

# Центральные и вписанные углы

1.

Чему равен вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности? Ответ дайте в градусах.

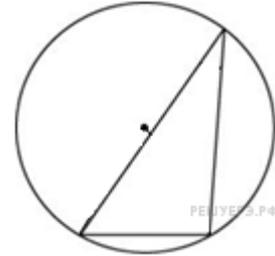
**Пояснение.**

вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым.

Ответ: 90.

2.

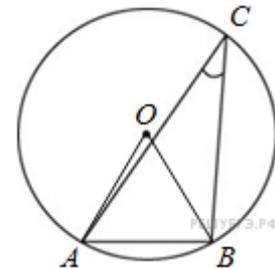
Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

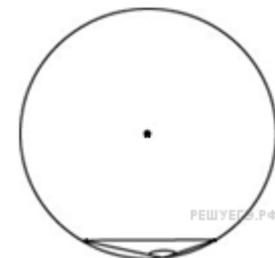
Рассмотрим треугольник  $AOB$ . Он равносторонний, так как  $AO = OB = AB = R$ . Тогда  $\angle AOB = 60^\circ$ .  $\angle ACB$  равен половине центрального угла, опирающегося на ту же хорду, т. е.  $\frac{\angle AOB}{2}$ .

Ответ: 30.



3.

Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.

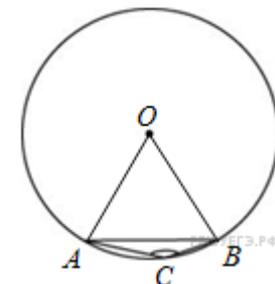


**Пояснение.**

вписанный угол дополняет половину центрального угла, опирающегося на ту же хорду, до  $180^\circ$ . Треугольник  $AOB$  является равносторонним, т. к.  $AO = OB = AB = R$ , соответственно,  $\angle AOB = 60^\circ$ . Тогда

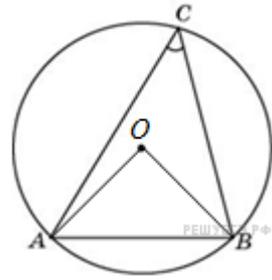
$$\angle ACB = 180^\circ - \frac{\angle AOB}{2} = 150^\circ.$$

Ответ: 150.



4.

Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную  $\sqrt{2}$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

По теореме синусов для треугольника  $ACB$  имеем:

$$\sin C = \frac{AB}{2R} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, искомый угол равен  $45^\circ$ .

Ответ: 45.

**5.**

Радиус окружности равен 1. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную  $\sqrt{2}$ . Ответ дайте в градусах.



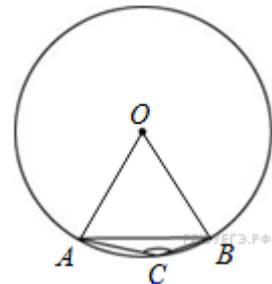
**Пояснение.**

вписанный угол дополняет половину центрального угла, опирающегося на ту же хорду, до  $180^\circ$ .

$$\angle ACB = 180^\circ - \frac{\angle AOB}{2},$$

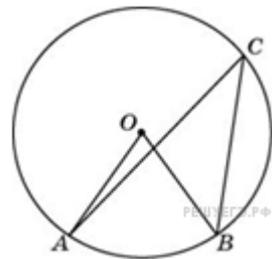
В треугольнике  $AOB$  имеем  $AO = OB = 1$ ,  $AB = \sqrt{2}$ , тогда по теореме обратной теореме Пифагора  $\angle AOB = 90^\circ$ , значит,  $\angle ACB = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$ .

Ответ: 135.



**6.**

Центральный угол на  $36^\circ$  больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

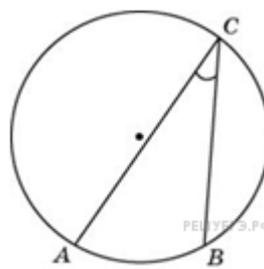
Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит

$$\angle ACB + 36^\circ = 2\angle ACB \Leftrightarrow \angle ACB = 36^\circ.$$

Ответ: 36.

7.

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $\frac{1}{5}$  окружности. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

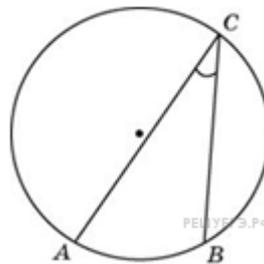
Вписанный угол равен половине дуги, на которую опирается. Следовательно

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot 360^\circ = 36^\circ.$$

Ответ: 36.

8.

