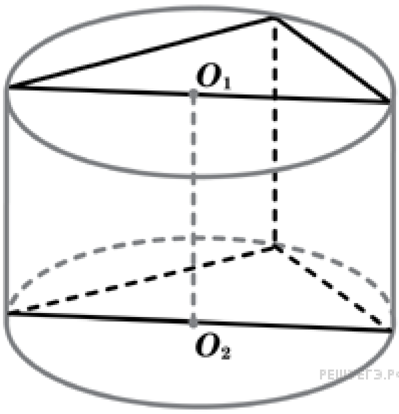
Цилиндр

1.

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Пояснение.

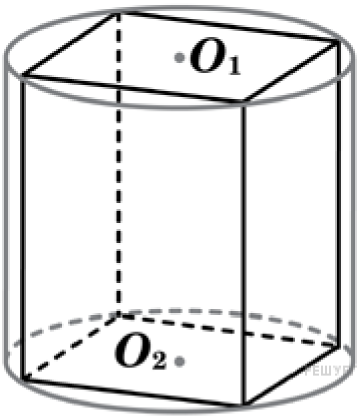
По теореме Пифагора длина гипотенузы треугольника в основании $\sqrt{6^2+8^2}=10$. Поскольку гипотенуза является диаметром основания описанного цилиндра, его объем

$$V=H\frac{\pi d^2}{4}=\left(\frac{5}{\pi}\right)\frac{100\pi}{4}=125.$$

Ответ: 125.

2.

В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 2. Боковые ребра равны $\frac{2}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



Пояснение.

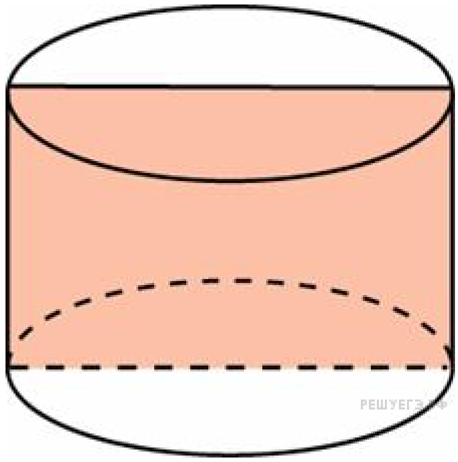
Диагональ квадрата в основании призмы $d=a\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ является диаметром описанного вокруг призмы цилиндра. Тогда его объем:

$$V=H\frac{\pi d^2}{4}=\left(\frac{2}{\pi}\right)\frac{\pi\left(2\sqrt{2}\right)^2}{4}=4.$$

Ответ: 4.

3.

Площадь осевого сечения цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π.



Пояснение.

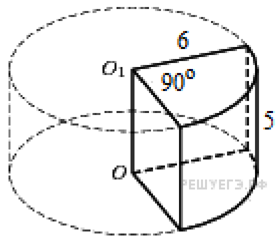
Площадь осевого сечения цилиндра равна $S_1 = 2rh$, так как это прямоугольник. Площадь боковой поверхности

$$S_{\text{бок}} = 2\pi rh = S_1\pi = 4\pi.$$

Ответ: 4.

4.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

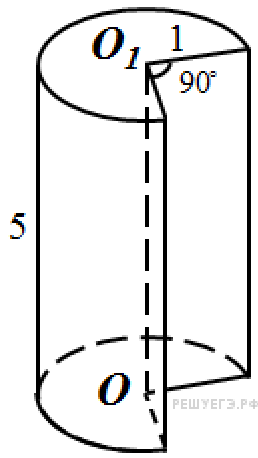
Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{90^\circ}{360^\circ}V_{\text{цил}} = \frac{1}{4}V_{\text{цил}} = \frac{1}{4}\pi r^2 h = \frac{1}{4}\pi \cdot 6^2 \cdot 5 = 45\pi.$$

Ответ: 45.

