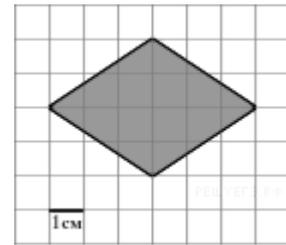


Произвольный четырехугольник

1.

На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

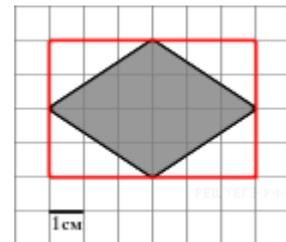
Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и четырех равных прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника. Поэтому

$$S = 6 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 12 \text{ см}^2.$$

Ответ: 12.

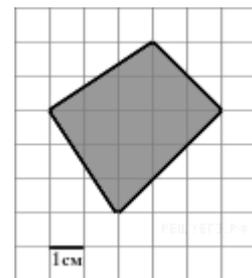
Примечание.

Заданный четырехугольник — ромб. Его площадь равна половине произведения диагоналей и равна 12.



2.

На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

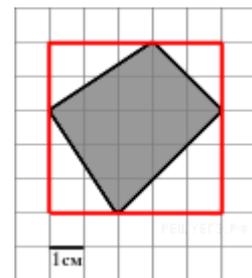


Пояснение.

Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и четырех прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника. Поэтому

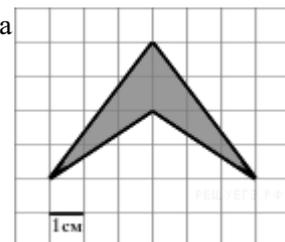
$$S = 5 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 12,5 \text{ см}^2.$$

Ответ: 12,5.



3.

На клетчатой бумаге с клетками размером $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



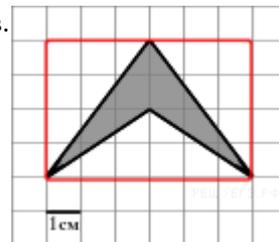
Пояснение.

Площадь фигуры равна разности площади прямоугольника и трех треугольников.

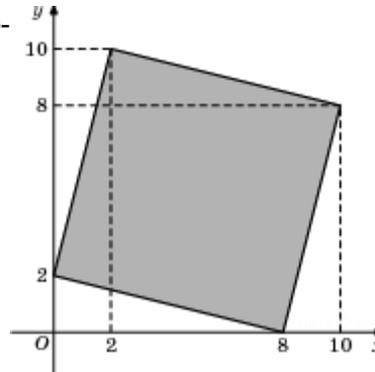
Поэтому

$$S = 4 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6 \text{ см}^2.$$

Ответ: 6.

**4.**

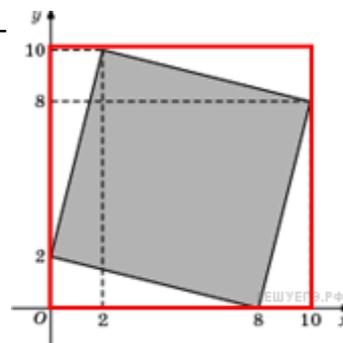
Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (8;0), (10;8), (2;10), (0;2).

**Пояснение.**

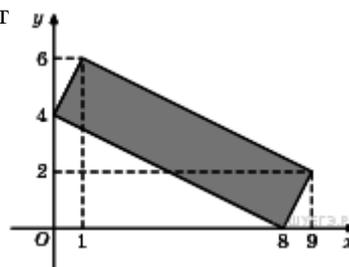
Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и четырех прямоугольных треугольника. Поэтому

$$S = 10 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 = 68.$$

Ответ: 68.

**5.**

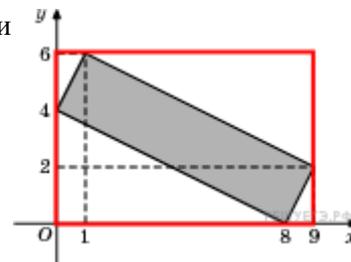
Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (8; 0), (9; 2), (1; 6), (0; 4).

**Пояснение.**

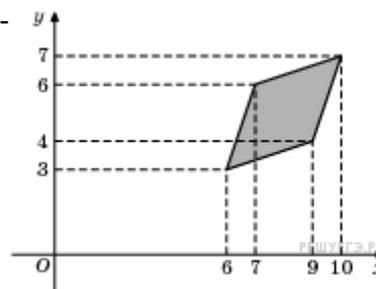
Площадь четырехугольника равна разности площади прямоугольника и четырех прямоугольных треугольников. Поэтому

$$S = 6 \cdot 9 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 20 \text{ см}^2.$$

Ответ: 20.

