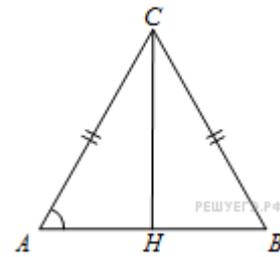


# Равнобедренный треугольник: вычисление элементов

1.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

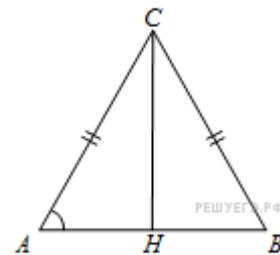
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$\begin{aligned} AB &= 2AH = 2AC \cos A = 2AC \sqrt{1 - \sin^2 A} = \\ &= 2 \cdot 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 10 \cdot \frac{24}{25} = 9,6. \end{aligned}$$

Ответ: 9,6.

2.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 9,6$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

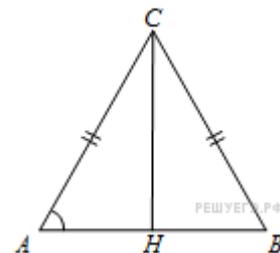
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2 \cos A} = \frac{AB}{2 \sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{9,6}{2 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2}} = \frac{4,8 \cdot 25}{24} = 5.$$

Ответ: 5.

3.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ ,  $\cos A = 0,5$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

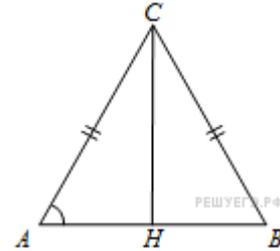
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AB = 2AH = 2AC \cos A = 2 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} = 8.$$

Ответ: 8.

**4.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 8$ ,  $\cos A = 0,5$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

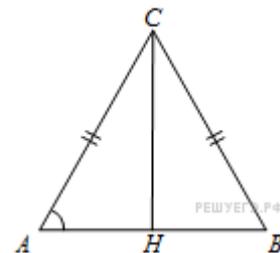
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2 \cos A} = \frac{8}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 8.$$

Ответ: 8.

**5.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

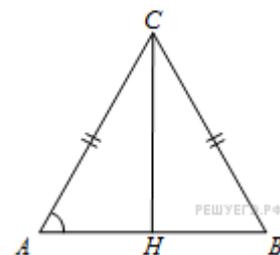
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AB = 2AH = 2AC \cos A = 2AC \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A}} = 2 \cdot 7 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{33}{16}}} = 2 \cdot 7 \sqrt{\frac{16}{49}} = 8.$$

Ответ: 8.

**6.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 8$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

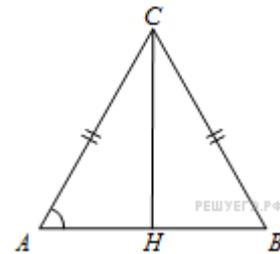
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2 \cos A} = \frac{AB}{2 \sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 A}}} = \frac{8}{2 \sqrt{\frac{16}{49}}} = 7.$$

Ответ: 7.

**7.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 25$ ,  $AB = 40$ . Найдите  $\sin A$ .



**Пояснение.**

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам, поэтому

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = 15.$$

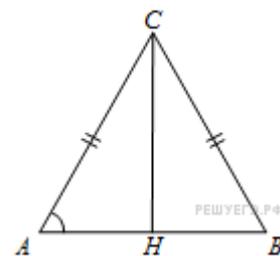
По определению

$$\sin A = \frac{CH}{AC} = \frac{15}{25} = 0,6.$$

Ответ: 0,6.

**8.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ ,  $\sin A = 0,5$ . Найдите высоту  $CH$ .



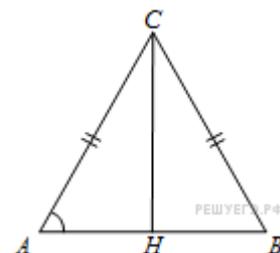
**Пояснение.**

$$CH = AC \sin A = 8 \cdot 0,5 = 4.$$

Ответ: 4.

**9.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 4$ ,  $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ . Найдите высоту  $CH$ .