5.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

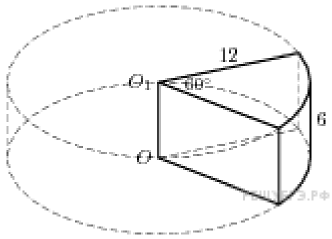
Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{270^\circ}{360^\circ}\pi R^2 H = \frac{3}{4}1 \cdot 5\pi = 3{,}75\pi.$$

Ответ: 3,75.

6.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

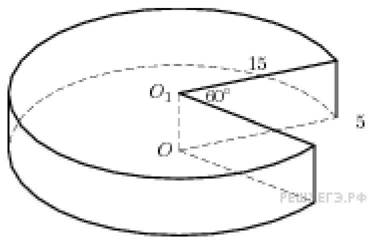
Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{60^\circ}{360^\circ}\pi R^2 H = \frac{1}{6}12^2\cdot 6\pi = 144\pi.$$

Ответ: 144.

7.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

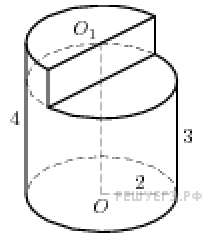
Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{300^\circ}{360^\circ}\pi r^2 h = \frac{5}{6}\cdot 5\pi\cdot 15^2 = 937,5\pi.$$

Ответ: 937,5.

8.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

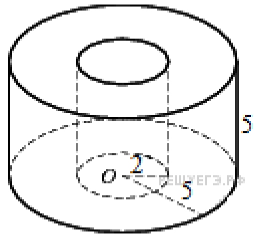
Объем данной фигуры равен сумме объемов цилиндра с радиусом основания 2 и высотой 3 и половины цилиндра с тем же радиусом основания и высотой 1:

$$V = \pi R^2(H_1 + \frac{1}{2}H_2) = \pi 2^2(3+0,5) = 14.$$

Ответ: 14.

9.

Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π.



Пояснение.

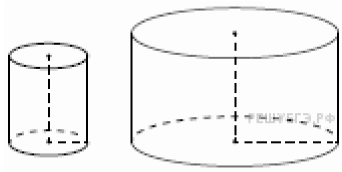
Объем данной фигуры равен разности объемов цилиндра с радиусом основания 5 и высотой 5 и цилиндра с той же высотой и радиусом основания 2:

$$V = \pi H(R_1^2 - R_2^2) = 5\pi(25-4) = 105.$$

Ответ: 105.

10.

Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 2 и 6, а второго — 6 и 7. Во сколько раз объём второго цилиндра больше объёма первого?



Пояснение.

Объём цилиндра находится по формуле:

$$V = \pi r^2 h$$

Найдём объём первого цилиндра:

$$V_1 = 2^2 \cdot 6\pi = 24\pi.$$

Найдём объём первого цилиндра:

$$V_2 = 6^2 \cdot 7\pi = 252\pi.$$

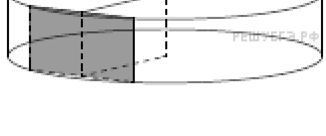
Найдём отношение объёма второго шара к первому:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{252\pi}{24\pi} = 10,5.$$

Ответ: 10,5.

11.

Радиус основания цилиндра равен 26, а его образующая равна 9. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояние, равное 24. Найдите площадь этого сечения.



Пояснение.

Найдём сторону сечения:

$$\frac{1}{2}AB\sqrt{R^2-d^2} \Leftrightarrow AB=2\sqrt{R^2-d^2}.$$

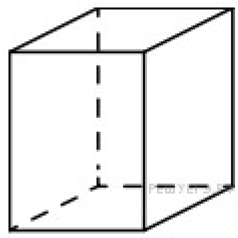
Найдём площадь сечения:

$$S=AB\cdot H=2\sqrt{R^2-d^2}\cdot H=2\sqrt{26^2-24^2}\cdot H=2\sqrt{676-576}\cdot 9=18\sqrt{100}=180.$$

Ответ: 180.

