

Касательная, хорда, секущая

1.

Найдите хорду, на которую опирается угол 90° , вписанный в окружность радиуса 1.

Пояснение.

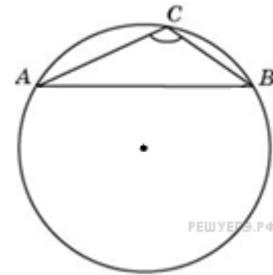
вписанный угол является прямым, значит, он опирается на диаметр окружности.

$$D = 2R = 2.$$

Ответ: 2.

2.

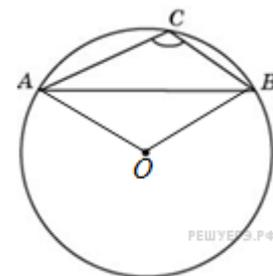
Найдите хорду, на которую опирается угол 120° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.



Пояснение.

вписанный угол дополняет половину центрального угла, опирающегося на ту же хорду, до 180° , значит, $\angle AOB = 2(180^\circ - 120^\circ) = 120^\circ$. По теореме косинусов:

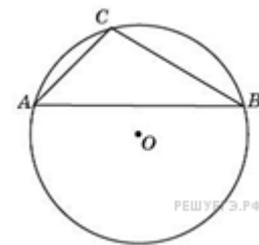
$$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cos \angle AOB} = \sqrt{3 + 3 + 6 \cdot \frac{1}{2}} = 3$$



Ответ: 3.

3.

Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Из точки C хорда AB видна под углом ACB . Пусть большая часть окружности равна $7x$, тогда меньшая равна $5x$.

$$7x + 5x = 360^\circ \Leftrightarrow 12x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ.$$

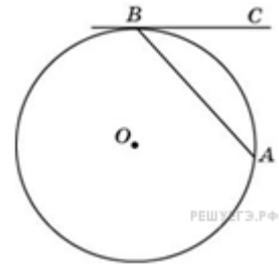
Значит, меньшая дуга окружности равна 150° , а большая — 210° .

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит, опирающийся на большую дугу угол ACB равен 105° .

Ответ: 105.

4.

Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

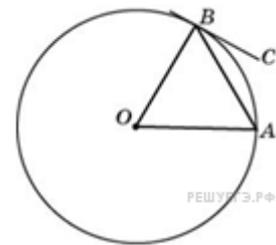
угол между касательной и хордой равен половине дуги, стягиваемой хордой

$$\angle ABC = \frac{\cup AB}{2} = \frac{92^\circ}{2} = 46^\circ.$$

Ответ: 46.

5.

Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.



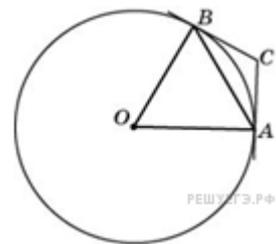
Пояснение.

угол между касательной и хордой равен половине дуги, стягиваемой хордой. Значит, искомая величина дуги равна 64° .

Ответ: 64.

6.

Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

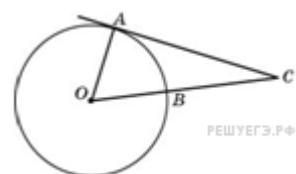
Угол между касательной и хордой равен половине заключенной между ними дуги. В треугольнике ABC :

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle CBA) = 180^\circ - \cup AB = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ.$$

Ответ: 118.

7.

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а меньшая дуга окружности AB , заключенная внутри этого угла, равна 64° . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

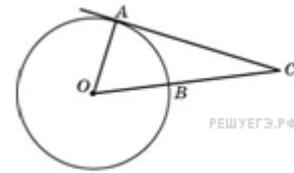
касательная к окружности перпендикулярна радиусу, центральный угол равен дуге, на которую он опирается, значит, треугольник OAC – прямоугольный и

$$\angle ACO = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \cup AB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ.$$

Ответ: 26.

8.

Угол ACO равен 28° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

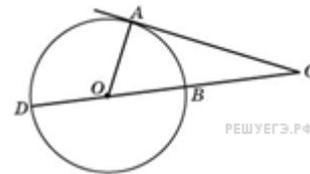
касательная к окружности перпендикулярна радиусу, центральный угол равен дуге, на которую он опирается, значит, треугольник OAC – прямоугольный и

$$\cup AB = \angle AOB = \angle AOC = 90^\circ - \angle ACO = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ.$$

Ответ: 62.

9.

Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а большая дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

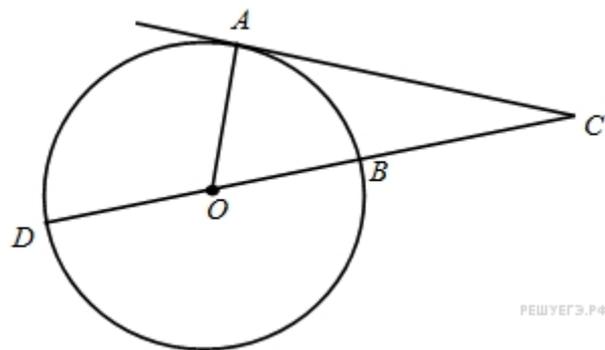
касательная к окружности перпендикулярна радиусу, центральный угол равен дуге, на которую он опирается, значит, треугольник OAC – прямоугольный и

$$\begin{aligned} \angle ACO &= 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \angle AOB = 90^\circ - (180^\circ - \angle AOD) = \\ &= \cup AD - 90^\circ = 116^\circ - 90^\circ = 26^\circ. \end{aligned}$$

Ответ: 26.

10.

Угол ACO равен 24° . Его сторона CA касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

**Пояснение.**

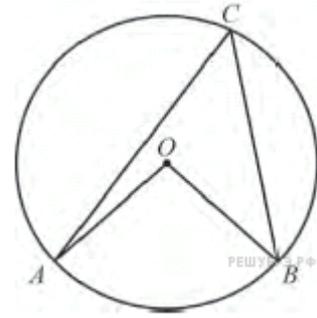
Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, центральный угол равен дуге, на которую он опирается, значит, треугольник OAC – прямоугольный и

$$\begin{aligned} \cup AD &= \angle DOA = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - (90^\circ - \angle ACO) = \\ &= 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ \end{aligned}$$

Ответ: 114.

11.

Центральный угол на 48° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

Центральный угол вдвое больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Поэтому

$$\widehat{AOB} = \widehat{ACB} + 48^\circ \Leftrightarrow 2\widehat{ACB} = \widehat{ACB} + 48^\circ \Leftrightarrow \widehat{ACB} = 48^\circ.$$

Ответ: 48.

12.

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{17}{36}$ длины окружности.

Ответ дайте в градусах.

Пояснение.

Градусные меры дуг окружности относятся как их длины, поэтому вписанный угол опирается на дугу

$$\frac{17}{36} \cdot 360^\circ = 170^\circ.$$

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, тем самым, он равен 85° .

Ответ: 85° .

13.

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{4}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.

Пояснение.

Градусные меры дуг окружности относятся как их длины, поэтому вписанный угол опирается на дугу

$$\frac{1}{4} \cdot 360^\circ = 90^\circ.$$

Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, тем самым, он равен 45° .

Ответ: 45° .