**Пояснение.**

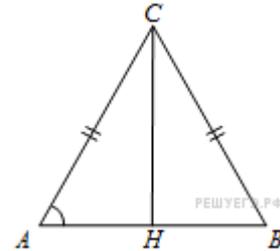
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$CH = AH \operatorname{tg} A = \frac{AB}{2} \cdot \operatorname{tg} A = \frac{AB \sin A}{2 \cos A} = \frac{AB \sin A}{2 \sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{17}}{17}}{2 \sqrt{1 - \frac{1}{17}}} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

**10.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $\cos A = \frac{7}{25}$ . Найдите высоту  $CH$ .

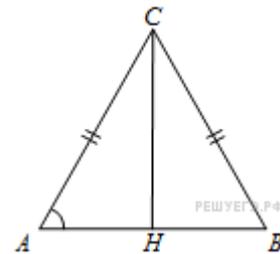
**Пояснение.**

$$CH = AC \sin A = AC \sqrt{1 - \cos^2 A} = 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8.$$

Ответ: 4,8.

**11.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 1$ ,  $\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ . Найдите высоту  $CH$ .

**Пояснение.**

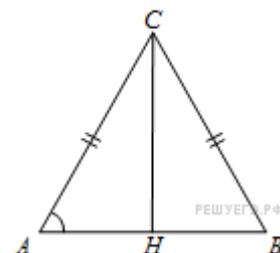
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$CH = AH \operatorname{tg} A = \frac{AB}{2} \cdot \operatorname{tg} A = \frac{AB \sin A}{2 \cos A} = \frac{AB \sqrt{1 - \cos^2 A}}{2 \cos A} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{17}}}{2 \frac{\sqrt{17}}{17}} = 2.$$

Ответ: 2.

**12.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$ . Найдите высоту  $CH$ .



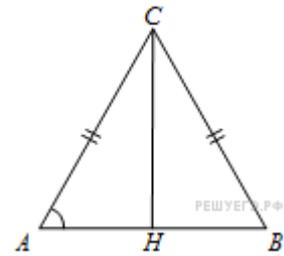
**Пояснение.**

$$CH = AC \sin A = AC \sqrt{1 - \cos^2 A} = AC \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A}} =$$
$$= 7 \sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{16}{33}}} = 7 \sqrt{\frac{16}{49}} = 4.$$

Ответ: 4.

**13.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 16$ ,  $\operatorname{tg} A = 0,5$ . Найдите высоту  $CH$ .



**Пояснение.**

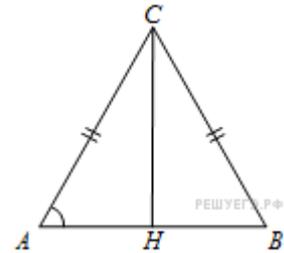
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$CH = AH \operatorname{tg} A = \frac{AB}{2} \cdot \operatorname{tg} A = \frac{16}{2} \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

**14.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 4,  $\sin A = 0,5$ . Найдите  $AC$ .



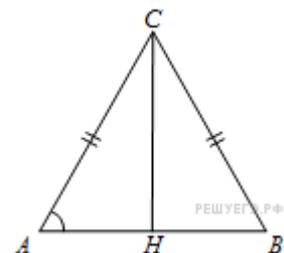
**Пояснение.**

$$AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{4}{0,5} = 8.$$

Ответ: 8.

**15.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 0,5,  $\sin A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

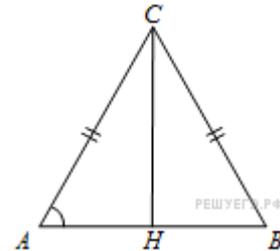
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AB = 2AH = \frac{2CH}{\operatorname{tg}A} = \frac{2CH \cos A}{\sin A} = \frac{2CH \sqrt{1 - \sin^2 A}}{\sin A} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{17}}}{\frac{\sqrt{17}}{17}} = 4.$$

Ответ: 4.

**16.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 20,  $\cos A = 0,6$ .  
Найдите  $AC$ .



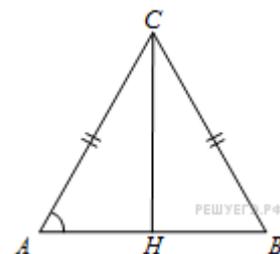
**Пояснение.**

$$AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{CH}{\sqrt{1 - \cos^2 A}} = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,36}} = \frac{20}{0,8} = 25.$$

Ответ: 25.

