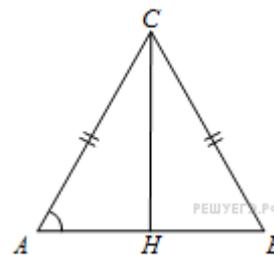


Равнобедренный треугольник: вычисление углов

1.

В треугольнике ABC $AC = BC = 8$, $AB = 8$. Найдите $\cos A$.



Пояснение.

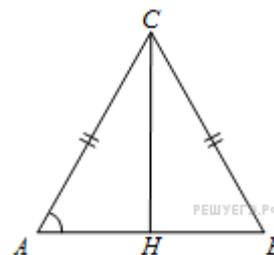
Треугольник ABC равносторонний, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$\cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{\frac{1}{2}AB}{AC} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

2.

В треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{5}$, $AB = 16$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Пояснение.

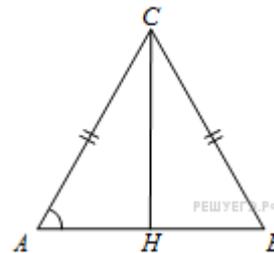
Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$\operatorname{tg} A = \frac{CH}{AH} = \frac{2CH}{AB} = \frac{2\sqrt{AC^2 - \frac{AB^2}{4}}}{AB} = \frac{2\sqrt{80 - 64}}{16} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

3.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 7, $AB = 48$. Найдите $\sin A$.



Пояснение.

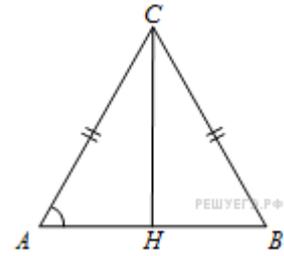
Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$\sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{CH}{\sqrt{CH^2 + \frac{AB^2}{4}}} = \frac{7}{\sqrt{49 + 576}} = \frac{7}{25} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

4.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 24, $AB = 14$. Найдите $\cos A$.



Пояснение.

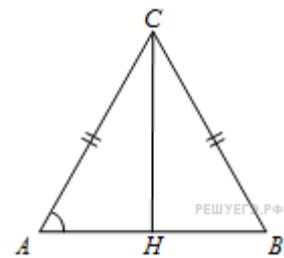
Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$\cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{2AC} = \frac{AB}{2\sqrt{CH^2 + \frac{AB^2}{4}}} = \frac{14}{2\sqrt{576 + 49}} = \frac{7}{25} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

5.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 4, $AB = 16$. Найдите $\operatorname{tg} A$.



Пояснение.

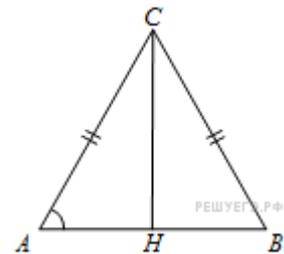
Треугольник ABC равнобедренный, значит, высота CH делит основание AB пополам.

$$\operatorname{tg} A = \frac{CH}{AH} = \frac{2CH}{AB} = \frac{8}{16} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

6.

В треугольнике ABC $AC = BC = 8$, высота CH равна 4. Найдите $\sin A$.



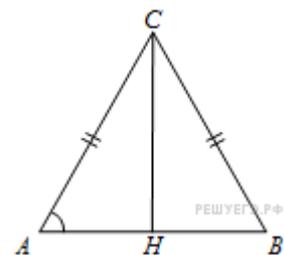
Пояснение.

$$\sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

7.

В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, высота CH равна 20. Найдите $\cos A$.



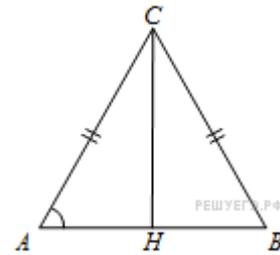
Пояснение.

$$\cos A = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{AC^2 - CH^2}}{AC} = \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = \frac{15}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

8.

В треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{5}$, высота CH равна 4. Найдите $\operatorname{tg} A$.



