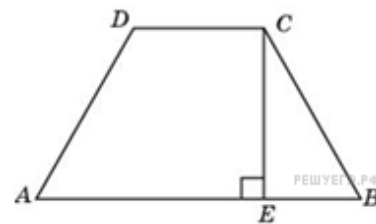


Трапеция: углы

1.

Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.



Пояснение.

$$EB = \frac{(AB - DC)}{2} = 7.$$

По теореме Пифагора находим $CE = \sqrt{CB^2 - EB^2} = 24$.

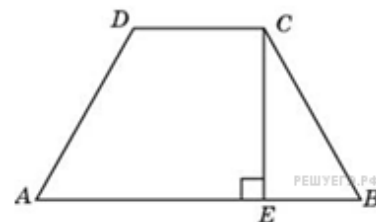
Тогда

$$\sin B = \frac{CE}{CB} = \frac{24}{25} = 0,96.$$

Ответ: 0,96.

2.

Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{5}{7}$. Найдите боковую сторону.



Пояснение.

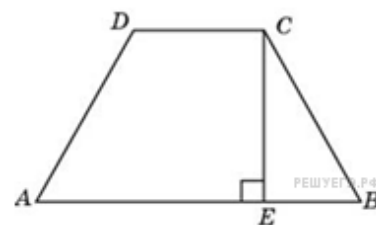
$$EB = \frac{AB - DC}{2} = 15,$$

$$CB = \frac{EB}{\cos B} = \frac{15}{\frac{5}{7}} = 21.$$

Ответ: 21.

3.

Большее основание равнобедренной трапеции равно 34. Боковая сторона равна 14. Синус острого угла равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$. Найдите меньшее основание.



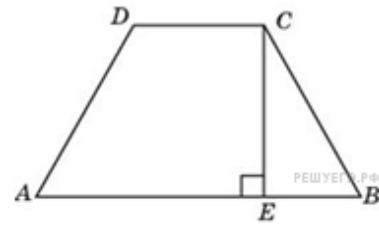
Пояснение.

$$\begin{aligned} CD &= AB - 2EB = AB - 2CB \cos A = AB - 2CB \sqrt{1 - \sin^2 A} = \\ &= 34 - 2 \cdot 14 \sqrt{1 - \frac{40}{49}} = 34 - 12 = 22. \end{aligned}$$

Ответ: 22.

4.

Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 51. Тангенс острого угла равен $\frac{5}{11}$. Найдите высоту трапеции.



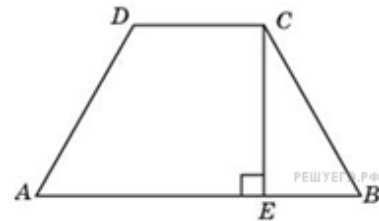
Пояснение.

$$CE = EB \operatorname{tg} B = \frac{AB - DC}{2} \cdot \operatorname{tg} B = \frac{44}{2} \cdot \frac{5}{11} = 10.$$

Ответ: 10.

5.

Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен $\frac{13}{8}$. Найдите большее основание.



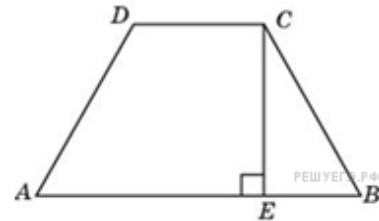
Пояснение.

$$AB = DC + 2EB = DC + 2 \frac{CE}{\operatorname{tg} B} = 23 + 2 \cdot \frac{39}{\frac{13}{8}} = 71.$$

Ответ: 71.

6.

Основания равнобедренной трапеции равны 17 и 87. Высота трапеции равна 14. Найдите тангенс острого угла.



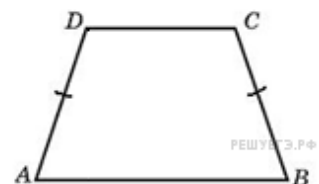
Пояснение.

$$\operatorname{tg} B = \frac{CE}{EB} = \frac{14}{\frac{AB - DC}{2}} = \frac{14}{35} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

7.

Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее периметр равен 60. Найдите площадь трапеции.



Пояснение.

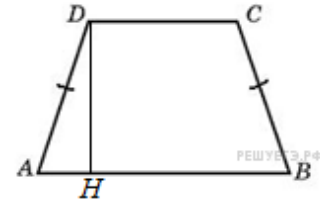
трапеция равнобедренная, значит

$$AH = \frac{AB - DC}{2} = 6 \text{ и } AD = \frac{P_{ABCD} - (AB + DC)}{2} = 10,$$

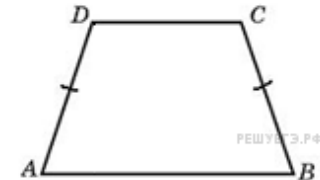
тогда,

$$S = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} = \frac{(AB + CD) \cdot \sqrt{AD^2 - AH^2}}{2} = \frac{40 \cdot 8}{2} = 160.$$

Ответ: 160.

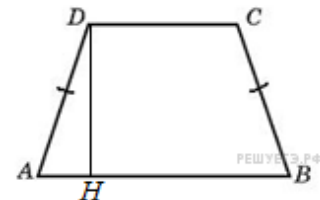
**8.**

Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 13, а ее площадь равна 40. Найдите периметр трапеции.

**Пояснение.**

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} \Leftrightarrow DH = \frac{2S_{ABCD}}{AB + CD} = \frac{80}{20} = 4.$$

Трапеция равнобедренная, значит,



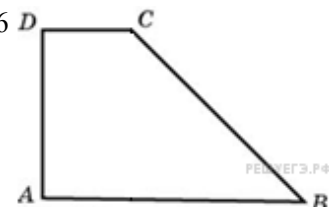
$$AD = \sqrt{DH^2 + AH^2} = \sqrt{DH^2 + \left(\frac{AB - CD}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + 9} = 5,$$

Откуда $P_{ABCD} = 2AD + AB + CD = 30$.

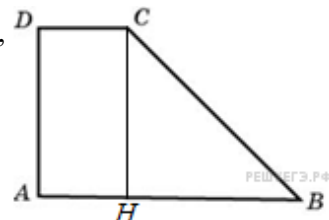
Ответ: 30.

9.

Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 6 и 2, большая боковая сторона составляет с основанием угол 45° .

**Пояснение.**

проведем высоту CH . Треугольник CHB — прямоугольный с $\angle B = 45^\circ$, значит, он также равнобедренный: $CH = HB$.

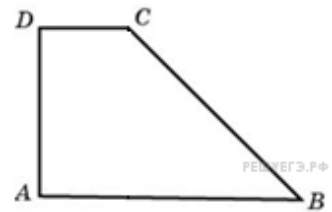


$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{(AB + CD) \cdot CH}{2} = \frac{(AB + CD) \cdot HB}{2} = \frac{(AB + CD)(AB - CD)}{2} = \\ &= \frac{8 \cdot 4}{2} = 16. \end{aligned}$$

Ответ: 16.

10.

Основания прямоугольной трапеции равны 12 и 4. Ее площадь равна 64. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

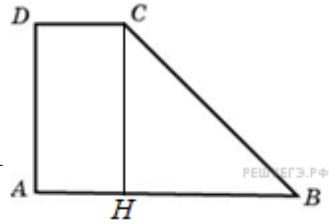


Пояснение.

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot CH}{2} \Leftrightarrow CH = \frac{2S_{ABCD}}{AB + CD} = \frac{2 \cdot 64}{16} = 8.$$

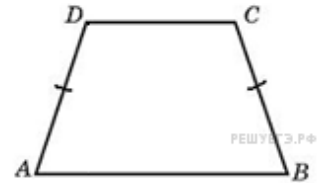
Рассмотрим прямоугольный треугольник CHB .
 $BH = AB - CD = 8$. $CH = HB$, значит, треугольник CHB — равнобедренный. Тогда $\angle B = 45^\circ$.