**17.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 2,  $\cos A = \frac{\sqrt{17}}{17}$ .  
Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

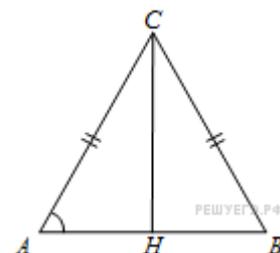
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AB = 2AH = \frac{2CH}{\operatorname{tg}A} = \frac{2CH \cos A}{\sin A} = \frac{2CH \cos A}{\sqrt{1 - \cos^2 A}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{17}}{17}}{\sqrt{1 - \frac{1}{17}}} = 1.$$

Ответ: 1.

**18.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 4,  $\operatorname{tg} A = \frac{4\sqrt{33}}{33}$ .  
Найдите  $AC$ .



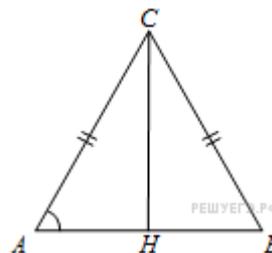
**Пояснение.**

$$AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{CH}{\sqrt{1 - \cos^2 A}} = \frac{CH}{\sqrt{1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A}}} = \frac{4}{\sqrt{1 - \frac{1}{1 + \frac{16}{33}}}} = \frac{4}{\sqrt{1 - \frac{33}{49}}} = 7.$$

Ответ: 7.

**19.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 4,  $\operatorname{tg} A = 0,5$ .  
Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

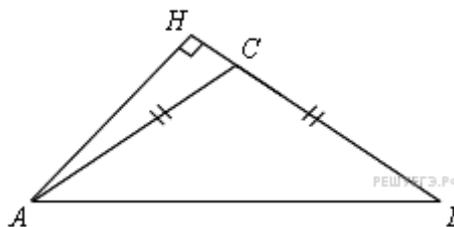
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, высота  $CH$  делит основание  $AB$  пополам.

$$AB = 2AH = \frac{2CH}{\operatorname{tg} A} = \frac{2 \cdot 4}{0,5} = 16.$$

Ответ: 16.

**20.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 8$ ,  
 $\sin BAC = 0,5$ . Найдите высоту  $AH$ .



**Пояснение.**

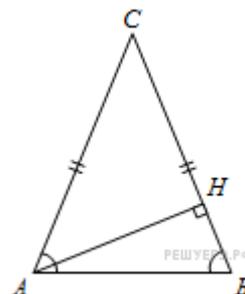
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

$$AH = AB \sin \angle ABH = AB \sin \angle BAC = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

**21.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AH$  – высота,  $AB = 5$ ,  
 $\sin BAC = \frac{7}{25}$ . Найдите  $BH$ .



**Пояснение.**

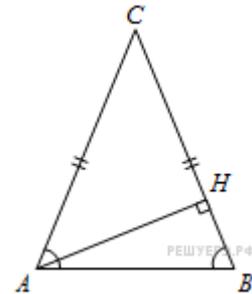
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

$$\begin{aligned} BH &= AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = AB \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\ &= 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8. \end{aligned}$$

Ответ: 4,8.

**22.**

В треугольнике  $ABC$ ,  $AC = BC$ ,  $AB = 5$ ,  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ . Найдите высоту  $AH$ .

**Пояснение.**

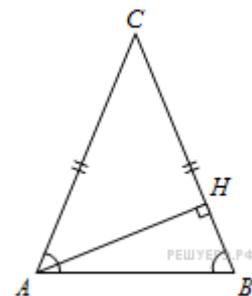
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

$$\begin{aligned} AH &= AB \sin \angle ABH = AB \sin \angle BAC = AB \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} = \\ &= 5 \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = 5 \cdot \frac{24}{25} = 4,8. \end{aligned}$$

Ответ: 4,8.

**23.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AH$  – высота,  $AB = 8$ ,  $\cos \angle BAC = 0,5$ . Найдите  $BH$ .

**Пояснение.**

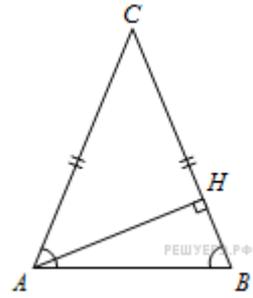
Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании.

$$BH = AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = 4.$$

Ответ: 4.