12.

Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 8 и 5, а объём параллелепипеда равен 280. Найдите площадь поверхности этого параллелепипеда.



Пояснение.

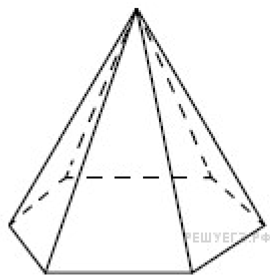
Формула объема прямоугольного параллелепипеда $V=abc$. Известны два ребра, следовательно, можно найти третье: $c=\frac{V}{ab}=\frac{280}{8\cdot 5}=7$. Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда находим по формуле:

$$S=2(ab+bc+ac)=2(8\cdot 5+7\cdot 5+8\cdot 7)=262$$

Ответ: 262.

13.

Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 16, боковые рёбра равны 17. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



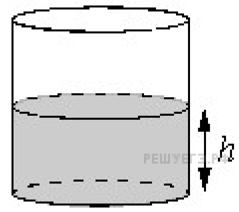
Пояснение.

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды вычисляется по формуле: $S=\frac{1}{2}P_{\text{осн}}h$, где h — это апофема. Найдем апофему данной пирамиды из теоремы Пифагора: $h^2+8^2=17^2$. Следовательно, $h=15$. Пользуясь формулой, получаем: $S=\frac{1}{2}(16\cdot 6)\cdot 15=720$

Ответ: 720.

14.

Вода в сосуде цилиндрической формы находится на уровне h = 80 см. На каком уровне окажется вода, если её перелить в другой цилиндрический сосуд, у которого радиус основания вдвое больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



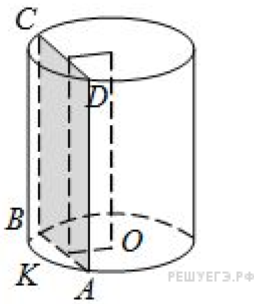
Пояснение.

Объём воды по условию не изменен и вычисляется по формуле: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Таким образом, если радиус основания увеличится вдвое, то при неизменном объёме высота уменьшится в 4 раза ($h : 4 = 80 : 4 = 20$).

Ответ: 20.

15.

Радиус основания цилиндра равен 15, а его образующая равна 19. Сечение, параллельное оси цилиндра, удалено от неё на расстояния, равное 9. Найдите площадь этого сечения.



Пояснение.

Запишем выражение для площади сечения

$$S_{\text{сеч}} = AB \cdot BC = AB \cdot l = 19 \cdot AB;$$

$$AB = 2 \cdot AK.$$

AK найдём из треугольника *KOA* — прямоугольного, *KO* = 9, *AO* = 15, $AK \perp$KO,

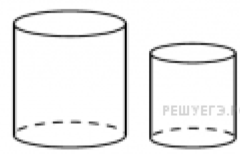
$$AK^2 = AO^2 - OK^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \Leftrightarrow AK = 12 \Leftrightarrow AB = 24.$$

Таким образом, $S_{\text{сеч}} = 19 \cdot 24 = 456.$

Ответ: 456.

16.

Даны два цилиндра. Радиус основания и высота первого равны соответственно 4 и 18, а второго — 2 и 3. Во сколько раз площадь боковой поверхности первого цилиндра больше площади боковой поверхности второго?



Пояснение.

Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле:

$$S = 2\pi \cdot r \cdot h$$

Найдём площадь боковой поверхности первого цилиндра:

$$S_1 = 2 \cdot 4 \cdot 18\pi = 144\pi.$$

Найдём площадь боковой поверхности второго цилиндра:

$$S_2 = 2 \cdot 2 \cdot 3\pi = 12\pi.$$

Найдём отношение площади боковой поверхности цилиндра первого цилиндра ко второму:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{144\pi}{12\pi} = 12.$$

Ответ: 12.