Ответ: 45.



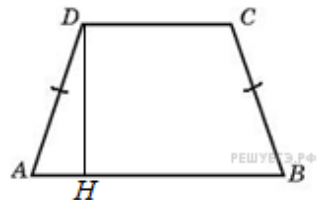
11.

Основания равнобедренной трапеции равны 14 и 26, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.



Пояснение.

$$AH = \frac{AB - CD}{2} = \frac{26 - 14}{2} = 6,$$

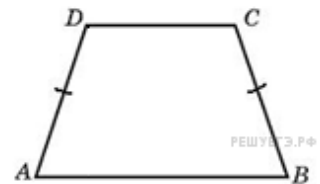


$$S = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} = \frac{(AB + CD) \cdot \sqrt{AD^2 - AH^2}}{2} = \frac{40 \cdot 8}{2} = 160.$$

Ответ: 160.

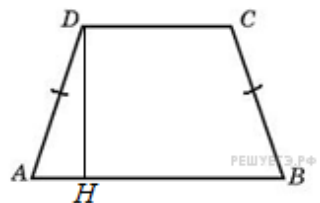
12.

Основания равнобедренной трапеции равны 7 и 13, а ее площадь равна 40. Найдите боковую сторону трапеции.



Пояснение.

$$S = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} \Leftrightarrow DH = \frac{2S}{AB + CD} = \frac{80}{20} = 4,$$

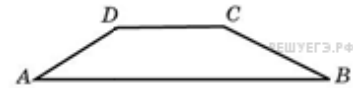


$$AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{\left(\frac{AB - CD}{2}\right)^2 + DH^2} = \sqrt{9 + 16} = 5.$$

Ответ: 5.

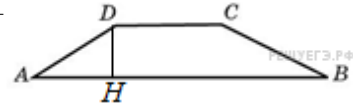
13.

Основания трапеции равны 18 и 6, боковая сторона, равная 7, образует с одним из оснований трапеции угол 150° . Найдите площадь трапеции.



Пояснение.

Введём обозначения как показано на рисунке. Площадь трапеции — произведение полусуммы оснований на высоту:

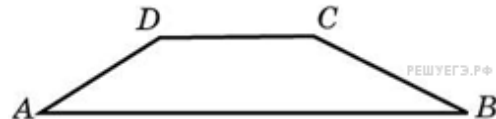


$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD) \cdot DH}{2} = \frac{(AB + CD)AD \sin A}{2} = \frac{(AB + CD) \cdot AD \sin \angle ADC}{2} = \frac{24 \cdot 7 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 42.$$

Ответ: 42.

14.

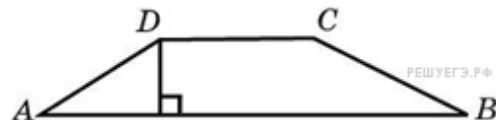
Основания трапеции равны 27 и 9, боковая сторона равна 8. Площадь трапеции равна 72. Найдите острый угол трапеции, прилежащий к данной боковой стороне. Ответ выразите в градусах.



Пояснение.

Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту. Пусть высота равна h , тогда

$$S = \frac{27 + 9}{2} \cdot h = 72,$$

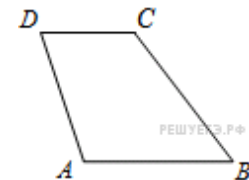


откуда $h = 4$. Рассмотрим прямоугольный треугольник, гипотенузой которого является боковая сторона трапеции, равная 8, а катетом — высота трапеции (см. рис.). Длина катета равна половине гипотенузы, следовательно, он лежит напротив угла 30° .

Ответ: 30.

Примечание.

Внимательный читатель заметит, что на рисунке изображена равнобедренная трапеция, а в условии описана неравнобедренная. Действительно, если бы боковые стороны были равны друг другу, то сумма длин меньшего основания и двух боковых сторон трапеции оказалась бы меньше длины большего основания, а это невозможно. С другой стороны, в тексте условия не сказано, что трапеция является равнобедренной, а слова «наймите угол, прилежащий к данной боковой стороне» говорят о том, что боковые стороны могут быть разными. Кроме того отметьте, что вершина трапеции проецируется не на основание трапеции, а на его продолжение.



