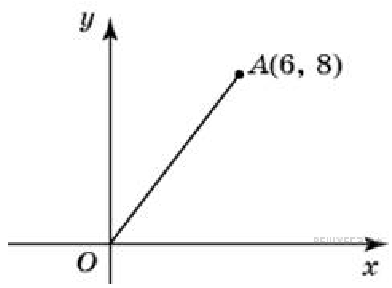
Поскольку угол находится в первой четверти, синус этого угла положителен:

$$\sin\alpha=\frac{8}{10}=0,8.$$

Ответ: 0,8.

25.

Найдите косинус угла наклона отрезка, соединяющего точки $O(0;0)$ и $A(6;8)$, с осью абсцисс.



Пояснение.

Если опустить из точки A перпендикуляр на ось абсцисс, то получится прямоугольный треугольник. Длина

$$OA = \sqrt{(6-0)^2 + (8-0)^2} = 10.$$

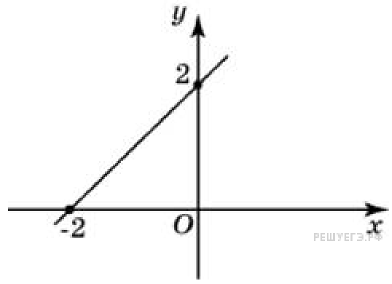
Тогда получается, что

$$\cos a = \frac{6}{10} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

26.

Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами (−2; 0) и (0; 2).



Пояснение.

Уравнение прямой имеет вид: $y = kx + b$, где k — угловой коэффициент. Подставляя координаты точек, получим систему уравнений на величины k и b :

$$\begin{cases} 0 = -2k + b, \\ 2 = 0k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1, \\ b = 2. \end{cases}$$

Угловой коэффициент прямой равен 1.

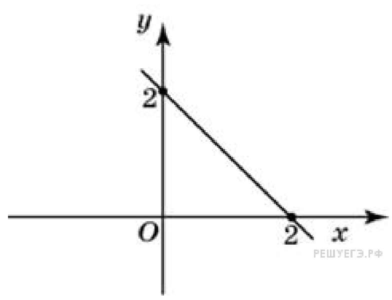
Ответ: 1.

Приведем другое решение.

Прямая отсекает на координатных осях равные отрезки. Они являются катетами равнобедренного прямоугольного треугольника (см. рис.), поэтому тангенс угла наклона прямой, равный отношению противолежащего катета к прилежащему, равен 1.

27.

Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами (2; 0) и (0; 2).



Пояснение.

Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$ и непараллельной оси ординат, вычисляется по формуле

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}.$$

Подставляя значения абсцисс и ординат точек (0; 2) и (2; 0), получаем: $k = -1$.

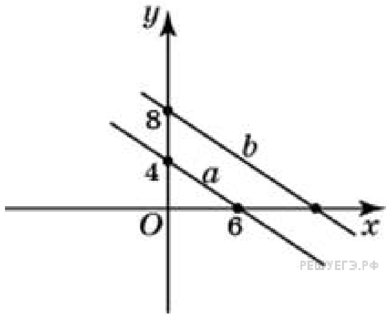
Приведем другое решение.

Уравнение прямой имеет вид $y = kx + b$, где k — угловой коэффициент. Подставляя значения абсцисс и ординат точек, и решая систему полученых уравнений, получим $k = -1$.

Ответ: −1.

28.

Прямая a проходит через точки с координатами (0; 4) и (6; 0). Прямая b проходит через точку с координатами (0; 8) и параллельна прямой a. Найдите абсциссу точки пересечения прямой b с осью Ox



Пояснение.

Уравнение прямой имеет вид $y = kx + b$, где k — угловой коэффициент, равный тангенсу угла наклона прямой к оси абсцисс. Угловой коэффициент прямой a отрицателен и равен $k = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$. Прямые a и b параллельны, поэтому их угловые коэффициенты равны. Следовательно, уравнение прямой b имеет вид $y = -\frac{2}{3}x + b$.