**24.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 7$ ,  $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{4\sqrt{33}}{33}$ . Найдите высоту  $AH$ .



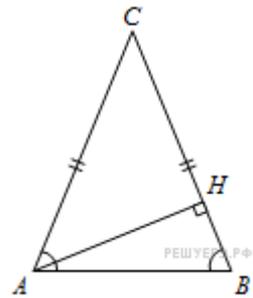
**Пояснение.**

$$AH = AB \sin \angle ABH = AB \sin \angle BAC = AB \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 \angle BAC}} = 7 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{33}{16}}} = 4$$

Ответ: 4.

**25.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AH$  – высота,  $AB = 7$ ,  $\operatorname{tg} \angle BAC = \frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $BH$ .



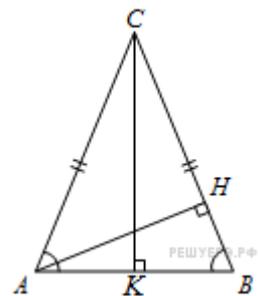
**Пояснение.**

$$BH = AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = AB \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 \angle BAC}} = 7 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{33}{16}}} = 4$$

Ответ: 4.

**26.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 4\sqrt{15}$ ,  $\sin \angle BAC = 0,25$ . Найдите высоту  $AH$ .



**Пояснение.**

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании и высота, проведенная из точки  $C$  делит основание  $AB$  пополам.

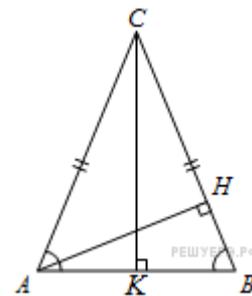
$$\begin{aligned} AH &= AB \cdot \sin \angle ABH = AB \cdot \sin \angle BAC = 2AK \cdot \sin \angle BAC = \\ &= 2AC \cdot \cos \angle BAC \cdot \sin \angle BAC = 2AC \cdot \sin \angle BAC \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \angle BAC} = \\ &= 2 \cdot 4\sqrt{15} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{15}{2} = 7,5. \end{aligned}$$

Ответ: 7,5.

**27.**

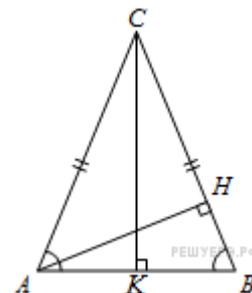
В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 27$ ,  $AH$  — высота,  $\sin BAC = \frac{2}{3}$ .

Найдите  $BH$ .



**Пояснение.**

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании, а высота, проведенная из точки  $C$ , делит основание  $BC$  пополам. Имеем:



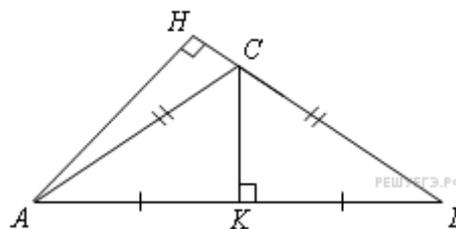
$$BH = AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = 2AK \cos \angle BAC = 2AC \cos^2 \angle BAC =$$

$$= 2AC(1 - \sin^2 \angle BAC) = 2 \cdot 27 \cdot \left(1 - \frac{4}{9}\right) = 30.$$

Ответ: 30.

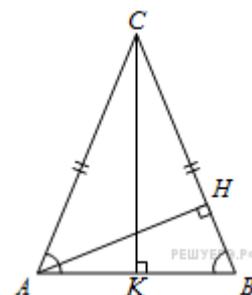
**Примечание.**

Внимательный читатель заметит, что расстояние  $BH$  получилась больше, чем длина  $BC$ . Связано это с тем, что на самом деле описанный в условии треугольник является тупоугольным. Однако это не влияет на корректность решения задачи.