**6.**

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (6;3), (9;4), (10;7), (7;6).

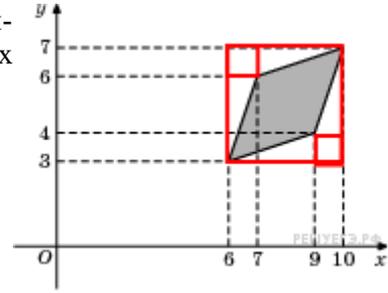


Пояснение.

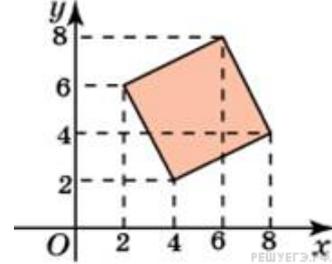
Площадь четырехугольника равна разности площади квадрата 4×4 , четырех равных прямоугольных треугольников с катетами 1 и 3 и двух равных квадратов 1×1 . Поэтому

$$S = 4 \cdot 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 8 \text{ см}^2.$$

Ответ: 8.

**7.**

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(4; 2)$, $(8; 4)$, $(6; 8)$, $(2; 6)$.

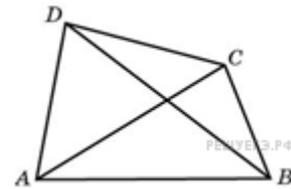
**Пояснение.**

Четырехугольник является квадратом. Площадь квадрата равна квадрату его стороны. Сторона квадрата равна $\sqrt{(8-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{20}$, тогда площадь квадрата $S = 20$.

Ответ: 20.

8.

Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

**Пояснение.**

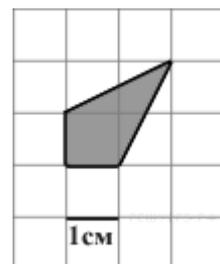
Стороны искомого четырехугольника равны средним линиям треугольников, образуемых диагоналями и сторонами данного четырехугольника. Таким образом, стороны искомого четырехугольника равны половинам диагоналей. Соответственно,

$$P = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}DB + \frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}CA = AC + BD = 9.$$

Ответ: 9.

9.

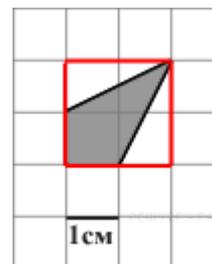
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



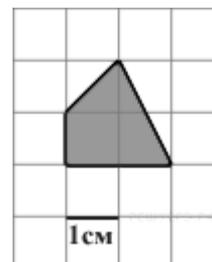
Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 2 \text{ см}^2.$$

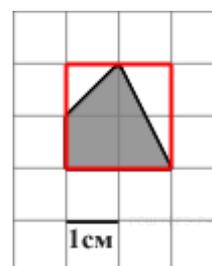
**10.**

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

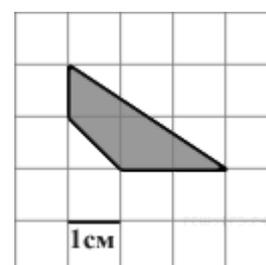
**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 2,5 \text{ см}^2.$$

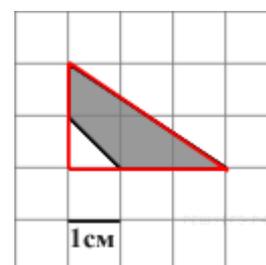
**11.**

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

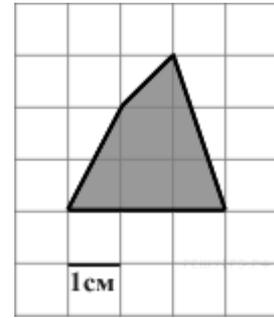
**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого прямоугольного треугольника и маленького прямоугольного треугольника, гипотенуза которого является стороной исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 2,5 \text{ см}^2.$$

**12.**

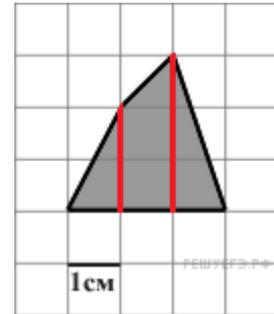
Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

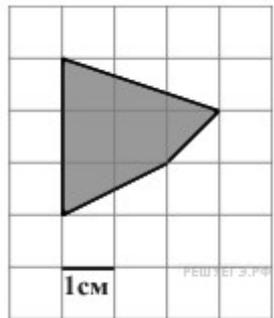
Площадь четырехугольника равна сумме площадей двух прямоугольных треугольников и трапеции (см. рис). Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 + \frac{2+3}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 5 \text{ см}^2.$$



13.

