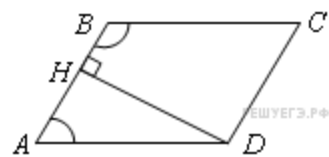


Параллелограмм: углы

1.

В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB , равна 4, $AD = 8$. Найдите синус угла B .



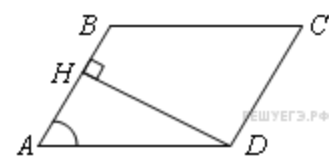
Пояснение.

$$\sin B = \sin(\pi - B) = \sin A = \frac{DH}{AD} = \frac{4}{8} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

2.

В параллелограмме $ABCD$ высота, опущенная на сторону AB , равна 4, $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AD .



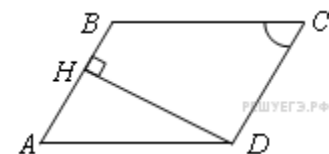
Пояснение.

$$AD = \frac{DH}{\sin A} = \frac{4}{\frac{2}{3}} = 6$$

Ответ: 6.

3.

В параллелограмме $ABCD$ $\sin C = \frac{3}{7}$, $AD = 21$. Найдите высоту, опущенную на сторону AB .



Пояснение.

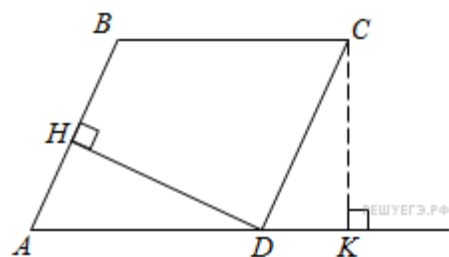
угол A и угол C равны, так как являются противоположащими углами параллелограмма.

$$DH = AD \sin A = AD \sin C = 21 \cdot \frac{3}{7} = 9.$$

Ответ: 9.

4.

В параллелограмме $ABCD$ $AB = 3$, $AD = 21$, $\sin A = \frac{6}{7}$. Найдите большую высоту параллелограмма.



Пояснение.

выразим высоты параллелограмма через $\sin A$:

$$DH = AD \sin A = 21 \cdot \frac{6}{7} = 3 \cdot 6 = 18,$$

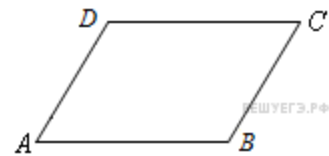
$$CK = AB \sin A = 3 \cdot \frac{6}{7} = \frac{18}{7}.$$

Однозначно, что $18 > \frac{18}{7}$.

Ответ: 18.

5.

В параллелограмме $ABCD$ $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\cos B$.



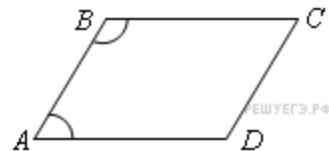
Пояснение.

$$\cos B = \cos(\pi - A) = -\cos A = -\sqrt{1 - \sin^2 A} = -\sqrt{1 - \frac{21}{25}} = -0,4$$

Ответ: -0,4.

6.

В параллелограмме $ABCD$ $\cos A = \frac{\sqrt{51}}{10}$. Найдите $\sin B$.

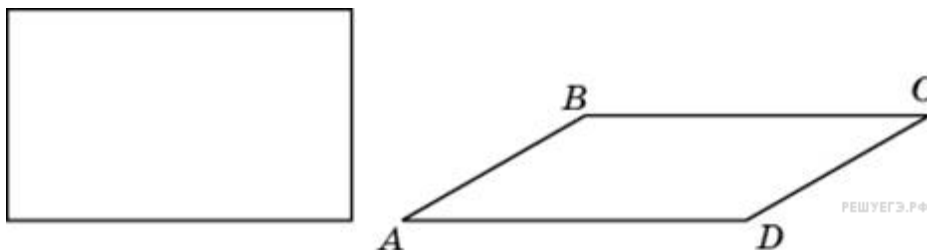


Пояснение.

$$\sin B = \sin(\pi - A) = \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{51}{100}} = 0,7$$

Ответ: 0,7.

7.



Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите острый угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Пояснение.

