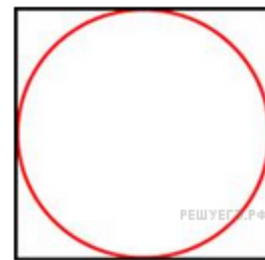


Окружность, вписанная в четырехугольник

1.

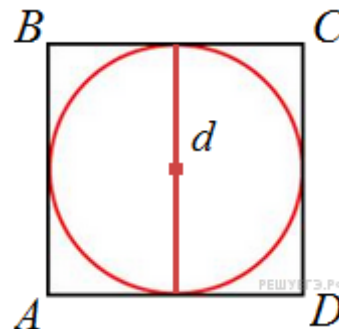
Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат со стороной 4.



Пояснение.

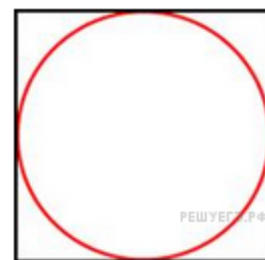
$$r = \frac{d}{2} = \frac{AB}{2} = 2.$$

Ответ: 2.



2.

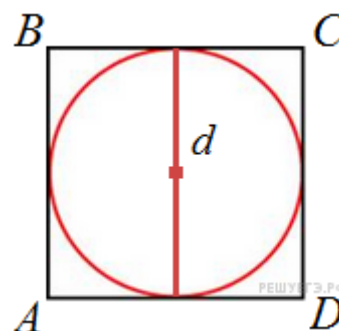
Найдите сторону квадрата, описанного около окружности радиуса 4.



Пояснение.

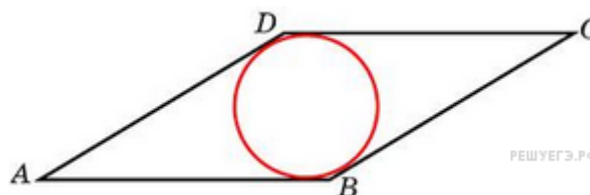
$$AB = d = 2r = 8.$$

Ответ: 8.



3.

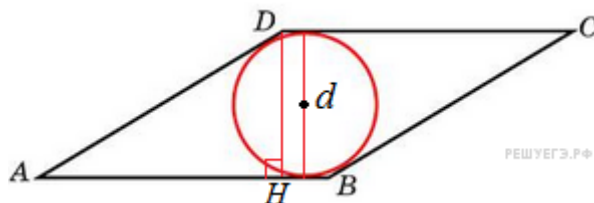
Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° .
Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



Пояснение.

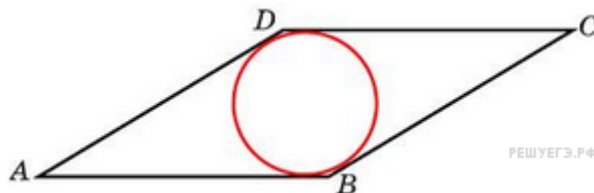
$$r = \frac{d}{2} = \frac{DH}{2} = \frac{AD \sin A}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

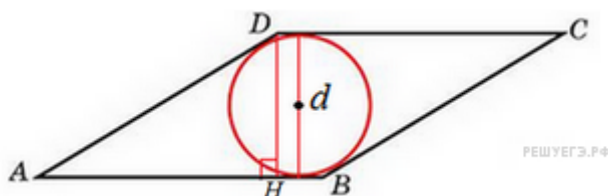


4.

Острый угол ромба равен 30° . Радиус вписанной в этот ромб окружности равен 2. Найдите сторону ромба.



Пояснение.

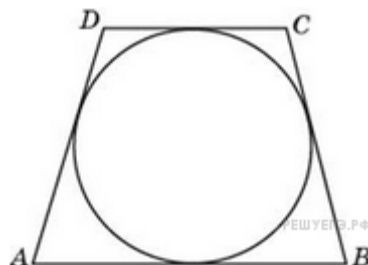


$$AD = \frac{DH}{\sin A} = \frac{d}{\sin A} = \frac{2r}{\sin A} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 8.$$

Ответ: 8.