Точка $(0; 8)$ лежит на прямой b, поэтому $8 = -\frac{2}{3} \cdot 0 + b$, откуда $b = 8$. Тогда прямая b задается уравнением $y = -\frac{2}{3}x + 8$. Осталось найти абсциссу точки пересечения b с осью абсцисс:

$$-\frac{2}{3}x + 8 = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -8 \Leftrightarrow x = 12.$$

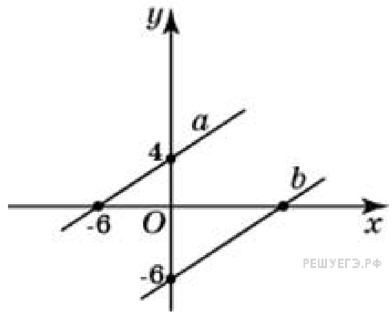
Приведем другое решение.

Параллельные прямые отсекают на сторонах угла пропорциональные отрезки. Прямая b на оси ординат отсекает отрезок вдвое больше, чем прямая a. Следовательно, на оси абсцисс она тоже отсекает отрезок вдвое большей длины. Поэтому искомая абсцисса равна 12.

Ответ: 12.

29.

Прямая a проходит через точки с координатами (0; 4) и (−6; 0). Прямая b проходит через точку с координатами (0; −6) и параллельна прямой a. Найдите абсциссу точки пересечения прямой b с осью Ox.



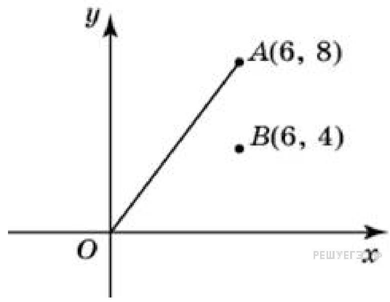
Пояснение.

Прямые параллельны, поэтому их угловые коэффициенты равны. Тогда $\frac{4}{6}=\frac{6}{b}$, откуда $b=9$.

Ответ: 9.

30.

Найдите ординату точки пересечения оси Oy и прямой, проходящей через точку B(6; 4) и параллельной прямой, проходящей через начало координат и точку A(6; 8).



Пояснение.

Уравнение прямой имеет вид: $y=kx+b$, где k — угловой коэффициент. Тогда , подставляя значения абсцисс и ординат точек $A(6;\ 8)$ и $(0;\ 0)$, решая уравнения одновременно, получаем:

$$k=\frac{4}{3}.$$

Так как прямые параллельны, то

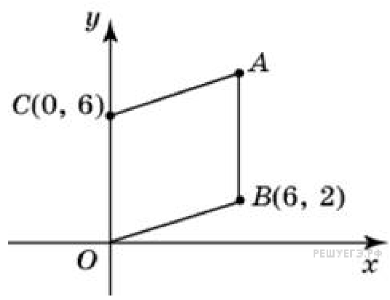
$$k_1=k_2=\frac{4}{3}.$$

Теперь подставляя значения $k=\frac{4}{3}$ и точку с координатами $(6;\ 4)$, зная еще, что координата второй точки, принадлежащей прямой, $(0;\ y)$, находим $y=-4$.

Ответ: −4.

31.

Точки O(0; 0), B(6; 2), C(0; 6) и A являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки A.



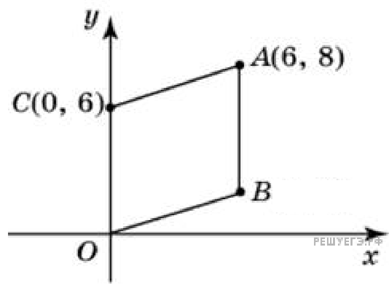
Пояснение.

Ордината точки *B* на 2 больше ординаты точки *O*, поэтому в силу параллельности сторон *OB* и *OA* ордината точки *A* на 2 больше ординаты точки *C*. Тем самым, она равна 8.

Ответ: 8.