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 20% окружности. Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

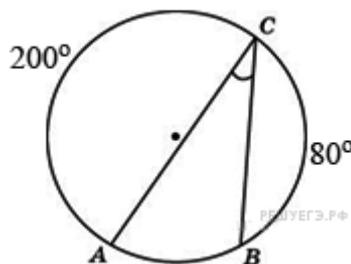
вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 360^\circ = 36^\circ.$$

Ответ: 36.

9.

Дуга окружности  $AC$ , не содержащая точки  $B$ , составляет  $200^\circ$ . А дуга окружности  $BC$ , не содержащая точки  $A$ , составляет  $80^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

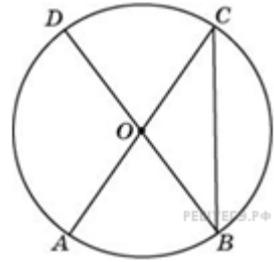
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cup AB = \frac{1}{2} (360^\circ - \cup AC - \cup CB) = \frac{1}{2} (360^\circ - 280^\circ) = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

10.

В окружности с центром  $O$   $AC$  и  $BD$  – диаметры. Вписанный угол  $ACB$  равен  $38^\circ$ . Найдите центральный угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

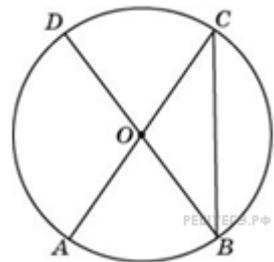
вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит,

$$\angle AOD = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 2\angle ACB = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ.$$

Ответ: 104.

**11.**

В окружности с центром  $O$   $AC$  и  $BD$  – диаметры. Центральный угол  $AOD$  равен  $110^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

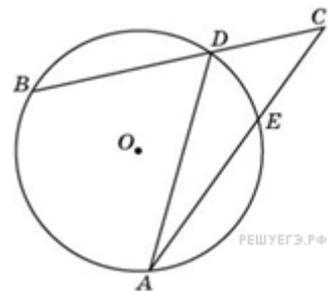
Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности, значит

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOD) = \frac{1}{2} \cdot 70^\circ = 35^\circ.$$

Ответ: 35.

**12.**

Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно  $118^\circ$  и  $38^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

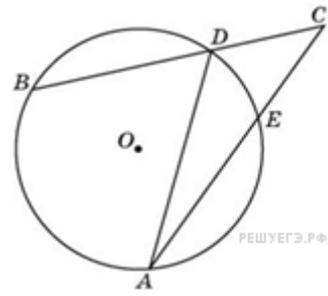
Угол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг:

$$\angle ACB = \frac{\cup AB - \cup DE}{2} = \frac{118^\circ - 38^\circ}{2} = 40^\circ.$$

Ответ: 40.

**13.**

Угол  $ACB$  равен  $42^\circ$ . Градусная величина дуги  $AB$  окружности, не содержащей точек  $D$  и  $E$ , равна  $124^\circ$ . Найдите угол  $DAE$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

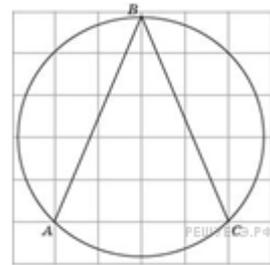
центральный угол равен дуге, на которую он опирается, а вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит

$$\begin{aligned} \angle DAE &= 180^\circ - (\angle ACB + \angle CDA) = 180^\circ - (\angle ACB + 180^\circ - \angle ADB) = \\ &= \frac{\cup AB}{2} - \angle ACB = 62^\circ - 42^\circ = 20^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 20.

**14.**

Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

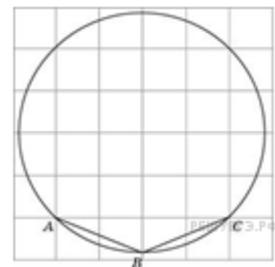
Угол  $ABC$  опирается на  $\frac{1}{4}$  окружности, вписанный угол равен половине дуги, значит,

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 360^\circ = 45^\circ.$$

Ответ: 45.

**15.**

Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



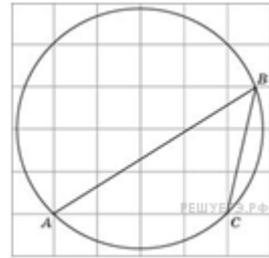
**Пояснение.**

Центральный угол, опирающийся на хорду  $AC$  равен  $90^\circ$ , поэтому меньшая дуга окружности, отсекаемая этой хордой, также равна  $90^\circ$ , а большая — равна  $270^\circ$ . Опирающийся на нее вписанный угол  $ABC$  равен ее половине т. е.  $135^\circ$ .

Ответ: 135.