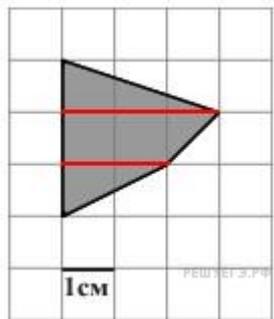
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

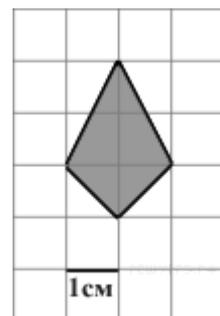
Площадь четырехугольника равна сумме площадей двух прямоугольных треугольников и площади трапеции. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot (3+2) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 5 \text{ см}^2.$$



14.

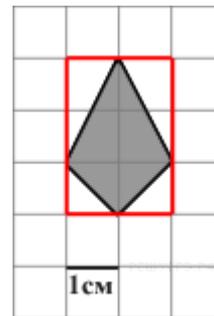
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного треугольника. Поэтому

$$S = 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 3 \text{ см}^2.$$

**Примечание.**

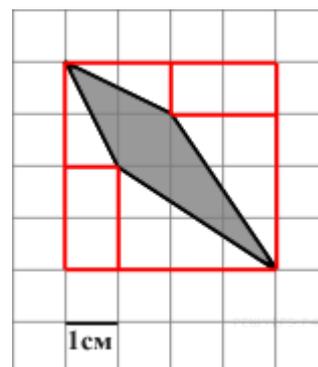
Площадь четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна половине произведения диагоналей. Поэтому искомая площадь равна 3.

15.

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата, двух маленьких прямоугольников и четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому



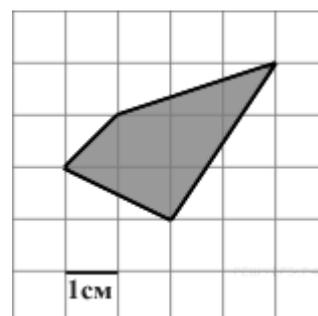
$$S = 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 4 \text{ см}^2.$$

Примечание.

Площадь четырёхугольника, диагонали которого перпендикулярны, равна половине произведения диагоналей. Поэтому искомая площадь равна 4.

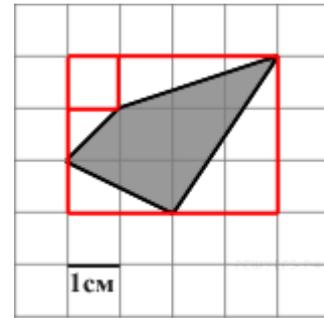
16.

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

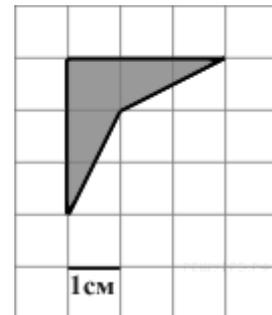
Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата, маленького квадрата и четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому



$$S = 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 5 \text{ см}^2.$$

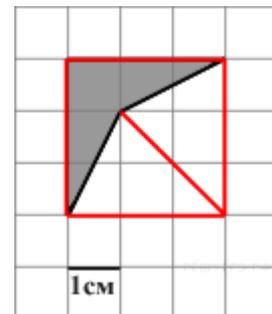
17.