5.

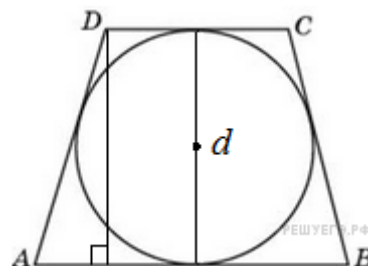
Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 1.



Пояснение.

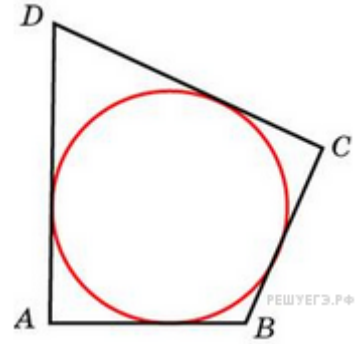
$$h = D = 2r = 2.$$

Ответ: 2.



6.

Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.



Пояснение.

Пусть большая из двух оставшихся сторон имеет длину x , тогда длина четвертой стороны равна $24 - 5 - 6 - x = 13 - x$. В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны. В этом случае периметр четырехугольника вдвое больше суммы длин противоположных сторон, а значит, стороны длиной x и $13 - x$, как и стороны длиной 5 и 6, не могут быть противоположными и являются смежными.

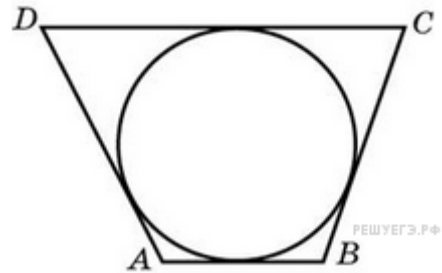
Итак, напротив большей из первой пары смежных сторон с длинами x и $13 - x$ лежит меньшая из второй пары смежных сторон с длинами 5 и 6. Поскольку суммы длин противоположных сторон равны, имеем:

$$x + 5 = (13 - x) + 6 \Leftrightarrow x = 7.$$

Ответ: 7.

7.

Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как $1 : 2 : 3$. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.



Пояснение.

В выпуклый четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда $AB + CD = BC + AD$. Пусть меньшая сторона равна x , тогда

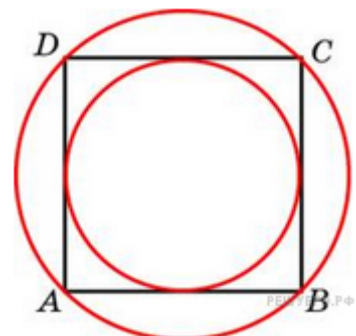
$$x + 3x = \frac{P}{2} \Leftrightarrow 4x = 16 \Leftrightarrow x = 4,$$

значит, четвертая сторона равна $\frac{P}{2} - 2x = 16 - 8 = 8$. Тогда большая сторона равна $3x = 12$.

Ответ: 12.

8.

Около окружности, радиус которой равен $\sqrt{8}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.



Пояснение.

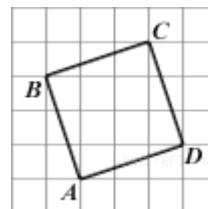
Сторона квадрата вдвое больше радиуса вписанной в него окружности. Поэтому $AB = 2\sqrt{8}$. Радиус описанной вокруг квадрата окружности равен половине его диагонали. Поэтому

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{8}\sqrt{2}}{2} = \sqrt{16} = 4.$$

Ответ: 4.

9.

Найдите радиус r окружности, вписанной в четырехугольник $ABCD$. Считайте, что стороны квадратных клеток равны 1. В ответе укажите $r\sqrt{10}$.

**Пояснение.**

Радиус окружности, вписанной в квадрат, равен половине его стороны.

$$r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{3^2 + 1^2}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

Ответ: 5.