32.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(6;\ 8)$, $C(0;\ 6)$ и *B* являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки *B*.



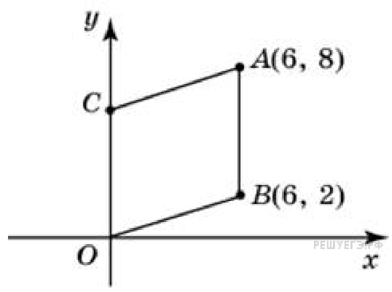
Пояснение.

Так как у параллелограмма противоположные стороны попарно равны, то $CA=\sqrt{(6-0)^2+(8-6)^2}=\sqrt{40}$, $CA=OB=\sqrt{40}$. Известно, что Bимеет координаты $(6;\ y)$, следовательно,$OB=\sqrt{(6-0)^2+(y-0)^2}=\sqrt{36+y^2}=\sqrt{40}$. Поэтому $y=2$.

Ответ: 2.

33.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(6;\ 8)$, $B(6;\ 2)$ и *C* являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки *C*.



Пояснение.

Так как у параллелограмма противоположные стороны попарно равны, то $BA=\sqrt{(6-6)^2+(8-2)^2}=6$, $BA=OC=6$. Известно, что C имеет координаты $(0;\ y)$, следовательно,

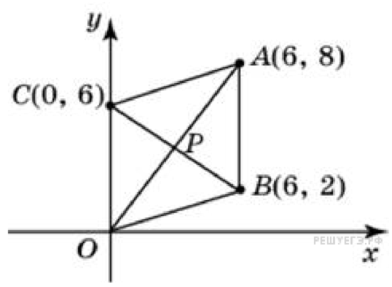
$$OC=\sqrt{(0-0)^2+(y-0)^2}=\sqrt{y^2}=6.$$

Поэтому $y=6$.

Ответ: 6.

34.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(6;\ 8)$, $B(6;\ 2)$, $C(0;\ 6)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите ординату точки *P* пересечения его диагоналей.



Пояснение.

$$BA = \sqrt{(6-6)^2 + (8-2)^2} = 6,$$

$OC = \sqrt{(0-0)^2 + (6-0)^2} = 6,$

$OB = \sqrt{(6-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40},$

$CA = \sqrt{(6-0)^2 + (8-6)^2} = \sqrt{40}.$

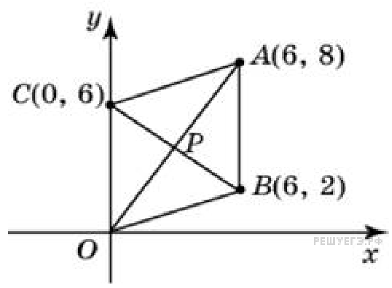
Противоположные стороны попарно равны, четырехугольник является параллелограммом, значит, точка P является серединой отрезка CB. Поэтому координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{6+0}{2} = 3, y = \frac{6+2}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

35.

Точки O(0;, 0), A(6; 8), B(6; 2), C(0; 6) являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Пояснение.

$$BA = \sqrt{(6-6)^2 + (8-2)^2} = 6,$$

$OC = \sqrt{(0-0)^2 + (6-0)^2} = 6,$

$OB = \sqrt{(6-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{40},$

$CA = \sqrt{(6-0)^2 + (8-6)^2} = \sqrt{40}.$

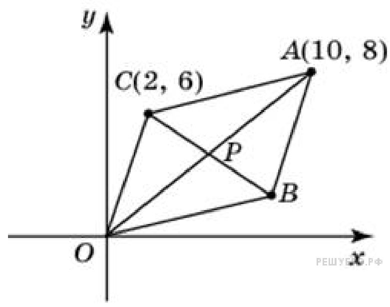
Противоположные стороны попарно равны, четырехугольник является параллелограммом, значит, точка P является серединой отрезка CB. Поэтому координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{6+0}{2} = 3, y = \frac{6+2}{2} = 4.$$

Ответ: 3.