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого прямоугольника и двух одинаковых треугольников, площади которых равны половине произведения основания на высоту, проведенную к этому основанию. Поэтому

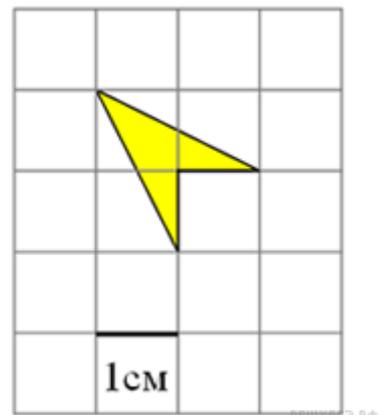
$$S = 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2.$$

**Примечание.**

Отрезав от фигуры верхний правый прямоугольный треугольник с катетами 1 и 2, можно приложить его к левому нижнему прямоугольному треугольнику, построив тем самым фигуру до прямоугольника со сторонами 1 и 3, площадь которого равна 3.

18.

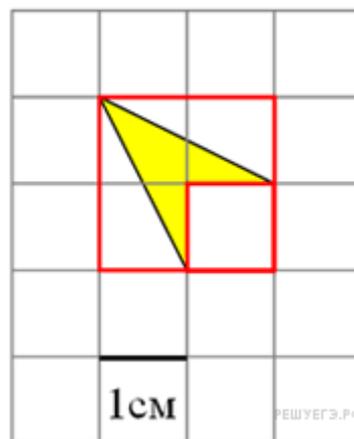
Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см \times 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



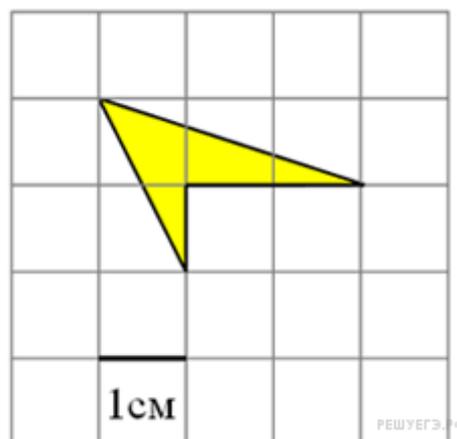
Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого квадрата, маленького квадрата и двух одинаковых прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2.$$

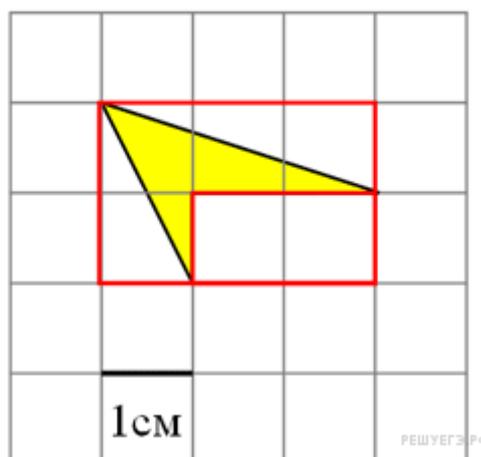
**19.**

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

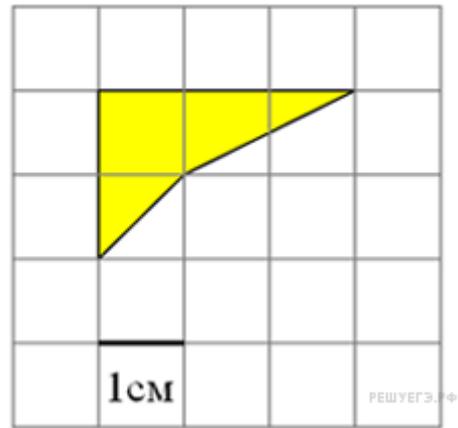
**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого прямоугольника, маленького прямоугольника и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 1,5 \text{ см}^2.$$

**20.**

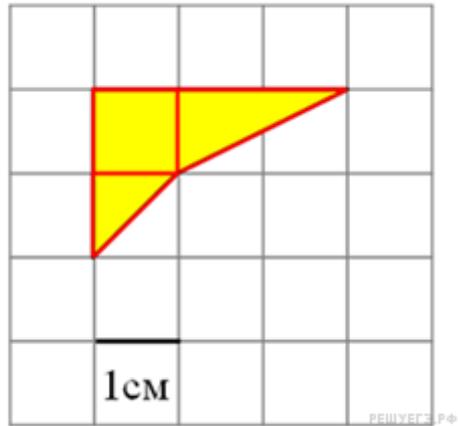
Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