**16.**

Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

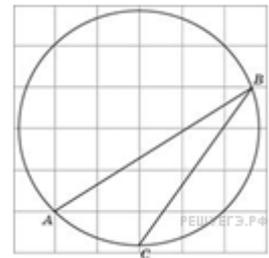
угол  $ABC$  опирается на  $\frac{1}{4}$  окружности, вписанный угол равен половине дуги, значит

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 360^\circ = 45^\circ.$$

Ответ: 45.

**17.**

Найдите градусную величину дуги  $AC$  окружности, на которую опирается угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



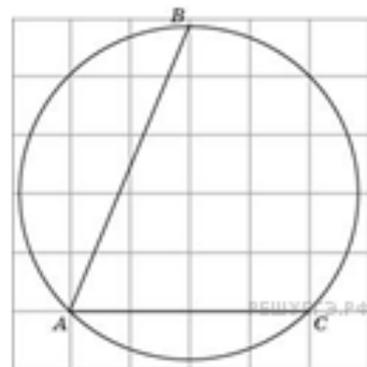
**Пояснение.**

Дуга  $AC$  равна половине дуги  $90^\circ$ , т. е. равна  $45^\circ$ .

Ответ: 45.

**18.**

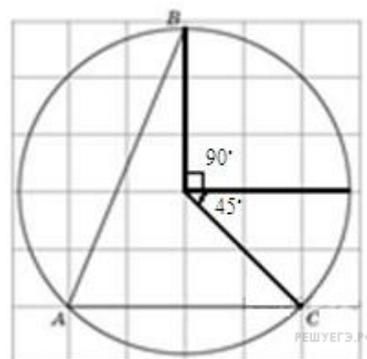
Найдите градусную величину дуги  $BC$  окружности, на которую опирается угол  $BAC$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

Дуга  $BC$  равна  $90^\circ$  и еще  $45^\circ$  (см. рис.). Всего  $135^\circ$ .

Ответ: 135.



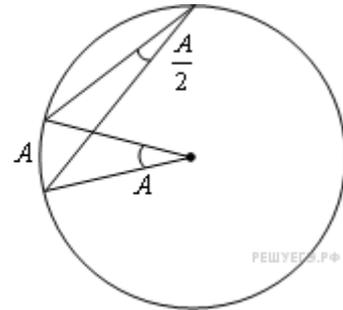
19.

Найдите центральный угол  $AOB$ , если он на  $15^\circ$  больше вписанного угла  $ACB$ , опирающегося на ту же дугу. Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

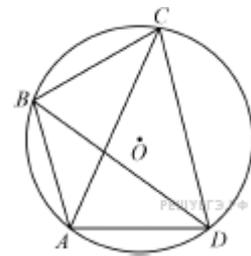
Пусть центральный и вписанный угол опираются на дугу  $A$  градусов. Центральный угол равен дуге, на которую он опирается, а вписанный равен её половине, поэтому их величины равны соответственно  $A$  и  $0,5A$  градусов. Тогда  $A - 0,5A = 15^\circ$ , откуда  $A = 30^\circ$ .

Ответ: 30.



20.

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $104^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $66^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

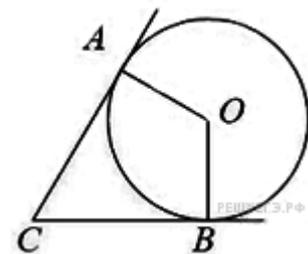
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \cup AD = \frac{1}{2} (\cup ADC - \cup CD) = \frac{1}{2} (2\angle ABC - 2\angle CAD) = 38^\circ.$$

Ответ: 38.

21.

В угол  $C$  величиной  $83^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



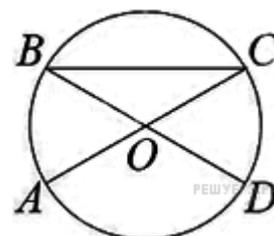
**Пояснение.**

$$\text{Угол } AOB = 180^\circ - \cup AB = 180 - 83 = 97^\circ.$$

Ответ: 97.

22.

В окружности с центром  $O$   $AC$  и  $BD$  — диаметры. Центральный угол  $AOD$  равен  $130^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



**Пояснение.**

Смежные углы  $\angle BOA$  и  $\angle AOD$  образуют развёрнутый угол, поэтому их сумма равна  $180^\circ$ , откуда  $\angle AOB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ . Угол  $\angle AOB$  — центральный, следовательно, он равен дуге, на которую опирается, угол  $\angle ACB$  — вписанный, следовательно, он равен половине дуги, на которую опирается. Поскольку углы  $\angle AOB$  и  $\angle ACB$  опираются на одну и ту же дугу, угол  $\angle ACB$  равен половине угла  $\angle AOB$ , то есть  $25^\circ$ .

Ответ: 25