**28.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 4\sqrt{15}$ ,  $\cos BAC = 0,25$ . Найдите высоту  $AH$ .



**Пояснение.**

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании, а высота, проведенная из точки  $C$ , делит основание  $AB$  пополам.

$$AH = AB \sin \angle ABH = AB \sin \angle BAC = 2AK \sin \angle BAC =$$

$$= 2AC \cos \angle BAC \sin \angle BAC = 2AC \cos \angle BAC \sqrt{1 - \cos^2 \angle BAC} =$$

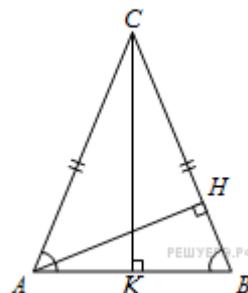
$$= 2 \cdot 4\sqrt{15} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = 2\sqrt{15} \sqrt{\frac{15}{16}} = 2\sqrt{15} \frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{15}{2} = 7,5.$$

Ответ: 7,5.

**29.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 27$ ,  $AH$  — высота,  $\cos BAC = \frac{2}{3}$ .

Найдите  $BH$ .

**Пояснение.**

Треугольник  $ABC$  равнобедренный, значит, углы  $BAC$  и  $ABH$  равны как углы при его основании и высота, проведенная из точки  $C$  делит основание  $AB$  пополам.

$$BH = AB \cos \angle ABH = AB \cos \angle BAC = 2AK \cos \angle BAC =$$

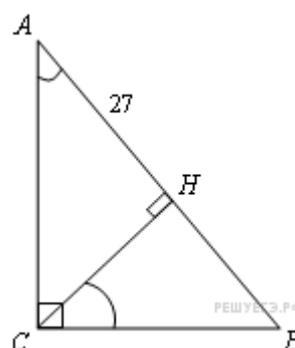
$$= 2AC \cos^2 \angle BAC = 2 \cdot 27 \cdot \frac{4}{9} = 24.$$

Ответ: 24.

**30.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AH = 27$ ,

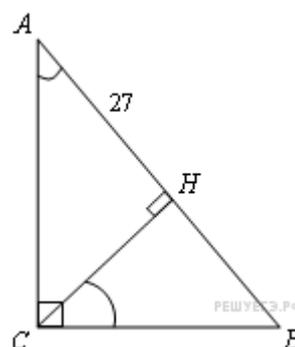
$\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$ . Найдите  $BH$ .

**Пояснение.**

Углы  $A$  и  $HCB$  равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами. Поэтому из треугольников  $BHC$  и  $BCA$  имеем:

$$BH = CH \operatorname{tg} \angle HCB = CH \operatorname{tg} A = AH \operatorname{tg}^2 A = 27 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = 12.$$

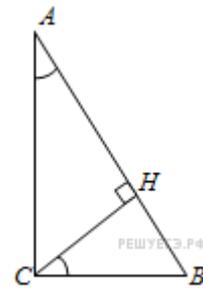
Ответ: 12.



31.

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  – высота,  $BH = 12$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{2}{3}$ .

Найдите  $AH$ .



**Пояснение.**

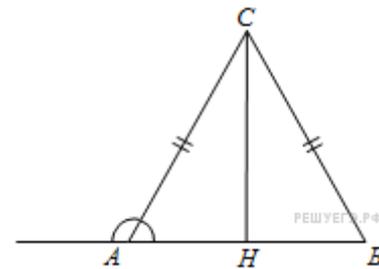
Углы  $A$  и  $HCB$  равны как углы со взаимно перпендикулярными сторонами.

$$AH = \frac{CH}{\operatorname{tg} A} = \frac{HB}{\operatorname{tg}^2 A} = \frac{12 \cdot 9}{4} = 27.$$

Ответ: 27.

32.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 40$ , синус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $0,6$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

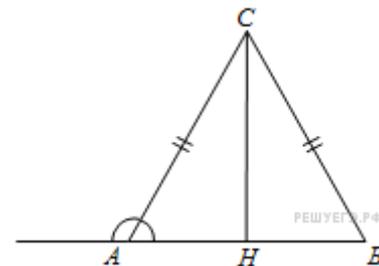
так как

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2\sqrt{1 - \sin^2 A}} = \frac{AB}{2\sqrt{1 - \sin^2 A_{\text{внеш}}}} = \frac{20}{\sqrt{1 - 0,36}} = \frac{20}{0,8} = 25.$$

Ответ: 25.