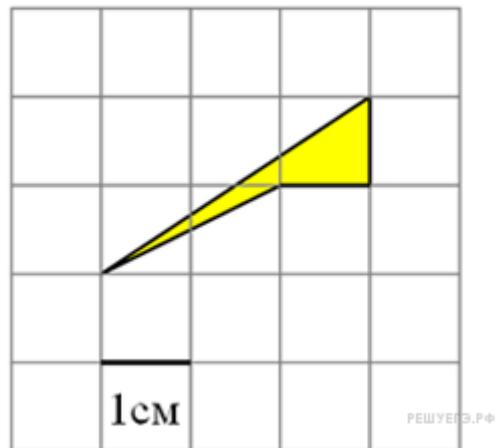
Площадь четырёхугольника равна сумме площадей маленького прямоугольника и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 2,5 \text{ см}^2.$$



21.

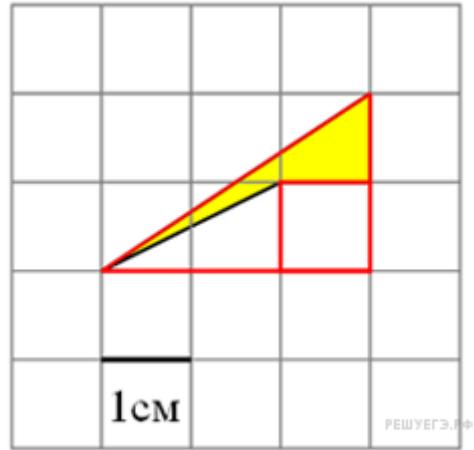
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

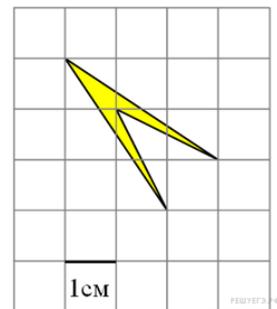
Площадь четырехугольника равна разности площади большого прямоугольного треугольника, маленького прямоугольного треугольника, гипотенуза которого является стороной исходного четырехугольника и площади маленького квадрата. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2.$$



22.

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

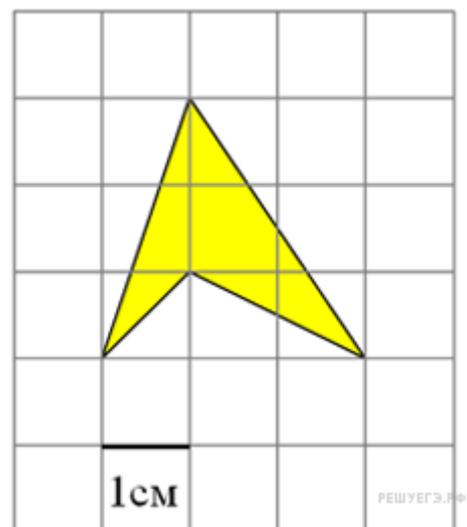


Пояснение.

Площадь четырехугольника (в том числе невыпуклого) равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними. Диагонали изображенного на рисунке четырехугольника являются взаимно перпендикулярными диагоналями квадратов со стороной 1. Поэтому длины диагоналей равны $\sqrt{2}$, а синус угла между ними равен 1. Тем самым, площадь четырехугольника равна 1.

23.

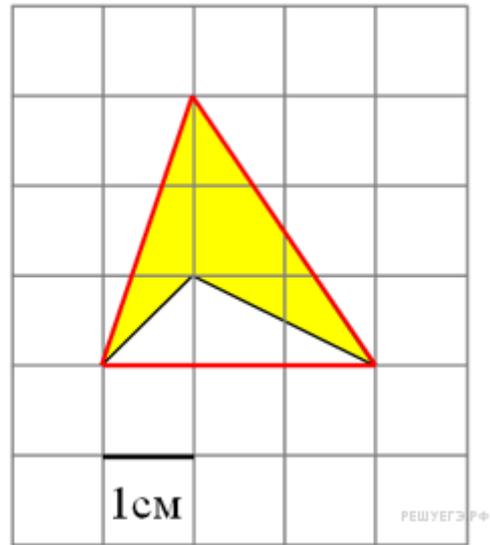
Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



