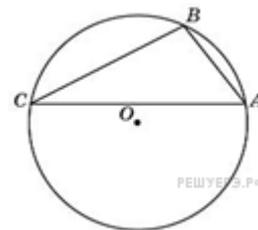


Окружность, описанная вокруг треугольника

1.

Точки A , B , C , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как $1 : 3 : 5$. Найдите больший угол треугольника ABC . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

пусть меньшая часть окружности равна x тогда

$$x + 3x + 5x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 40^\circ.$$

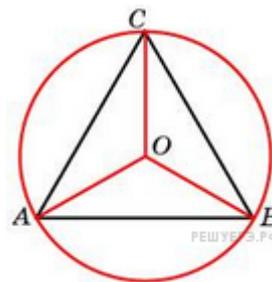
Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит,

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} \cdot 5x = \frac{5}{2} \cdot 40^\circ = 100^\circ.$$

Ответ: 100.

2.

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Пояснение.

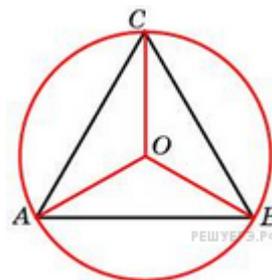
треугольник ABC правильный, значит, все углы равны по 60° .

$$R = \frac{AC}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.$$

Ответ: 1.

3.

Радиус окружности, описанной около правильного треугольника, равен $\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



Пояснение.

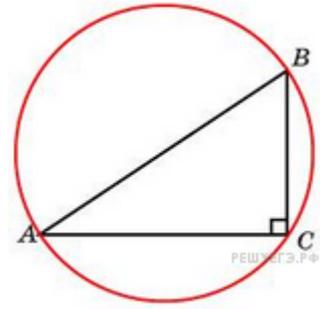
Треугольник ABC правильный, значит, все углы равны по 60° .

$$CB = 2R \sin A = 2\sqrt{3} \sin 60^\circ = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

4.

В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Пояснение.

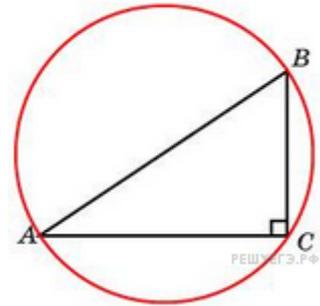
вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности, является прямым, значит, AB – диаметр.

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{AC^2 + BC^2}}{2} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

Ответ: 2,5.

5.

В треугольнике ABC $BC = 6$, угол C равен 90° . Радиус описанной окружности этого треугольника равен 5. Найдите AC .



Пояснение.

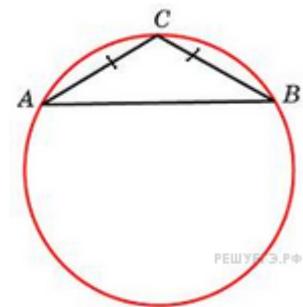
Гипотенуза прямоугольного треугольника является диаметром описанной вокруг него окружности, поэтому ее длина 10. Тогда по теореме Пифагора:

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{100 - 36} = 8.$$

Ответ: 8.

6.

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



Пояснение.

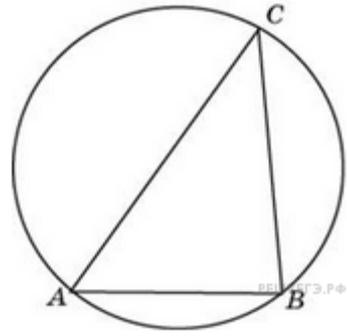
Сумма двух равных углов при основании треугольника равна 60° , поэтому каждый из них равен 30° . Тогда по теореме синусов

$$d = \frac{BC}{\sin A} = \frac{1}{\sin 30^\circ} = 2.$$

Ответ: 2.

7.

Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Пояснение.

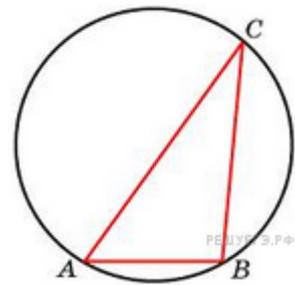
По теореме синусов имеем:

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{R}{2 \sin 30^\circ} = 1.$$

Ответ: 1.

8.

Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне. Ответ дайте в градусах



Пояснение.

По теореме синусов

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{R}{2 \sin \angle C},$$

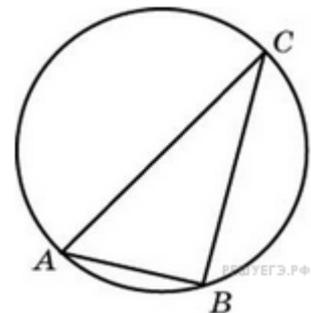
тогда

$$\sin C = \frac{1}{2} \Leftrightarrow C = 30^\circ.$$

Ответ: 30.

9.

Угол C треугольника ABC , вписанного в окружность радиуса 3, равен 30° . Найдите сторону AB этого треугольника.



Пояснение.

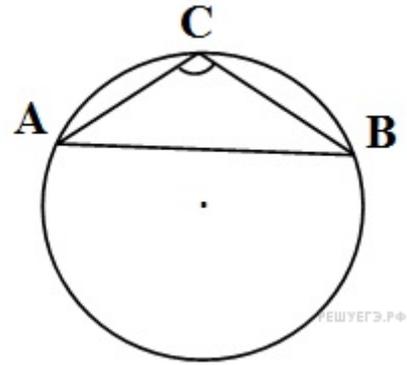
По теореме синусов:

$$R = \frac{AB}{2 \sin C} \Leftrightarrow AB = 2R \sin C = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

10.

Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противолежащий ей угол C равен 150° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



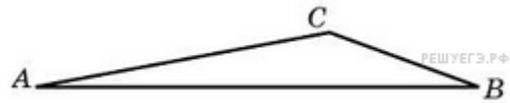
Пояснение.

$$R = \frac{AB}{2 \sin \angle C} = \frac{1}{2 \sin 150^\circ} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 1.$$

Ответ: 1.

11.

Пусть тупым является угол C , тогда сторона AB тупоугольного треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Пояснение.

По теореме синусов:

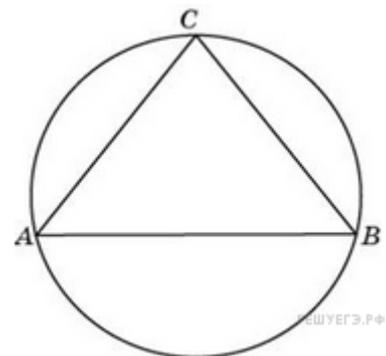
$$\sin \angle C = \frac{AB}{2R} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}.$$

Поскольку угол C тупой, а его синус равен $\frac{1}{2}$, это угол 150° .

Ответ: 150.

12.

Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



Пояснение.

Для нахождения площади треугольника ABC , воспользуемся формулой Герона:

$$S = \sqrt{p(p-AC)(p-AB)(p-BC)} = 768.$$

Далее по формуле $R = \frac{abc}{4S}$:

$$R = \frac{40 \cdot 40 \cdot 48}{4 \cdot \sqrt{64 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 16}} = \frac{10 \cdot 40 \cdot 48}{24 \cdot 8 \cdot 4} = 25.$$

Ответ: 25.