33.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 8$ , косинус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-0,5$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

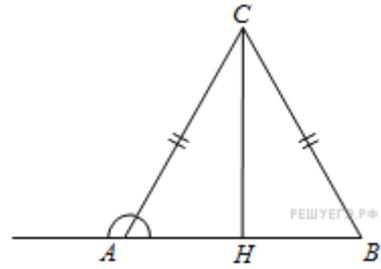
так как

$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AB}{2(-\cos A_{\text{внеш}})} = 8.$$

Ответ: 8.

34.

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 8$ , тангенс внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-\frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

так как

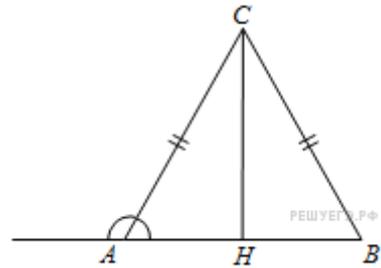
$$AC = \frac{AH}{\cos A} = \frac{AH}{\sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 A}}} = \frac{AH}{\sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 A_{\text{внеш}}}}} = \frac{\frac{AB}{2}}{\sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 A_{\text{внеш}}}}} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\frac{1}{1+\frac{33}{16}}}} = \frac{4}{\sqrt{\frac{1}{\frac{49}{16}}}} = 7.$$

Ответ: 7.

**35.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ , синус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $\frac{7}{25}$ . Найдите  $AB$ .



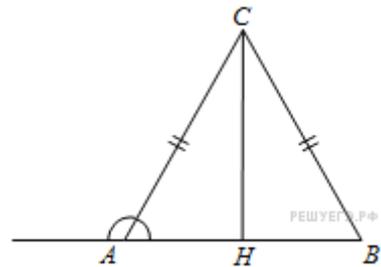
**Пояснение.**

$$AB = 2AH = 2AC \cos A = 2AC \sqrt{1 - \sin^2 A} = 2AC \sqrt{1 - \sin^2 A_{\text{внеш}}} = 10 \cdot \frac{24}{25} = 9,6$$

Ответ: 9,6.

**36.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 8$ , косинус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-0,5$ . Найдите  $AB$ .



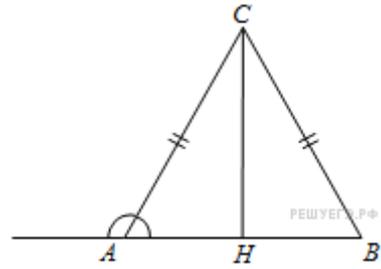
**Пояснение.**

$$AB = 2AH = 2AC \cos A = -2AC \cos A_{\text{внеш}} = 16 \cdot 0,5 = 8.$$

Ответ: 8.

**37.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 7$ , тангенс внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-\frac{33}{4\sqrt{33}}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

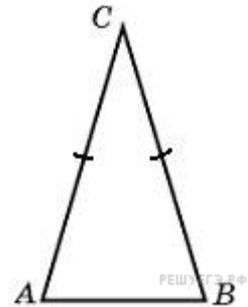
$$AB = 2AH = 2AC \cos A = 2AC \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A}} = 2AC \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 A_{\text{vнеш}}}} =$$

$$= 14 \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{33}{16}}} = 14 \cdot \frac{4}{7} = 8.$$

Ответ: 8.

**38.**

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 10. Найдите площадь этого треугольника.



**Пояснение.**

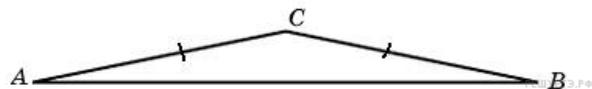
Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 10^2 \cdot \sin 30^\circ = 25 \text{ см}^2.$$

Ответ: 25.

**39.**

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Боковая сторона треугольника равна 20. Найдите площадь этого треугольника.



**Пояснение.**

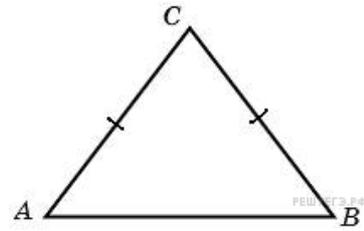
Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20 \cdot \sin 150^\circ = 200 \sin 30^\circ = 100 \text{ см}^2.$$

Ответ: 100.

**40.**

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 5, а основание равно 6. Найдите площадь этого треугольника.