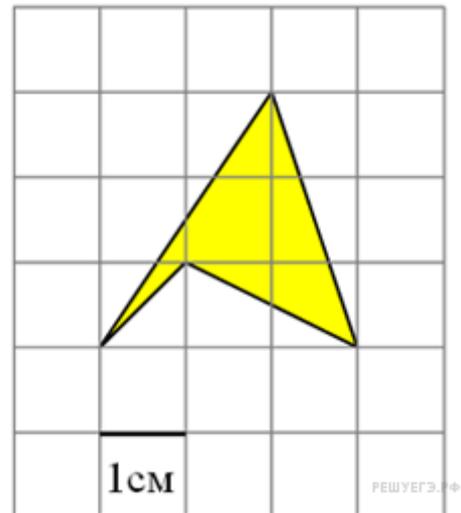
Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого треугольника и маленького треугольника. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2.$$

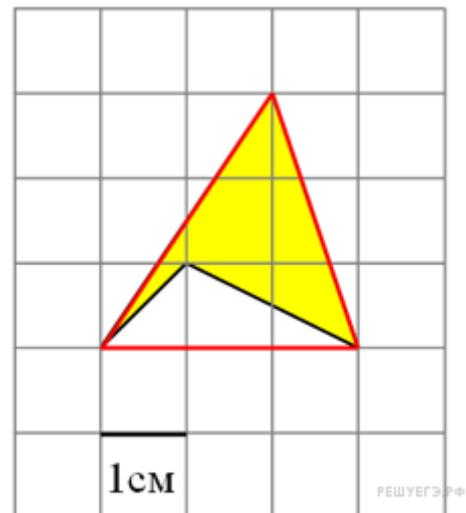
**24.**

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

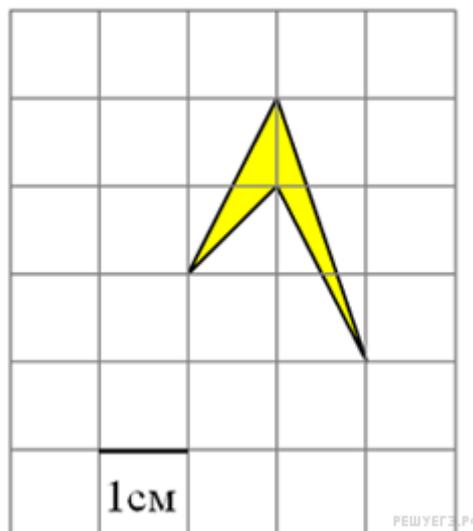
**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого треугольника и маленького треугольника. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2.$$

**25.**

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.).
 Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



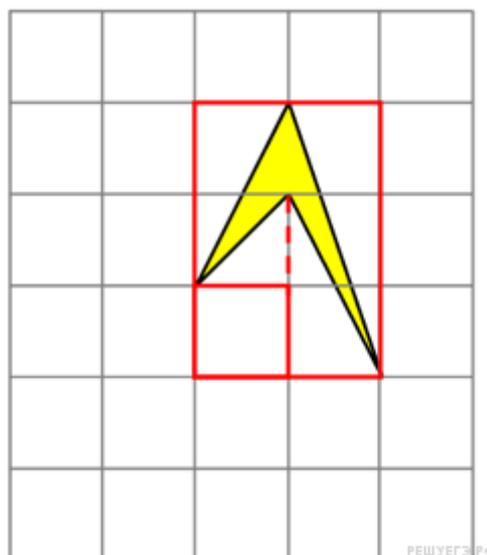
Пояснение.

Площадь четырехугольника равна разности площади большого прямоугольника, четырёх прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырехугольника и площади маленького квадрата. Поэтому

$$S = 2 \cdot 3 - \frac{1 \cdot 2}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2} - \frac{1 \cdot 2}{2} - 1 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2.$$

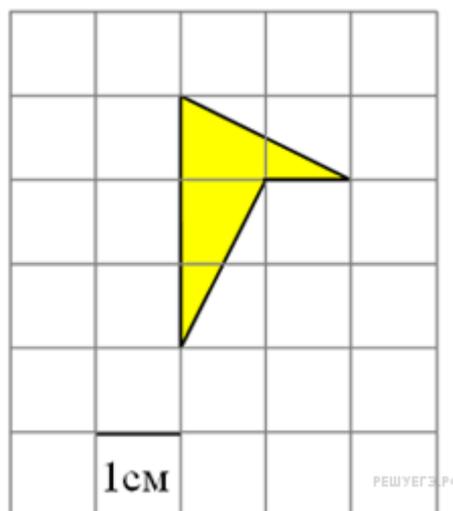
Примечание.