15.

Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если известно, что разность противолежащих углов равна 50° ? Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

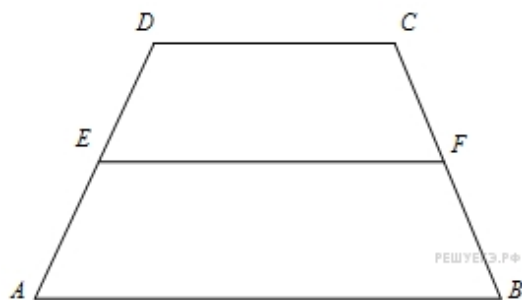
Разность противолежащих углов равна 50° , а их сумма равна 180° , имеем:

$$\begin{cases} \angle C - \angle A = 50^\circ, \\ \angle C + \angle A = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle C = 115^\circ.$$

Ответ: 115.

16.

Найдите среднюю линию трапеции, если ее основания равны 30 и 16.



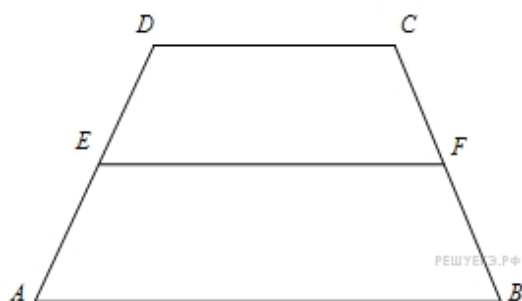
Пояснение.

$$EF = \frac{AB + DC}{2} = \frac{30 + 16}{2} = 23.$$

Ответ: 23.

17.

Средняя линия трапеции равна 28, а меньшее основание равно 18. Найдите большее основание трапеции.



Пояснение.

Средняя линия равна полусумме оснований, поэтому

$$EF = \frac{AB + DC}{2},$$

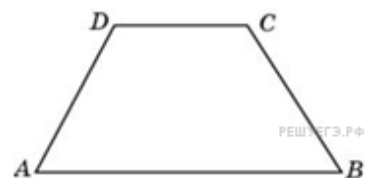
откуда

$$\frac{AB + 18}{2} = 28 \Leftrightarrow AB = 56 - 18 \Leftrightarrow AB = 38.$$

Ответ: 38.

18.

В равнобедренной трапеции большее основание равно 25, боковая сторона равна 10, угол между ними 60° . Найдите меньшее основание.

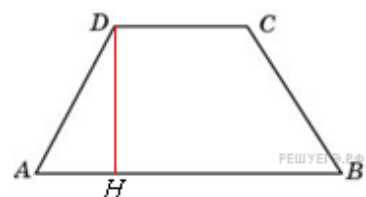


Пояснение.

Проведем высоту DH .

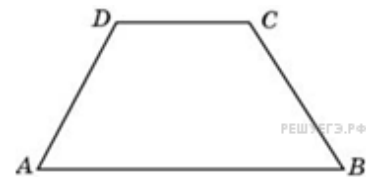
$$DC = AB - 2AH = AB - 2AD \cos A = 25 - 20 \cdot \frac{1}{2} = 15.$$

Ответ: 15.



19.

В равнобедренной трапеции основания равны 12 и 27, острый угол равен 60° . Найдите ее периметр.



Пояснение.

Проведем высоту DH .

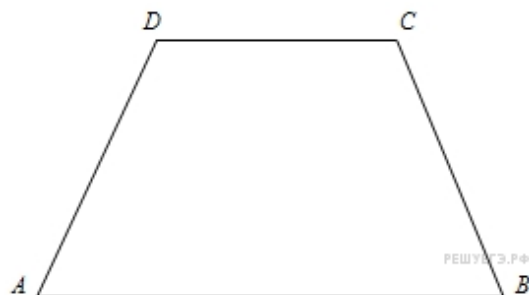
$$P_{ABCD} = AB + DC + 2AD = AB + DC + 2 \frac{AH}{\cos A} =$$

$$= AB + DC + \frac{AB - DC}{\cos A} = 39 + \frac{15}{\cos 60^\circ} = 69.$$

Ответ: 69.