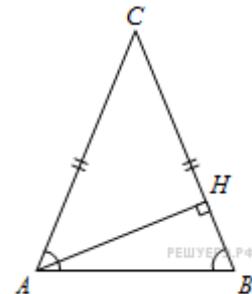
Пояснение.

$$\operatorname{tg} A = \frac{CH}{AH} = \frac{CH}{\sqrt{AC^2 - CH^2}} = \frac{4}{\sqrt{80 - 16}} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

9.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\sin \angle BAC = \frac{7}{25}$. Найдите $\sin \angle BAH$.



Пояснение.

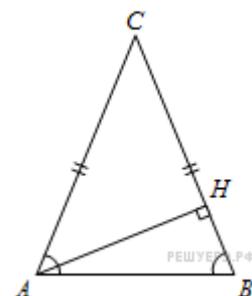
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\begin{aligned} \sin \angle BAH &= \frac{HB}{AB} = \frac{HB}{HB} \cos \angle ABH = \cos \angle BAC = \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 0,96. \end{aligned}$$

Ответ: 0,96.

10.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\sin \angle BAC = 0,1$. Найдите $\cos \angle BAH$.



Пояснение.

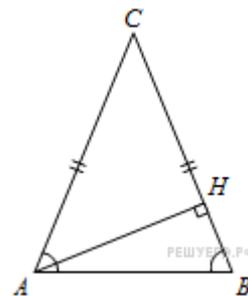
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\cos \angle BAH = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{AH} \sin \angle ABH = \sin \angle BAC = 0,1 .$$

Ответ: 0,1.

11.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\sin BAC = \frac{4}{\sqrt{17}}$. Найдите $\operatorname{tg} BAH$.

**Пояснение.**

Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании. Имеем:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle BAH &= \frac{HB}{AH} = \frac{HB}{AB \sin \angle ABH} = \frac{\cos \angle BAC}{\sin \angle BAC} = \\ &= \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC}}{\sin \angle BAC} = \frac{\sqrt{1 - \frac{16}{17}}}{\frac{4}{\sqrt{17}}} = 0,25. \end{aligned}$$

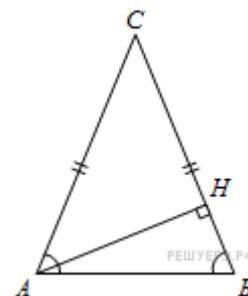
Ответ: 0,25.

Приведем другое решение.

Зная синус угла при основании, можно найти косинус, а тогда и тангенс этого угла; он равен 4. Рассмотрим прямоугольный треугольник AHB : поскольку тангенс угла B равен 4, искомый тангенс угла A равен 0,25.

12.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\cos BAC = 0,1$. Найдите $\sin BAH$.

**Пояснение.**

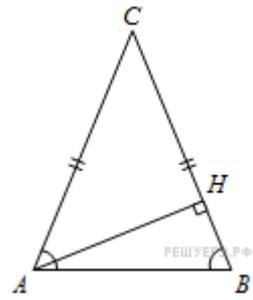
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\sin \angle BAH = \frac{HB}{AB} = \frac{HB}{HB} \cos \angle ABH = \cos \angle BAC = 0,1 .$$

Ответ: 0,1.

13.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\cos BAC = \frac{7}{25}$. Найдите $\cos BAH$.



Пояснение.

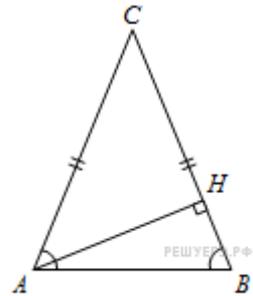
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\begin{aligned} \cos \angle BAH &= \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{AH} \sin \angle ABH = \sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} = \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = \frac{24}{25} = 0,96. \end{aligned}$$

Ответ: 0,96.

14.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Найдите $\operatorname{tg} \angle BAH$.



Пояснение.