Заданный четырёхугольник можно рассматривать как два треугольника с общим основанием, равным длине квадратной клетки. Высоты этих треугольников равны 1, поэтому их площади 0,5, а сумма этих площадей равна 1.



26.

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.).
 Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



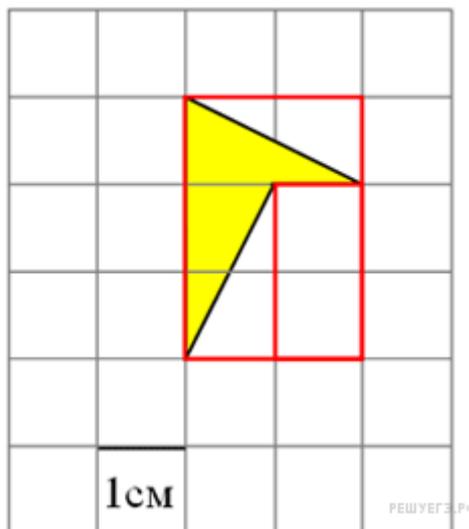
Пояснение.

Площадь четырёхугольника равна разности площади большого прямоугольника, маленького прямоугольника и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

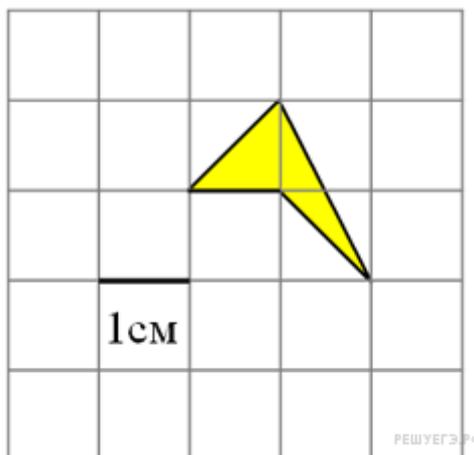
$$S = 2 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 2 \text{ см}^2.$$

Примечание.

Заданный четырёхугольник можно рассматривать как два прямоугольных треугольника с катетами 1 и 2, которые, приложив их гипотенузы друг к другу, можно сложить в прямоугольник со сторонами 1 и 2, площадь которого равна 2.

**27.**

Найдите площадь четырёхугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

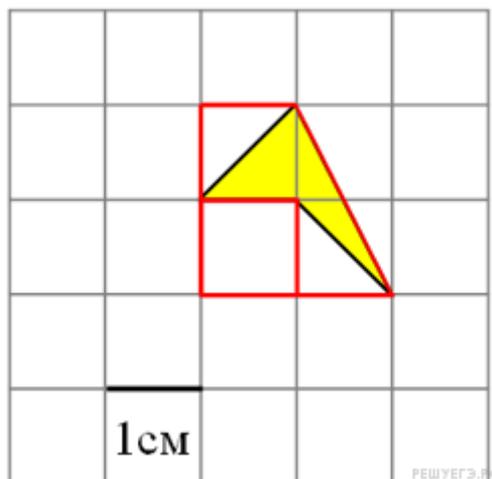
**Пояснение.**

Площадь четырёхугольника равна разности площади трапеции, маленького прямоугольника и двух прямоугольных треугольников, гипотенузы которых являются сторонами исходного четырёхугольника. Поэтому

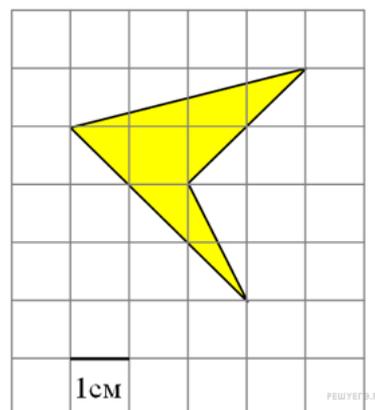
$$S = \frac{1}{2} \cdot (1 + 2) \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2.$$

Примечание.

Четырёхугольник составлен из двух треугольников, имеющих общее основание, равное длине квадратной клетки: прямоугольного с катетами 1 и 1, и тупоугольного с основанием длины 1 и высотой, проведенной к этому основанию, также длины 1. Поэтому площадь четырёхугольника равна $0,5 + 0,5 = 1$.

**28.**

Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Пояснение.

Площадь четырёхугольника состоит из площадей двух треугольников и площади трапеции. Поэтому

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot (3 + 1) \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 4,5 \text{ см}^2.$$