**Пояснение.**

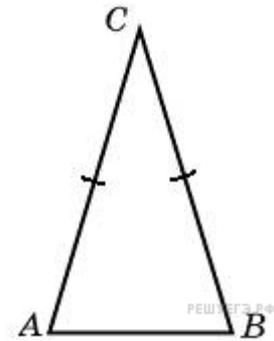
Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту, опущенную на это основание. Высота в равнобедренном треугольнике, опущенная на основание, делит равнобедренный треугольник на два равных прямоугольных треугольника. По теореме Пифагора высота будет определяться соотношением  $h^2 = 25 - 9 = 16$ , откуда  $h = 4$ . Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12.$$

Ответ: 12.

**41.**

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 25.



**Пояснение.**

Площадь равнобедренного треугольника равна половине произведения квадрата его боковой стороны и синуса угла между боковыми сторонами, следовательно,

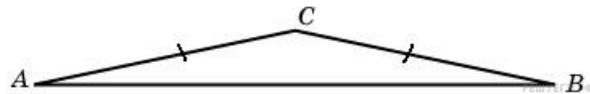
$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 30^\circ = 25,$$

где  $a$  — искомая боковая сторона треугольника. Поэтому  $a = 10$ .

Ответ: 10.

**42.**

Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $150^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 100.



**Пояснение.**

Площадь равнобедренного треугольника равна половине произведения квадрата его боковой стороны и синуса угла между боковыми сторонами, следовательно,

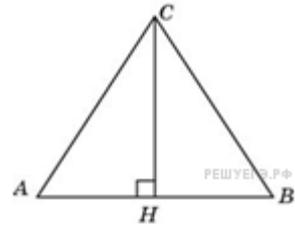
$$S = \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sin 150^\circ = 100,$$

где  $a$  — искомая боковая сторона треугольника. Поэтому  $a = 20$ .

Ответ: 20.

**43.**

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC = AC = 2\sqrt{3}$ . Найдите высоту  $CH$



**Пояснение.**

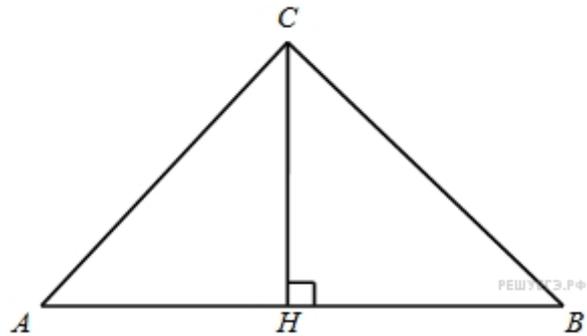
треугольник  $ABC$  – равносторонний, значит, все углы в треугольнике равны  $60^\circ$ .

$$CH = AC \sin A = 2\sqrt{3} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

**44.**

В равностороннем треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите стороны этого треугольника.



**Пояснение.**

треугольник  $ABC$  – равносторонний, значит, все углы в треугольнике равны  $60^\circ$ .

$$AC = \frac{CH}{\sin A} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 4.$$

Ответ: 4.

**45.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 4$ , угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите высоту  $AH$ .



**Пояснение.**

$$AH = AC \sin C = 4 \sin 30^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

**46.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 4, угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите  $AC$ .



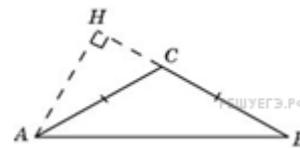
**Пояснение.**

$$AC = \frac{AH}{\sin C} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 4 \cdot 2 = 8.$$

Ответ: 8.

**47.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 2\sqrt{3}$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ .  
Найдите высоту  $AH$ .



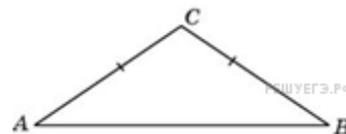
**Пояснение.**

$$\begin{aligned} AH &= AC \sin \angle ACH = AC \sin(180^\circ - \angle C) = \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3. \end{aligned}$$

Ответ: 3.

**48.**

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ .  
Найдите  $AC$ .



**Пояснение.**

воспользуемся теоремой косинусов:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C = 2AC^2(1 - \cos C),$$

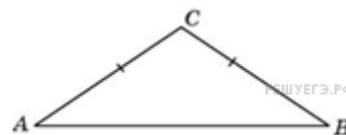
Тогда

$$AC = \sqrt{\frac{AB^2}{2(1 - \cos C)}} = \sqrt{\frac{12}{2(1 + 0,5)}} = 2.$$

Ответ: 2.