36.

Точки O(0; 0), A(10; 8), C(2; 6) и B являются вершинами параллелограмма. Найдите абсциссу точки B.



Пояснение.

Точка P является серединой отрезков OA и BC.

Координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{10+0}{2} = 5, y = \frac{8+0}{2} = 4,$$

но с другой стороны,

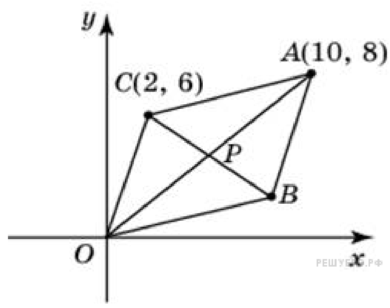
$$x = \frac{2+x_b}{2} = 5, y = \frac{6+y_b}{2} = 4.$$

Поэтому $x_b = 8$, $y_b = 2$.

Ответ: 8.

37.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 8)$, $C(2;\ 6)$ и B являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки B.



Пояснение.

Точка P является серединой отрезков OA и BC.

Координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{10+0}{2} = 5, y = \frac{8+0}{2} = 4,$$

но с другой стороны,

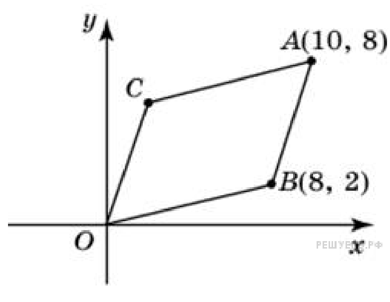
$$x = \frac{2+x_b}{2} = 5, y = \frac{6+y_b}{2} = 4.$$

Поэтому $x_b = 8$, $y_b = 2$.

Ответ: 2.

38.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 8)$, $B(8;\ 2)$ и C являются вершинами параллелограмма. Найдите абсциссу точки C.



Пояснение.

Пусть точка P является серединой отрезков OA и BC.

Координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{10+0}{2} = 5,\ y = \frac{8+0}{2} = 4,$$

но с другой стороны,

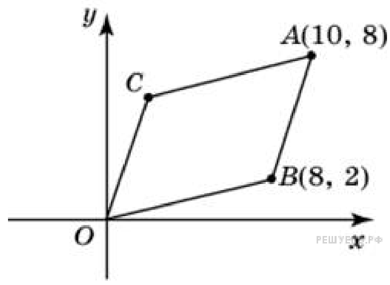
$$x = \frac{8+x_c}{2} = 5,\ y = \frac{2+y_c}{2} = 4.$$

Поэтому $x_c = 2,\ y_c = 6$

Ответ: 2.

39.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 8)$, $B(8;\ 2)$ и C являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки C.



Пояснение.

Пусть точка P является серединой отрезков OA и BC. Координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{10+0}{2} = 5,\ y = \frac{8+0}{2} = 4,$$

но с другой стороны,

$$x = \frac{8+x_c}{2} = 5,\ y = \frac{2+y_c}{2} = 4.$$

Поэтому $x_c = 2,\ y_c = 6.$

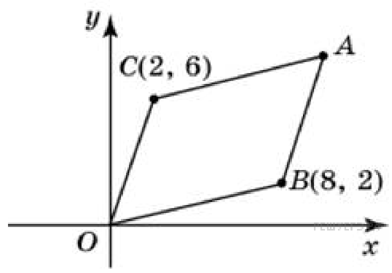
Ответ: 6.

Приведем другое решение.

Поскольку $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AB}$ имеем: $y_A - y_B = 8 - 2 = 6.$ Следовательно, ордината точки C равна 6.

40.

Точки $O(0;\ 0)$, $B(8;\ 2)$, $C(2;\ 6)$ и A являются вершинами параллелограмма. Найдите абсциссу точки A.



Пояснение.