Площадь параллелограмма равна произведению его сторон на синус угла между ними. Площадь прямоугольника равна произведению длины на ширину. Пусть одна сторона параллелограмма и прямоугольника равна a , а вторая равна b , а острый угол параллелограмма равен α . Тогда площадь параллелограмма равна $S_1 = a \cdot b \cdot \sin \alpha$, а площадь прямоугольника равна $S_2 = a \cdot b$.

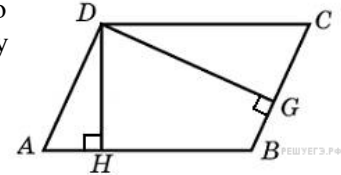
По условию площадь прямоугольника вдвое больше: $S_2 = 2S_1$. Следовательно,

$$a \cdot b = 2 \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha \Leftrightarrow \sin \alpha = 0,5 \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Ответ: 30.

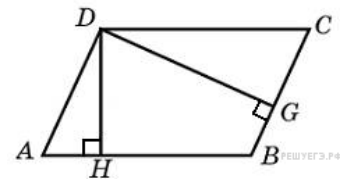
8.

Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.

**Пояснение.**

Пусть x — искомая высота. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, опущенную на это основание. Вычислим площадь параллелограмма двумя способами:

$$S = 9 \cdot 10 = 15 \cdot x.$$

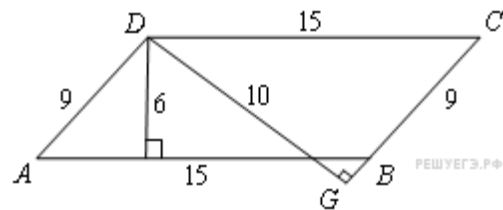


Из полученного уравнения находим $x = 6$.

Ответ: 6.

Примечание.

Внимательный читатель заметит, что если в прямоугольном треугольнике DGC вычислить длину катета CG , то окажется, что

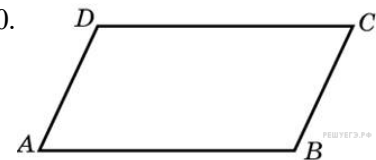


$$CG = \sqrt{CD^2 - DG^2} = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} > CB.$$

Связано это с тем, что на самом деле основание высоты параллелограмма падает на продолжение стороны CB за точку B . Однако это не влияет на корректность решения задачи.

9.

Площадь параллелограмма равна 40, две его стороны равны 5 и 10. Найдите большую высоту этого параллелограмма.

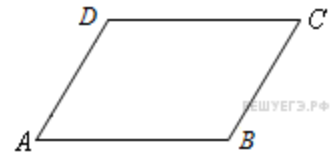
**Пояснение.**

Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту, опущенную на это основание. Пусть высоты равны соответственно a и b . Тогда $S = 5 \cdot a = 10 \cdot b = 40$. Поэтому $a = 8$, $b = 4$. Большая высота равна 8.

Ответ: 8.

10.

Найдите тупой угол параллелограмма, если его острый угол равен 60° . Ответ дайте в градусах.



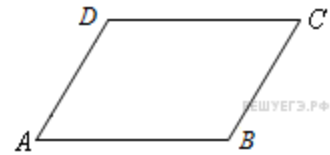
Пояснение.

сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° , тогда $\angle D = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$.

Ответ: 120.

11.

Сумма двух углов параллелограмма равна 100° . Найдите один из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



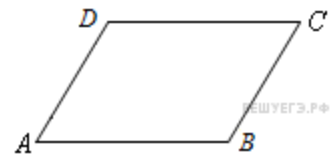
Пояснение.

сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° , значит, сумма двух противоположных острых углов параллелограмма равна 100° . Острый угол равен 50° , значит, один из оставшихся углов равен $180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$.

Ответ: 130.

12.

Один угол параллелограмма больше другого на 70° . Найдите больший угол. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

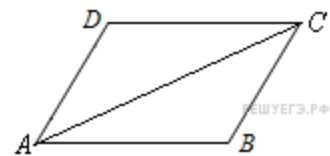
сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° , а их разность равна 70° .

$$\angle B + (\angle B - 70^\circ) = 180^\circ \Leftrightarrow 2\angle B = 250^\circ \Leftrightarrow \angle B = 125^\circ.$$

Ответ: 125.