**49.**

$ABC$   $AC = BC$ , угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AC = 2\sqrt{3}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

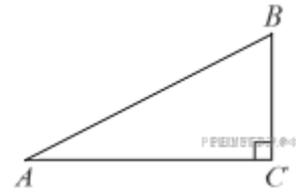
воспользуемся теоремой косинусов:

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos C} = \sqrt{2AC^2(1 - \cos C)} = \\ &= \sqrt{2 \cdot 12(1 - \cos 120^\circ)} = 6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

**50.**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 8$ ,  $\cos A = 0,8$ . Найдите  $BC$ .



**Пояснение.**

Зная, что  $\cos A = \frac{AC}{AB} = 0,8$ , а  $AC = 8$ , по определению косинуса имеем:

$$AB = \frac{AC}{\cos A} = \frac{8}{0,8} = 10.$$

Тогда по теореме Пифагора

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{100 - 64} = 6.$$

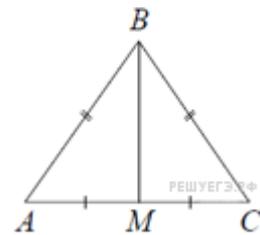
*Приведем другое решение*

$$BC = AC \operatorname{tg} A = AC \frac{\sin A}{\cos A} = AC \frac{\sqrt{1 - \cos^2 A}}{\cos A} = 8 \cdot \frac{\sqrt{1 - 0,64}}{0,8} = 8 \cdot \frac{0,6}{0,8} = 8 \cdot \frac{6}{8} = 6.$$

Ответ: 6.

**51.**

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC$ , медиана  $BM$  равна 6. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $12\sqrt{7}$ . Найдите  $AB$ .



**Пояснение.**

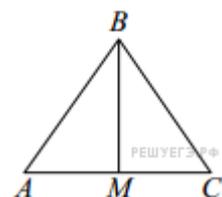
Треугольник  $ABC$  — равнобедренный,  $BM$  — медиана, следовательно,  $BM$  — высота и биссектриса. Площадь треугольника равна половине произведения высоты на длину стороны, к которой проведена эта высота:  $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BM$ , откуда  $AC = \frac{2S_{ABC}}{BM} = \frac{2 \cdot 12\sqrt{7}}{6} = 4\sqrt{7}$ . Треугольники  $ABM$  и  $BCM$  — прямоугольные,  $BM$  — общая,  $AM$  равно  $MC$ , поэтому треугольники  $ABM$  и  $BCM$  равны, как по двум катетам, значит,  $AM = MC = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{7}$ . Найдём  $AB$  по теореме Пифагора из треугольника  $ABM$ :

$$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{4 \cdot 7 + 6^2} = \sqrt{64} = 8.$$

Ответ: 8.

**52.**

В треугольнике  $ABC$   $AB = BC = 25$ ,  $AC = 14$ . Найдите длину медианы  $BM$ .



**Пояснение.**

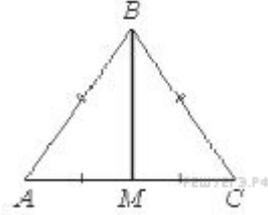
Медиана — отрезок соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, поэтому  $MC = 7$ . Тогда

$$BM = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{625 - 49} = \sqrt{576} = 24.$$

Ответ: 24.

**53.**

В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AB = BC$ , медиана  $BM$  равна 5. Площадь треугольника  $ABC$  равна  $10\sqrt{6}$ . Найдите длину стороны  $AB$ .

**Пояснение.**

Запишем выражение для площади треугольника  $ABC$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot 5 = 2,5 \cdot AC.$$

По условию

$$S_{ABC} = 10\sqrt{6} \Leftrightarrow 2,5AC = 10\sqrt{6} \Leftrightarrow AC = \frac{10\sqrt{6}}{2,5} = 4\sqrt{6}.$$

Так как  $BM$  — медиана, то  $AM = MC = 2\sqrt{6}$ . Из треугольника  $ABM$  — прямоугольного по т. Пифагора

$$AB^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2 = 25 + 24 = 49.$$

Таким образом,  $AB = 7$ .

Ответ: 7.