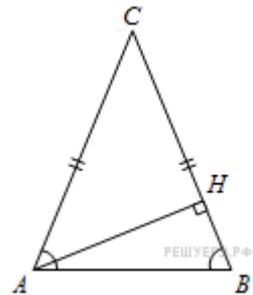
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle BAH &= \frac{HB}{AH} = \frac{HB}{AB \sin \angle ABH} = \frac{HB}{AB \sin \angle BAC} = \\ &= \frac{\cos \angle BAC}{\sin \angle BAC} = \frac{\frac{\sqrt{17}}{17}}{\sqrt{1 - \frac{1}{17}}} = 0,25. \end{aligned}$$

Ответ: 0,25.

15.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{24}{7}$. Найдите $\sin \angle BAH$.



Пояснение.

Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

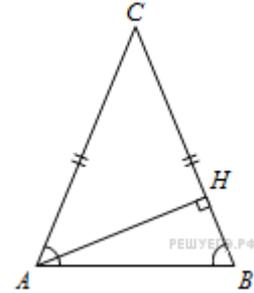
$$\sin \angle BAH = \frac{HB}{AB} = \cos \angle ABH = \cos \angle BAC = \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \angle BAC}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{576}{49}}} = \frac{7}{25} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

16.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{7}{24}$. Найдите $\cos \angle BAH$.

**Пояснение.**

Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

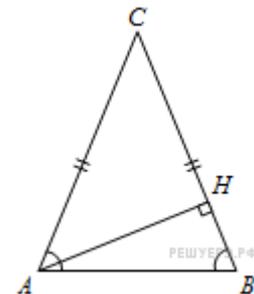
$$\cos \angle BAH = \frac{AH}{AB} = \frac{AH}{AH} \cdot \sin \angle ABH = \sin \angle BAC = \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} =$$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \angle BAC}} = \sqrt{\frac{49}{625}} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

17.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $\operatorname{tg} \angle BAC = 2$. Найдите $\operatorname{tg} \angle BAH$.

**Пояснение.**

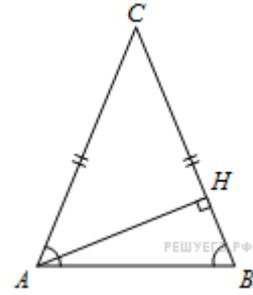
Треугольник BAH прямоугольный, поэтому $\operatorname{tg} \angle BAH = \operatorname{ctg} \angle ABH = \operatorname{ctg} \angle ABC$. Треугольник ABC равнобедренный, углы при его основании равны. Поэтому

$$\operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} A = \frac{1}{\operatorname{tg} A} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

18.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $AB = 8$. Найдите $\sin \angle BAC$.



Пояснение.

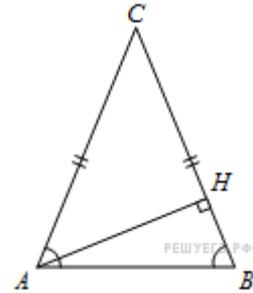
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\sin \angle BAC = \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

19.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 20, $AB = 25$. Найдите $\cos BAC$.



Пояснение.

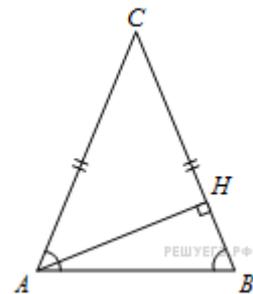
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\cos \angle BAC = \cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} = \frac{\sqrt{AB^2 - AH^2}}{AB} = \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = \frac{15}{25} = 0,6$$

Ответ: 0,6.

20.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $AB = 4\sqrt{5}$. Найдите $\text{tg } BAC$.



Пояснение.

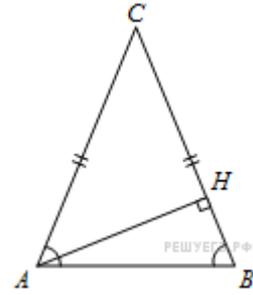
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\text{tg } \angle BAC = \text{tg } \angle ABH = \frac{AH}{BH} = \frac{AH}{\sqrt{AB^2 - AH^2}} = \frac{4}{\sqrt{80 - 16}} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

21.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $AB = 25$, $BH = 20$. Найдите $\sin BAC$.