Пусть точка P является серединой отрезков OA и BC. Координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x = \frac{2+8}{2} = 5,\ y = \frac{2+6}{2} = 4,$$

но с другой стороны,

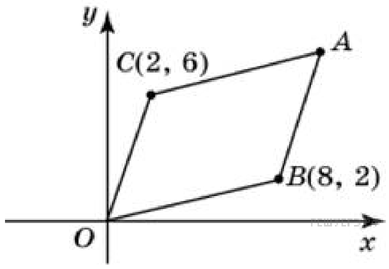
$$x = \frac{0+x_a}{2} = 5,\ y = \frac{0+y_a}{2} = 4.$$

Поэтому $x_a = 10,\ y_a = 8.$

Ответ: 10.

41.

Точки $O(0;\ 0)$, $B(8;\ 2)$, $C(2;\ 6)$ и A являются вершинами параллелограмма. Найдите ординату точки A.



Пояснение.

Пусть точка P является серединой отрезков OA и BC. Координаты точки P вычисляются следующим образом:

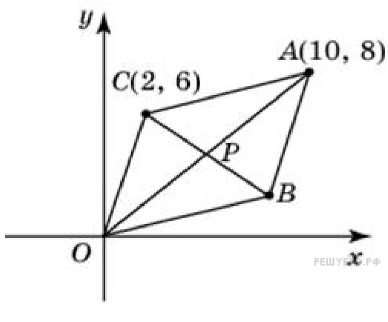
$$x = \frac{2+8}{2} = 5,\ y = \frac{2+6}{2} = 4,$$

но с другой стороны, $x = \dfrac{0+x_a}{2} = 5,\ y = \dfrac{0+y_a}{2} = 4$. Поэтому $x_a = 10,\ y_a = 8.$

Ответ: 8.

42.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 8)$, $B(8;\ 2)$, $C(2;\ 6)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.



Пояснение.

$$BA=\sqrt{(10-8)^2+(8-2)^2}=\sqrt{40}, OC=\sqrt{(2-0)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40},$$

$$OB=\sqrt{(8-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{68}, CA=\sqrt{(10-2)^2+(8-6)^2}=\sqrt{68}.$$

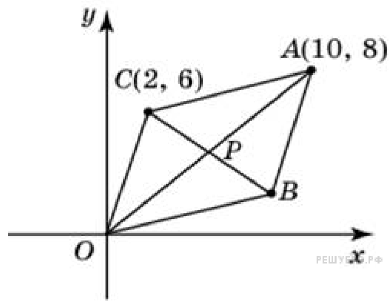
Противоположные стороны попарно равны, четырехугольник является параллелограммом, значит, точка P является серединой отрезка CB. Поэтому координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x=\frac{2+8}{2}=5, y=\frac{6+2}{2}=4.$$

Ответ: 5.

43.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 8)$, $B(8;\ 2)$, $C(2;\ 6)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите ординату точки P пересечения его диагоналей.



Пояснение.

$$BA=\sqrt{(10-8)^2+(8-2)^2}=\sqrt{40}, OC=\sqrt{(2-0)^2+(6-0)^2}=\sqrt{40},$$

$$OB=\sqrt{(8-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{68}, CA=\sqrt{(10-2)^2+(8-6)^2}=\sqrt{68}.$$

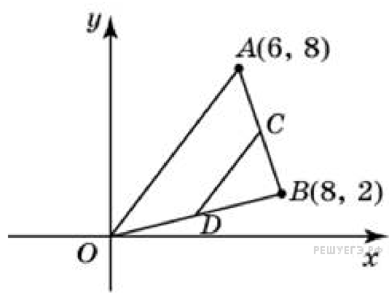
Противоположные стороны попарно равны, четырехугольник является параллелограммом, значит, точка P является серединой отрезка CB. Поэтому координаты точки P вычисляются следующим образом:

$$x=\frac{2+8}{2}=5, y=\frac{6+2}{2}=4.$$

Ответ: 4.

44.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(6;\ 8)$, $B(8;\ 2)$ являются вершинами треугольника. Найдите длину его средней линии CD, параллельной OA.



