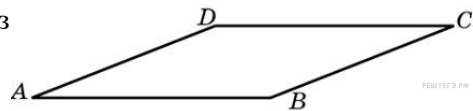


Ромб: длины и площади

1.

Найдите площадь ромба, если его стороны равны 1, а один из углов равен 150° .



Пояснение.

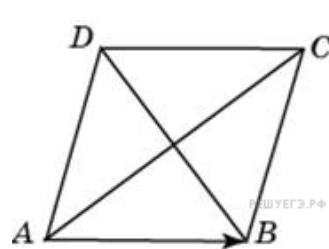
Площадь ромба равна произведению квадрата его стороны и синуса его угла. Поэтому

$$S = 1^2 \cdot \sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ см}^2.$$

Ответ: 0,5.

2.

Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора \vec{AB} .



Пояснение.

Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Тогда вектор \vec{AB} является гипотенузой в прямоугольном треугольнике. По теореме Пифагора получаем, что

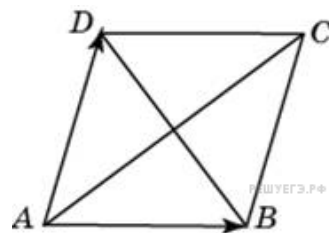
$$AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10.$$

Ответ: 10.

3.

Диагонали изображенного на рисунке ромба $ABCD$ равны 12 и 16.

Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AD}$.



Пояснение.

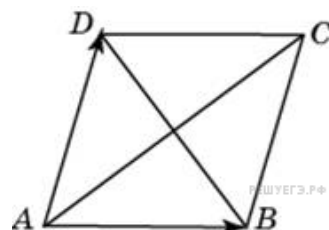
Длина вектора $\vec{AB} + \vec{AD}$ равна вектору \vec{AC} . Длина вектора \vec{AC} равна 16.

Ответ: 16.

4.

Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора

$\vec{AB} - \vec{AD}$.



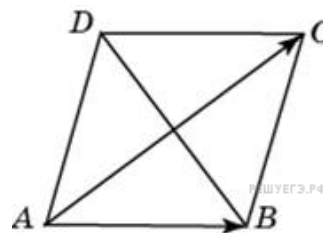
Пояснение.

Разность векторов \vec{AB} и \vec{AD} равна вектору \vec{DB} . Длина вектора \vec{DB} равна 12.

Ответ: 12.

5.

Диагонали ромба $ABCD$ равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AB} - \vec{AC}$.



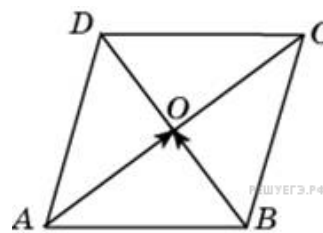
Пояснение.

Разность векторов $\vec{AB} - \vec{AC}$ равна вектору \vec{CB} . Диагонали ромба перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам. Пусть O — точка пересечения диагоналей. Вектор \vec{CB} является гипотенузой в прямоугольном треугольнике BOC . Поэтому $CB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

Ответ: 10.

6.

Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AO} + \vec{BO}$.



Пояснение.

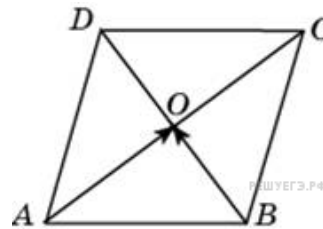
Сумма векторов $\vec{AO} + \vec{BO}$ равна вектору \vec{AD} . $ABCD$ — ромб, его диагонали пересекаются под прямым углом, значит,

$$AD = \sqrt{AO^2 + OD^2} = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BD^2} = \frac{1}{2} \sqrt{256 + 144} = 10.$$

Ответ: 10.

7.

Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16. Найдите длину вектора $\vec{AO} - \vec{BO}$.



Пояснение.

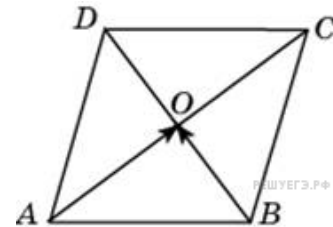
Разность векторов \vec{AO} и \vec{BO} равна вектору \vec{AB} . Диагонали ромба пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам. Тогда вектор \vec{AB} является гипотенузой в прямоугольном треугольнике. По теореме Пифагора получаем, что $AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

Ответ: 10.

8.

Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O и равны 12 и 16.

Найдите скалярное произведение векторов \vec{AO} и \vec{BO} .



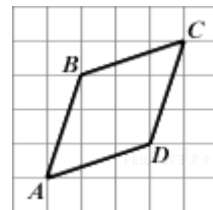
Пояснение.

Скалярное произведение двух векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Диагонали в ромбе перпендикулярны. Так как косинус прямого угла равен нулю, то и скалярное произведение тоже равно нулю.

Ответ: 0.

9.

Найдите периметр четырехугольника $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{10}$.



Пояснение.

Стороны четырехугольника равны. По теореме Пифагора

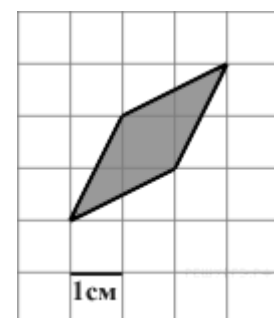
$$AB = \sqrt{10} \cdot \sqrt{3^2 + 1^2} = 10.$$

Следовательно, периметр равен $4AB = 40$.

Ответ: 40.

10.

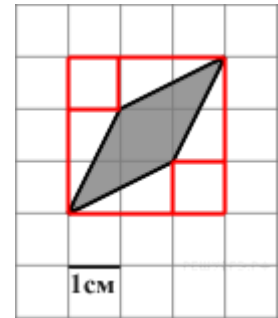
Найдите площадь ромба, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата, двух маленьких квадратов и четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

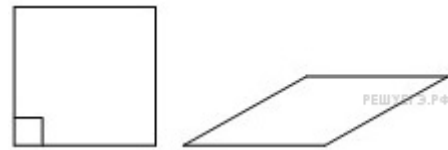
$$S = 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 3 \text{ см}^2.$$

**Примечание.**

Наш четырёхугольник — ромб, его площадь равна половине произведения диагоналей. Поэтому она равна 3.

11.

Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 30° , а площадь квадрата равна 64.

**Пояснение.**

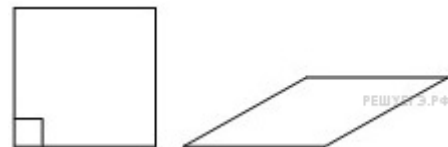
Площадь квадрата вычисляется по формуле: $S = a^2$. Площадь ромба вычисляется по формуле:

$$S = a^2 \cdot \sin \alpha. \text{ Таким образом: } S_{\text{ромба}} = S_{\text{квадрата}} \cdot \sin \alpha = 64 \cdot \sin 30^\circ = 64 \cdot \frac{1}{2} = 32$$

Ответ: 32.

12.

Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найдите площадь ромба, если его острый угол равен 30° , а площадь квадрата равна 36.

**Пояснение.**

Площадь квадрата вычисляется по формуле: $S = a^2$. Площадь ромба вычисляется по формуле:

$S = a^2 \cdot \sin \alpha$. Таким образом:

$$S_{\text{ромба}} = S_{\text{квадрата}} \cdot \sin \alpha = 36 \cdot \sin 30^\circ = 36 \cdot \frac{1}{2} = 18.$$

Ответ: 18.