Пояснение.

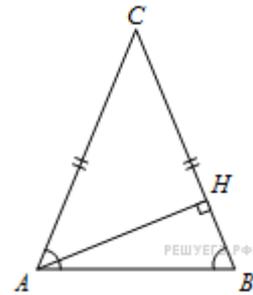
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\sin \angle BAC = \sin \angle ABH = \frac{AH}{AB} = \frac{\sqrt{AB^2 - HB^2}}{AB} = \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

22.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $AB = 8$, $BH = 4$. Найдите $\cos BAC$.



Пояснение.

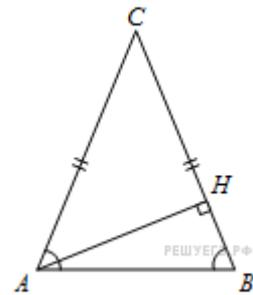
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\cos \angle BAC = \cos \angle ABH = \frac{BH}{AB} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

23.

В треугольнике ABC $AC = BC$, AH – высота, $AB = \sqrt{17}$, $BH = 4$. Найдите $\operatorname{tg} BAC$.



Пояснение.

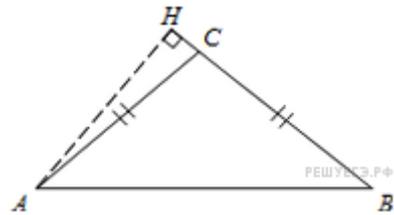
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\operatorname{tg} \angle BAC = \operatorname{tg} \angle ABH = \frac{AH}{HB} = \frac{\sqrt{AB^2 - HB^2}}{HB} = \frac{\sqrt{17 - 16}}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

24.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, высота AH равна 4. Найдите $\sin ACB$.



Пояснение.

Выразим площадь треугольника двумя способами:

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot CB \sin ACB, \quad S = \frac{1}{2}AH \cdot CB.$$

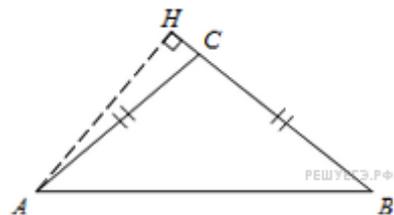
Отсюда имеем:

$$32 \sin ACB = 16 \Leftrightarrow \sin ACB = \frac{1}{2}.$$

Ответ: 0,5.

25.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 25$, высота AH равна 20. Найдите $\cos ACB$.



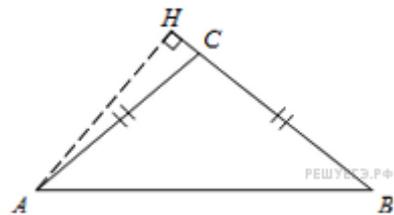
Пояснение.

$$\begin{aligned} \cos \angle ACB &= \cos(\pi - \angle ACH) = -\cos \angle ACH = -\frac{HC}{AC} = \\ &= -\frac{\sqrt{AC^2 - AH^2}}{AC} = -\frac{15}{25} = -0,6. \end{aligned}$$

Ответ: -0,6.

26.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 4\sqrt{5}$, высота AH равна 4. Найдите $\operatorname{tg} ACB$.



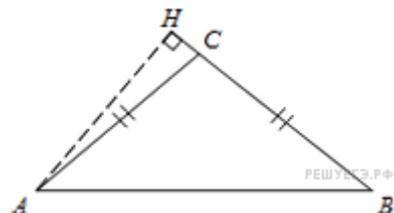
Пояснение.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle ACB &= \operatorname{tg}(\pi - \angle ACH) = -\operatorname{tg} \angle ACH = -\frac{AH}{HC} = \\ &= -\frac{AH}{\sqrt{AC^2 - AH^2}} = -\frac{4}{8} = -0,5. \end{aligned}$$

Ответ: -0,5.