Пояснение.

Точки C и D являются серединами сторон треугольника, тогда

$$x_c = \frac{8+6}{2} = 7, y_c = \frac{2+8}{2} = 5, x_d = \frac{0+8}{2} = 4, y_d = \frac{2+0}{2} = 1.$$

Поэтому

$$CD = \sqrt{(x_d - x_c)^2 + (y_d - y_c)^2} = 5$$

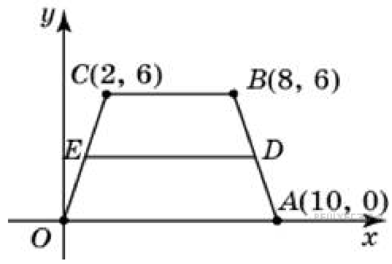
Ответ: 5.

Приведем другое решение.

Заметим, что длина OA равна $\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2} = 10$. Длина средней линии вдвое меньше — она равна 5.

45.

Точки $O(0;\ 0)$, $A(10;\ 0)$, $B(8;\ 6)$, $C(2;\ 6)$ являются вершинами трапеции. Найдите длину ее средней линии DE.



Пояснение.

Средняя линия трапеции равна полусумме ее оснований. Следовательно,

$$OA = \sqrt{(10-0)^2 + (0-0)^2} = 10,$$

$$CB = \sqrt{(8-2)^2 + (6-6)^2} = 6.$$

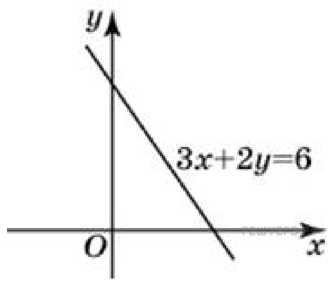
Поэтому средняя линия трапеции равна

$$\frac{10+6}{2} = 8.$$

Ответ: 8.

46.

Найдите абсциссу точки пересечения прямой, заданной уравнением $3x + 2y = 6$, с осью Ox.



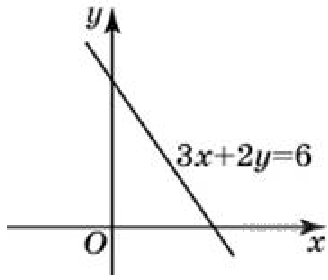
Пояснение.

Точка пересечения с осью абсцисс имеет ординату 0. Подставляя в уравнение прямой $y = 0$, находим $x = 2$.

Ответ: 2.

47.

Найдите ординату точки пересечения прямой, заданной уравнением $3x + 2y = 6$, с осью Oy.



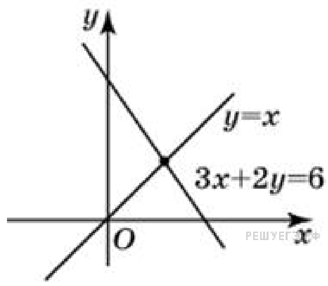
Пояснение.

Данная прямая проходит через точки (0; y) и (x; 0). Тогда подставляя эти точки в исходное уравнение прямой, получаем $x = 2$, $y = 3$

Ответ: 3.

48.

Найдите абсциссу точки пересечения прямых, заданных уравнениями $3x + 2y = 6$ и $y = x$.



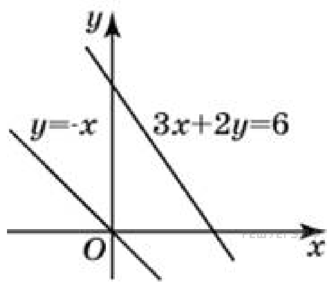
Пояснение.

Решая систему этих двух уравнений, получаем, что $y = x = 1{,}2$.

Ответ: 1,2.

49.

Найдите ординату точки пересечения прямых, заданных уравнениями $3x + 2y = 6$ и $y = -x$.