20.

Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 9, один из углов равен 45° . Найдите высоту трапеции.



Пояснение.

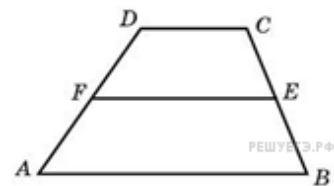
Проведем высоту DH .

$$DH = AH \cdot \operatorname{tg} A = \frac{AB - DC}{2} \cdot \operatorname{tg} A = \frac{15 - 9}{2} \cdot \operatorname{tg} 45^\circ = 3.$$

Ответ: 3.

21.

Основания трапеции относятся как $2 : 3$, а средняя линия равна 5. Найдите меньшее основание.



Пояснение.

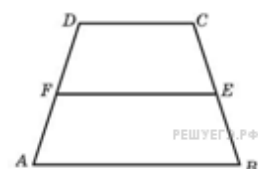
$$DC = 2EF - AB = 2EF - 1,5DC = 10 - 1,5DC.$$

откуда $DC = 4$.

Ответ: 4.

22.

Периметр равнобедренной трапеции равен 80, ее средняя линия равна боковой стороне. Найдите боковую сторону трапеции.



Пояснение.

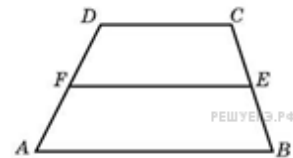
$$AD = \frac{P_{ABCD} - (AB + CD)}{2} = \frac{P_{ABCD}}{2} - EF = \frac{P_{ABCD}}{2} - AD = 40 - AD,$$

откуда $AD = 20$.

Ответ: 20.

23.

Средняя линия трапеции равна 7, а одно из ее оснований больше другого на 4. Найдите большее основание трапеции.



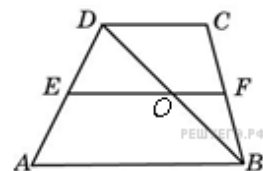
Пояснение.

Имеем: $AB = 2EF - CD = 2EF - (AB - 4) = 18 - AB$, откуда $AB = 9$.

Ответ: 9.

24.

Средняя линия трапеции равна 12. Одна из диагоналей делит ее на два отрезка, разность которых равна 2. Найдите большее основание трапеции.



Пояснение.

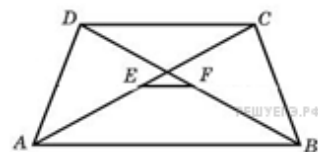
$$\begin{cases} EO + OF = 12, \\ EO - OF = 2; \end{cases} \Leftrightarrow EO = 7.$$

EO является средней линией треугольника ADB , а значит, равна половине основания AB . Тогда $AB = 14$.

Ответ: 14.

25.

Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



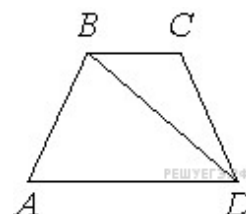
Пояснение.

Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции равен полуразности большего и меньшего оснований. Поэтому он равен $(3 - 2):2 = 0,5$.

Ответ: 0,5.

26.

В трапеции $ABCD$ известно, что $AB = CD$, $\angle BDA = 54^\circ$ и $\angle BDC = 23^\circ$. Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Известно, что в равнобедренной трапеции: $\angle BAD = \angle CDA$, $\angle ABC = \angle BCD$. Таким образом, $\angle CDA = 54^\circ + 23^\circ = 77^\circ$. Следовательно, $\angle BAD = 77^\circ$. Сумма углов в треугольнике равна 180° . Таким образом, $\angle ABD = 180^\circ - 77^\circ - 54^\circ = 49^\circ$

Ответ: 49.