27.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 25$, AH – высота, $CH = 20$. Найдите $\sin ACB$.



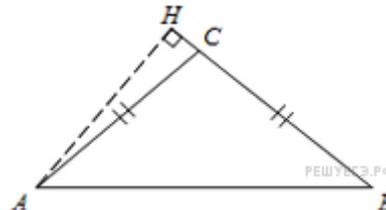
Пояснение.

$$\begin{aligned} \sin \angle ACB &= \sin(\pi - \angle ACH) = \sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{AC^2 - HC^2}}{AC} = \\ &= \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = \frac{15}{25} = 0,6. \end{aligned}$$

Ответ: 0,6.

28.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = 8$, AH – высота, $CH = 4$. Найдите $\cos \angle ACB$.



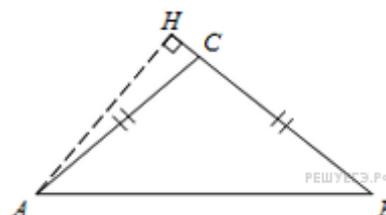
Пояснение.

$$\cos \angle ACB = \cos(\pi - \angle ACH) = -\cos \angle ACH = -\frac{HC}{AC} = -\frac{4}{8} = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

29.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{17}$, AH – высота, $CH = 4$. Найдите $\operatorname{tg} \angle ACB$.



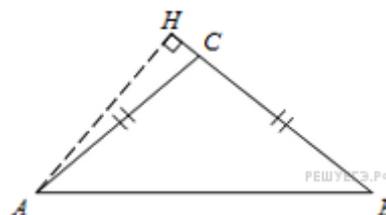
Пояснение.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \angle ACB &= \operatorname{tg}(\pi - \angle ACH) = -\operatorname{tg} \angle ACH = -\frac{AH}{CH} = \\ &= -\frac{\sqrt{AC^2 - CH^2}}{CH} = -\frac{\sqrt{17 - 16}}{4} = -0,25 \end{aligned}$$

Ответ: - 0,25.

30.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 7, $CH = 24$. Найдите $\sin \angle ACB$.



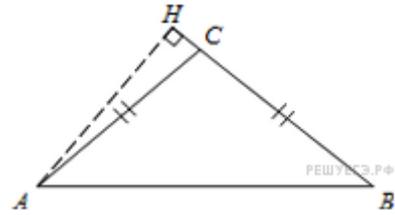
Пояснение.

$$\begin{aligned} \sin \angle ACB &= \sin(\pi - \angle ACH) = \sin \angle ACH = \frac{AH}{AC} = \frac{AH}{\sqrt{AH^2 + HC^2}} = \\ &= \frac{7}{\sqrt{49 + 576}} = \frac{7}{25} = 0,28. \end{aligned}$$

Ответ: 0,28.

31.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 24, $CH = 7$. Найдите $\cos \angle ACB$.



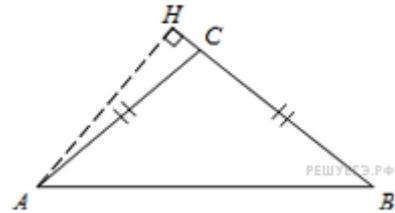
Пояснение.

$$\begin{aligned} \cos \angle ACB &= \cos(\pi - \angle ACH) = -\cos \angle ACH = -\frac{CH}{AC} = \\ &= -\frac{CH}{\sqrt{CH^2 + AH^2}} = -\frac{7}{\sqrt{625}} = -0,28. \end{aligned}$$

Ответ: -0,28.

32.

В тупоугольном треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $CH = 8$. Найдите $\operatorname{tg} \angle ACB$.



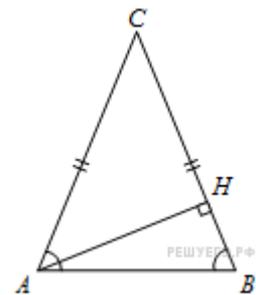
Пояснение.

$$\operatorname{tg} \angle ACB = \operatorname{tg}(\pi - \angle ACH) = -\operatorname{tg} \angle ACH = -\frac{AH}{CH} = -0,5.$$

Ответ: -0,5.

