

Шар

1.

Радиусы трех шаров равны 6, 8 и 10. Найдите радиус шара, объем которого равен сумме их объемов.

Пояснение.

Объем шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. Поэтому сумма объемов трёх шаров равна

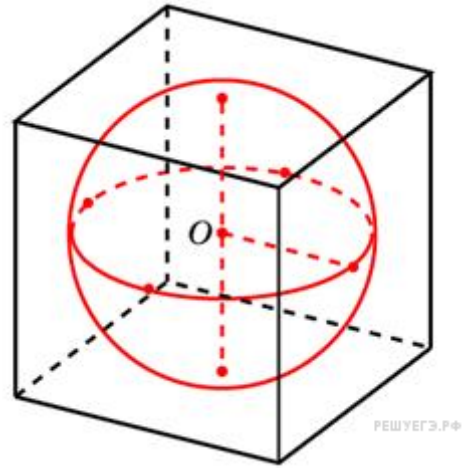
$$\frac{4}{3}\pi \cdot 6^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 8^3 + \frac{4}{3}\pi \cdot 10^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \cdot (3^3 + 4^3 + 5^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 \cdot 6^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3.$$

Следовательно, искомый радиус равен 12.

Ответ: 12.

2.

В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .



Пояснение.

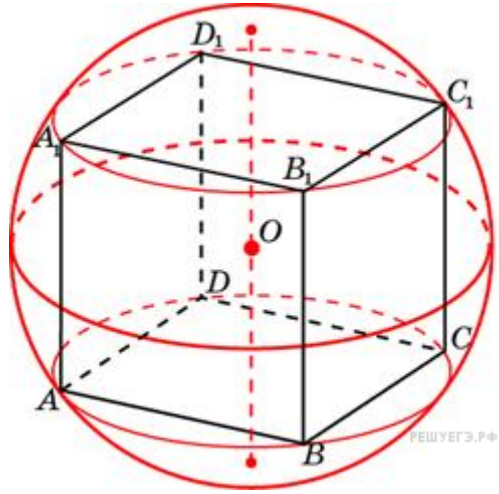
Радиус вписанного в куб шара равен половине длины ребра: $r = \frac{a}{2} = \frac{3}{2}$. Тогда объем шара

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi.$$

Ответ: 4,5.

3.

Около куба с ребром $\sqrt{3}$ описан шар. Найдите объем этого шара, деленный на π .



Пояснение.

Пусть длина ребра куба равна a , а его диагональ равна d . Радиус описанного шара R равен половине диагонали куба:

$$R = \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\sqrt{3} = \frac{3}{2}.$$

Поэтому объем шара равен

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{9}{2}\pi.$$

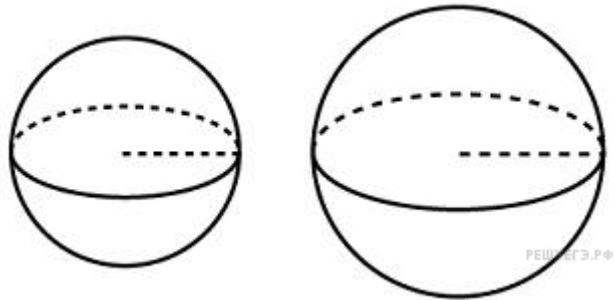
Тогда

$$\frac{V}{\pi} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.

4.

Радиусы двух шаров равны 6, 8. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей их поверхностей.



Пояснение.

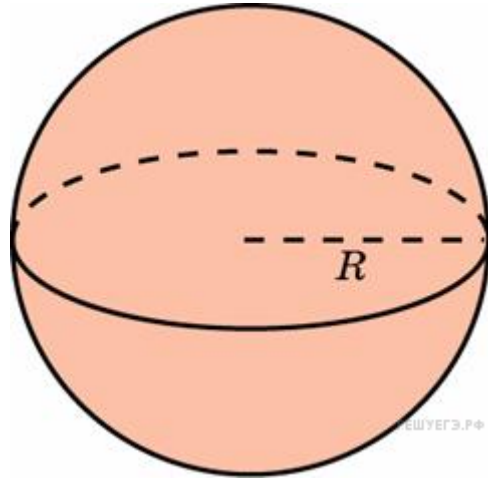
Из условия $S_3 = S_1 + S_2$ найдем, что радиус такого шара

$$4\pi R_3^2 = 4\pi R_1^2 + 4\pi R_2^2 \Leftrightarrow R_3 = \sqrt{R_1^2 + R_2^2} \Leftrightarrow R_3 = 10.$$

Ответ: 10.