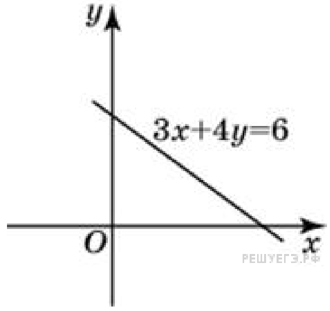
Пояснение.

Решая совместно эти два уравнения, получаем, что $x = 6$, $y = -6$.

Ответ: −6.

50.

Найдите угловой коэффициент прямой, заданной уравнением $3x + 4y = 6$.



Пояснение.

Общий вид уравнения прямой $y = kx + b$. Тогда выражая y из исходного уравнения, получаем:

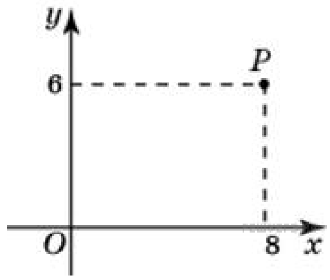
$$3x + 4y = 6 \Leftrightarrow 4y = 6 - 3x \Leftrightarrow y = -0,75x + 1,5.$$

Поэтому $k = -0,75$.

Ответ: −0,75.

51.

Окружность с центром в начале координат проходит через точку $P(8; 6)$. Найдите ее радиус.



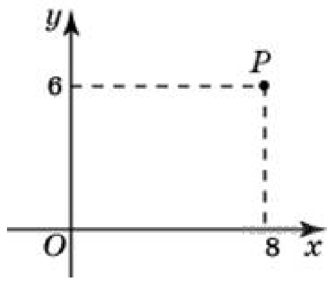
Пояснение.

$OP = \sqrt{(8-0)^2 + (6-0)^2} = 10$, а это и есть радиус окружности.

Ответ: 10.

52.

Какого радиуса должна быть окружность с центром в точке $P(8; 6)$, чтобы она касалась оси абсцисс?



Пояснение.

Для того чтобы окружность касалась оси абсцисс, необходимо, чтобы радиус окружности был равен 6.

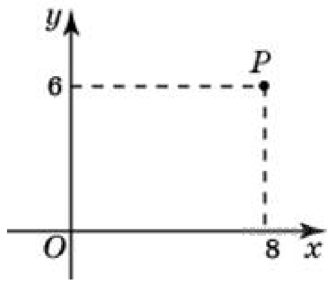
Ответ: 6.

Примечание.

По определению, расстояние от точки до оси абсцисс определяется ее ординатой, а расстояние точки до оси ординат определяется ее абсциссой.

53.

Какого радиуса должна быть окружность с центром в точке P (8; 6), чтобы она касалась оси ординат?



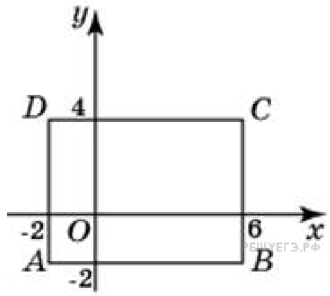
Пояснение.

Для того чтобы окружность касалась оси ординат, необходимо, чтобы расстояние от ее центра — точки P до оси ординат было равно радиусу этой окружности. Расстояние точки P до оси ординат равно абсциссе точки P, т. е. равно 8. Следовательно, радиус окружности должен быть равен 8.

Ответ: 8.

54.

Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, вершины которого имеют координаты соответственно (−2; −2), (6; −2), (6; 4), (−2; 4).



Пояснение.

Диагональ прямоугольника образует два прямоугольных треугольника. Диагональ равна диаметру окружности, описанной около треугольника. По формуле вычисления длины отрезка, заданного координатами концов, находим:

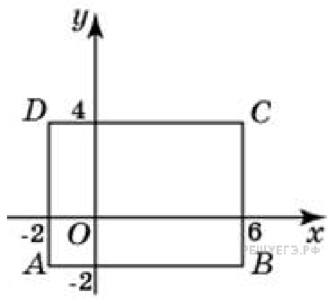
$$AB = \sqrt{(6+2)^2 + (-2+2)^2} = 8, AD = \sqrt{(-2+2)^2 + (4+2)^2} = 6.$$

По теореме Пифагора находим, что $2R = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$. Поэтому $R = 5$.