33.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 24, $BH = 7$. Найдите $\cos \angle BAC$.



Пояснение.

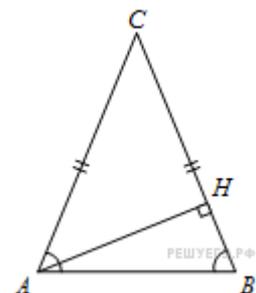
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\cos \angle BAC = \cos \angle ABH = \frac{HB}{AB} = \frac{HB}{\sqrt{AH^2 + HB^2}} = \frac{7}{\sqrt{625}} = 0,28.$$

Ответ: 0,28.

34.

В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 4, $BH = 8$. Найдите $\operatorname{tg} \angle BAC$.



Пояснение.

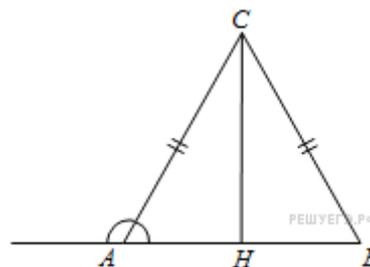
Треугольник ABC равнобедренный, значит, углы BAC и ABH равны как углы при его основании.

$$\operatorname{tg} \angle BAC = \operatorname{tg} \angle ABH = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

35.

В треугольнике ABC $AC = BC = 25$, $AB = 40$. Найдите синус внешнего угла при вершине A .

**Пояснение.**

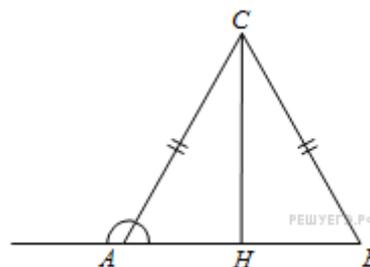
Синусы смежных углов равны, поэтому

$$\sin A_{\text{внеш}} = \sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{\sqrt{AC^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2}}{AC} = \frac{\sqrt{625 - 400}}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

36.

В треугольнике ABC $AC = BC = 8$, $AB = 8$. Найдите косинус внешнего угла при вершине A .

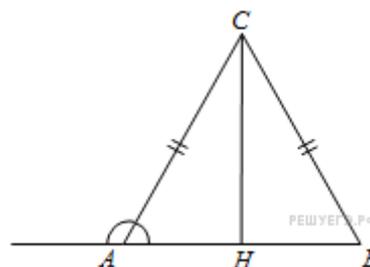
**Пояснение.**

$$\cos A_{\text{внеш}} = -\cos A = -\frac{AH}{AC} = -\frac{AB}{2AC} = -\frac{8}{2 \cdot 8} = -0,5.$$

Ответ: $-0,5$.

37.

В треугольнике ABC $AC = BC = \sqrt{17}$, $AB = 8$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине A .

**Пояснение.**

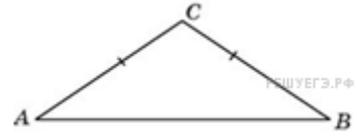
так как

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} A_{\text{внеш}} &= -\operatorname{tg} A = -\frac{CH}{AH} = -\frac{2\sqrt{AC^2 - \frac{AB^2}{4}}}{AB} = \\ &= -\frac{2\sqrt{17 - 16}}{8} = -\frac{1}{4} = -0,25. \end{aligned}$$

Ответ: $-0,25$.

38.

Один угол равнобедренного треугольника на 90° больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Поскольку треугольник равнобедренный, то углы при его основании равны. Обозначим за меньший угол, тогда больший угол равен $x + 90^\circ$. Имеем

$$2x + (x + 90^\circ) = 180^\circ \Leftrightarrow 3x = 90^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ.$$

Ответ: 30.