13.

Диагональ параллелограмма образует с двумя его сторонами углы 26° и 34° . Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

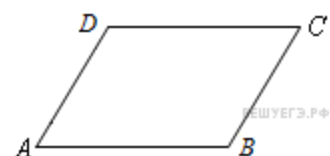
сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° .

$$\angle D = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - (\angle DAC + \angle CAB) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Ответ: 120.

14.

Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как $3 : 7$. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

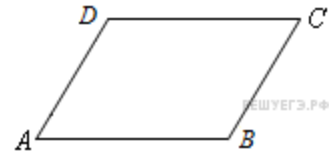
сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна 180° . Тогда

$$\angle B = \frac{7}{3} \angle A = \frac{7}{3} (180^\circ - \angle B) \Leftrightarrow \angle B = 126^\circ.$$

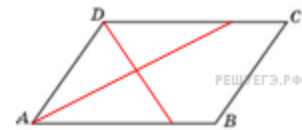
Ответ: 126.

15.

Найдите угол между биссектрисами углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне. Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180° . Тогда искомый угол равен

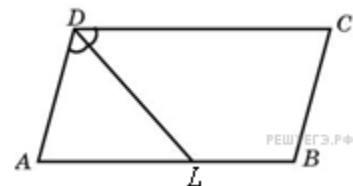


$$180^\circ - \frac{\angle A}{2} - \frac{\angle D}{2} = 180^\circ - \frac{\angle A + \angle D}{2} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ.$$

Ответ: 90.

16.

Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 4 : 3, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.

**Пояснение.**

Заметим, что $\angle CDL = \angle ALD$ как накрест лежащие углы при пересечении параллельных прямых секущей. Значит, треугольник ADL – равнобедренный. Пусть $AL = 4x$, тогда $AD = 4x$, $AB = 7x$. Противоположные стороны параллелограмма $ABCD$ попарно равны, тогда

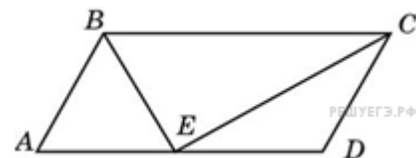
$$P_{ABCD} = 2(AD + AB) = 22x = 88,$$

откуда $x = 4$. Находим $AB = 7x = 28$.

Ответ: 28.

17.

Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Меньшая сторона параллелограмма равна 5. Найдите его большую сторону.

**Пояснение.**

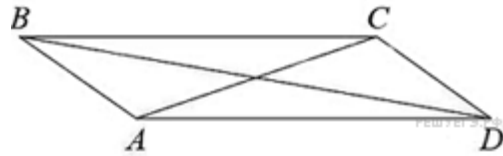
$\angle CBE = \angle BEA$ и $\angle BCE = \angle CED$ как углы при параллельных прямых, значит, треугольники ABE и ECD – равнобедренные.

$$AD = AE + ED = AB + CD = 2AB = 10.$$

Ответ: 10.

18.

В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC в два раза больше стороны AB и $\angle ACD = 104^\circ$. Найдите угол между диагоналями параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

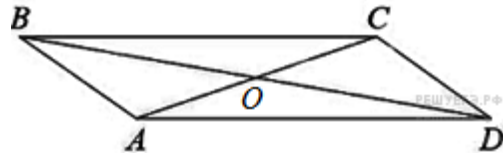


Пояснение.

Пусть O — точка пересечения диагоналей. Диагонали параллелограмма делятся точкой пересечения пополам,

следовательно, $AO = OC = \frac{AC}{2} = AB = CD$.

Следовательно, треугольник COD — равнобедренный, откуда $\angle COD = \angle CDO$. Сумма углов треугольника равна 180° :



$$\angle COD + \angle CDO + \angle ACD = 180^\circ \Leftrightarrow \angle COD + \angle CDO + 104^\circ = 180^\circ. \Leftrightarrow \angle COD + \angle CDO = 76^\circ$$

$$\text{Откуда получаем: } \angle COD = \angle CDO = \frac{76^\circ}{2} = 38^\circ.$$

Ответ: 38.