Ответ: 5.

55.

Найдите абсциссу центра окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, вершины которого имеют координаты соответственно (−2; −2), (6; −2), (6; 4), (−2; 4).



Пояснение.

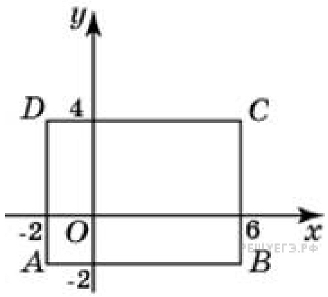
Диагональ прямоугольника образует два прямоугольных треугольника. Диагональ равна диаметру окружности, описанной около треугольника, следовательно, центр окружности лежит на середине диагонали прямоугольника. Тогда можно легко найти координаты центра окружности.

$$x = \frac{-2+6}{2} = 2, y = \frac{-2+4}{2} = 1.$$

Ответ: 2.

56.

Найдите ординату центра окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, вершины которого имеют координаты соответственно (−2; −2), (6; −2), (6; 4), (−2; 4).



Пояснение.

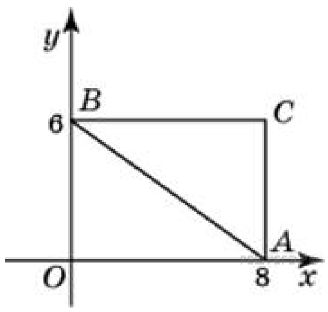
Диагональ прямоугольника образует два прямоугольных треугольника. Диагональ равна диаметру окружности, описанной около треугольника, следовательно, центр окружности лежит на середине диагонали прямоугольника. Тогда можно легко найти координаты центра окружности.

$$x = \frac{-2+6}{2} = 2, y = \frac{-2+4}{2} = 1.$$

Ответ: 1.

57.

Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты (8; 0), (0; 6), (8; 6).



Пояснение.

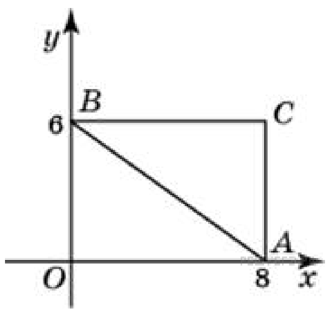
Построим треугольник, вершинами которого являются заданные точки (см. рис.) Треугольник прямоугольный, радиус описанной вокруг него окружности равен половине его гипотенузы *AB*. Имеем:

$$R = 0,5AB = 0,5\sqrt{BC^2 + AC^2} = 5.$$

Ответ: 5.

58.

Найдите абсциссу центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты (8; 0), (0; 6), (8; 6).



Пояснение.

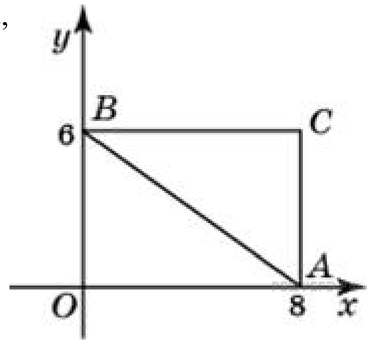
Треугольник является прямоугольным. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, совпадает с серединой гипотенузы. Тогда координаты центра окружности:

$$x = \frac{8+0}{2} = 4, y = \frac{0+6}{2} = 3.$$

Ответ: 4.

59.

Найдите ординату центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты (8; 0), (0; 6), (8; 6).



Пояснение.

Треугольник является прямоугольным. Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, совпадает с серединой гипотенузы. Координаты центра окружности:

$$x = \frac{8+0}{2} = 4,\ y = \frac{0+6}{2} = 3.$$

Искомая ордината равна 3.

Ответ: 3.