5.

Объем шара равен 288π . Найдите площадь его поверхности, деленную на π .



Пояснение.

Объем шара радиуса R вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, откуда

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 288\pi}{4\pi}} = 6.$$

Площадь его поверхности:

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi 6^2 = 144\pi.$$

Ответ: 144.

6.

Вершина A куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной 1,6 является центром сферы, проходящей через точку A_1 . Найдите площадь S части сферы, содержащейся внутри куба. В ответе запишите величину S/π .

Пояснение.

Так как одна из вершин куба является центром сферы с радиусом, меньшим либо равным стороне куба, в кубе содержится $1/8$ сферы и, соответственно, $1/8$ ее поверхности, равная

$$\frac{1}{8}S = \frac{1}{8}4\pi R^2 = \frac{\pi}{2}1,6^2 = 1,28\pi.$$

Ответ: 1,28.

7.

Середина ребра куба со стороной 1,9 является центром шара радиуса 0,95. Найдите площадь S части поверхности шара, лежащей внутри куба. В ответе запишите S/π .

Пояснение.

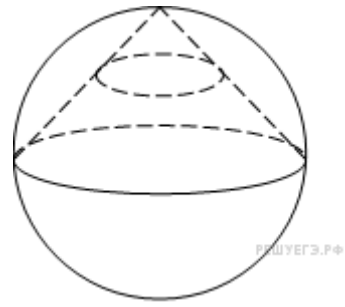
Так как середина ребер куба является центром сферы, диаметр которой равен ребру куба, в кубе содержится $1/4$ сферы и, соответственно, $1/4$ ее поверхности. Имеем:

$$\frac{1}{4}S = \frac{1}{4}4\pi R^2 = \pi 0,95^2 = 0,9025\pi.$$

Ответ: 0,9025.

8.

Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем конуса равен 6. Найдите объем шара.



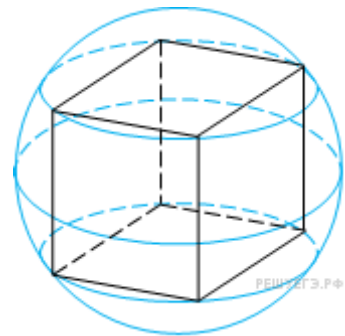
Пояснение.

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h = \frac{1}{3} \pi R^2 R = 6, V_{\text{шара}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = 24.$$

Ответ: 24.

9.

Куб вписан в шар радиуса $\sqrt{3}$. Найдите объем куба.



Пояснение.

Диаметр шара, описанного вокруг куба, совпадает с его диагональю и вдвое больше радиуса. Поэтому диагональ куба равна $2\sqrt{3}$. Если ребро куба равно a , то диагональ куба дается формулой $d = a\sqrt{3}$. Следовательно, ребро куба равно 2, а его объем равен 8.

Ответ: 8.

10.

Даны два шара с радиусами 5 и 1. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

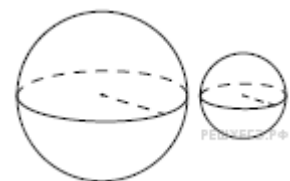
Пояснение.

Площади шаров относятся как квадраты их радиусов, следовательно, площадь второго шара в $\left(\frac{5}{1}\right)^2 = 25$ больше площади первого.

Ответ: 25.

11.

Даны два шара с радиусами 4 и 1. Во сколько раз объем большего шара больше объема другого?



Пояснение.

Найдём объём первого шара:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}.$$

Найдём объём второго шара:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1^3 = \frac{4\pi}{3}.$$

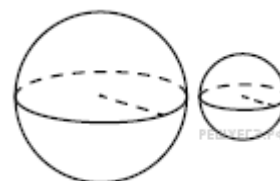
Найдём отношение объёма большего шара к объёму меньшего:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{256\pi \cdot 3}{3 \cdot 4\pi} = 64.$$

Ответ: 64.

12.

Даны два шара с радиусами 14 и 2. Во сколько раз площадь поверхности большего шара больше площади поверхности другого?

**Пояснение.**

Найдём площадь поверхности первого шара:

$$S_1 = 4\pi \cdot 14^2 = 784\pi.$$

Найдём площадь поверхности второго шара:

$$S_2 = 4\pi \cdot 2^2 = 16\pi.$$

Найдём отношение площадей большего шара к меньшему:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{784\pi}{16\pi} = 49.$$

Ответ: 49.