

## Преобразования алгебраических выражений и дробей

1.

Найдите значение выражения  $\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a}$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{(11a)^2 - 11a}{11a^2 - a} = \frac{11a(11a - 1)}{a(11a - 1)} = 11.$$

Ответ: 11.

2.

Найдите значение выражения  $\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2}$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{(5a^2)^3 \cdot (6b)^2}{(30a^3b)^2} = \frac{5^3 a^6 \cdot 6^2 b^2}{30^2 a^6 b^2} = \frac{5^3 \cdot 6^2}{5^2 \cdot 6^2} = 5.$$

Ответ: 5.

3.

Найдите значение выражения  $\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{9x^2 - 4}{3x + 2} - 3x = \frac{(3x - 2)(3x + 2)}{3x + 2} - 3x = -2.$$

Ответ: -2.

4.

Найдите значение выражения  $(4a^2 - 9) \cdot \left( \frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right)$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$(4a^2 - 9) \cdot \left( \frac{1}{2a - 3} - \frac{1}{2a + 3} \right) = \frac{(2a - 3)(2a + 3)(2a + 3 - 2a + 3)}{(2a - 3)(2a + 3)} = 6.$$

Ответ: 6.

5.

Найдите  $\frac{p(b)}{p(\frac{1}{b})}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right) \left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$p\left(\frac{1}{b}\right) = \left(\frac{1}{b} + 3b\right) \left(\frac{3}{b} + b\right) = p(b),$$

поэтому

$$\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)} = 1.$$

Ответ: 1.

6.

Найдите  $p(x) + p(6 - x)$ , если  $p(x) = \frac{x(6 - x)}{x - 3}$  при  $x \neq 3$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$p(x) + p(6-x) = \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)(6-(6-x))}{6-x-3} = \frac{x(6-x)}{x-3} + \frac{(6-x)x}{3-x} = 0.$$

Ответ: 0.

**7.**

Найдите  $\frac{a}{b}$ , если  $\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{2a+5b}{5a+2b} = 1 \Rightarrow 2a+5b = 5a+2b \Rightarrow 3a = 3b \Rightarrow \frac{a}{b} = 1.$$

Ответ: 1.

**8.**

Найдите  $61a - 11b + 50$ , если  $\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{2a-7b+5}{7a-2b+5} = 9 \Rightarrow 2a-7b+5 = 63a-18b+45 \Rightarrow 61a-11b+40 = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow 61a-11b+50 = 10.$$

Ответ: 10.

**9.**

Найдите  $\frac{a+9b+16}{a+3b+8}$ , если  $\frac{a}{b} = 3$ .

**Пояснение.**

Из условия  $\frac{a}{b} = 3$  находим, что  $a = 3b$ , и подставляем в дробь:

$$\frac{a+9b+16}{a+3b+8} = \frac{3b+9b+16}{3b+3b+8} = \frac{12b+16}{6b+8} = \frac{4(3b+4)}{2(3b+4)} = 2.$$

Ответ: 2.

**10.**

Найдите значение выражения  $(4x^2 + y^2 - (2x - y)^2) : (2xy)$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{4x^2 + y^2 - (2x - y)^2}{2xy} = \frac{4x^2 + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2}{2xy} = \frac{4xy}{2xy} = 2.$$

Ответ: 2.

**11.**

Найдите значение выражения  $\frac{(3x+2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy}$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{(3x+2y)^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 - 4y^2}{6xy} = \frac{12xy}{6xy} = 2.$$

Ответ: 2.

**12.**

Найдите значение выражения  $\frac{(4x-3y)^2 - (4x+3y)^2}{4xy}$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{(4x-3y)^2 - (4x+3y)^2}{4xy} = \frac{(4x-3y-4x-3y)(4x-3y+4x+3y)}{4xy} = \frac{-6y \cdot 8x}{4xy} = -12.$$

Ответ: -12.

**13.**

Найдите значение выражения  $(2x-5)(2x+5) - 4x^2$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$(2x-5)(2x+5) - 4x^2 = 4x^2 - 25 - 4x^2 = -25.$$

Ответ: -25.

**14.**

Найдите значение выражения  $\frac{9axy - (-7xya)}{4yax}$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{9axy - (-7xya)}{4yax} = \frac{16axy}{4xya} = 4.$$

Ответ: 4.

**15.**

Найдите значение выражения  $3p(a) - 6a + 7$ , если  $p(a) = 2a - 3$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$3p(a) - 6a + 7 = 6a - 9 - 6a + 7 = -2.$$

Ответ: -2.

**16.**

Найдите значение выражения  $2x + y + 6z$ , если  $4x + y = 5$ , а  $12z + y = 7$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$4x + y + 12z + y = 5 + 7 \Leftrightarrow 4x + 2y + 12z = 12 \Leftrightarrow 2x + y + 6z = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6.$$

Ответ: 6.

**17.**

Найдите значение выражения  $q(b-2) - q(b+2)$ , если  $q(b) = 3b$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$q(b-2) - q(b+2) = 3(b-2) - 3(b+2) = -12.$$

Ответ: -12.

**18.**

Найдите значение выражения  $5(p(2x) - 2p(x+5))$ , если  $p(x) = x - 10$ .

**Пояснение.**

Поскольку  $p(2x) = 2x - 10$ , а  $p(x+5) = x + 5 - 10 = x - 5$ , имеем:

$$5(p(2x) - 2p(x+5)) = 5(2x - 10 - 2(x - 5)) = 0.$$

Ответ: 0.

**19.**

Найдите  $p(x-7) + p(13-x)$ , если  $p(x) = 2x + 1$ .

**Пояснение.**

Подставляя аргументы в формулу, задающую функцию, получаем:

$$p(x-7) + p(13-x) = 2(x-7) + 1 + 2(13-x) + 1 = 14.$$

Ответ: 14.

**20.**

Найдите  $2p(x-7) - p(2x)$ , если  $p(x) = x - 3$ .

**Пояснение.**

Поскольку  $p(x) = x - 3$  имеем:  $p(x - 7) = x - 7 - 3 = x - 10$ ,  $p(2x) = 2x - 3$ . Тогда  
 $2p(x - 7) - p(2x) = 2(x - 10) - (2x - 3) = -17$ .

Ответ: -17.

**21.**

Найдите значение выражения  $(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22$  при  $x = 80$ .

**Пояснение.**

Используем формулу разности квадратов:

$$(7x - 13)(7x + 13) - 49x^2 + 6x + 22 = 49x^2 - 169 - 49x^2 + 6x + 22 = 6x - 147 = 480 - 147 = 333$$

Ответ: 333.

**22.**

Найдите значение выражения  $a(36a^2 - 25) \left( \frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} \right)$  при  $a = 36,7$ .

**Пояснение.**

Выполним действия в скобках:

$$\frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} = \frac{6a - 5 - (6a + 5)}{(6a + 5)(6a - 5)} = -\frac{10}{36a^2 - 25}$$

Тогда

$$a(36a^2 - 25) \left( \frac{1}{6a + 5} - \frac{1}{6a - 5} \right) = a(36a^2 - 25) \frac{-10}{36a^2 - 25} = -10a = -367.$$

Ответ: -367.

**23.**

Найдите значение выражения  $(9b^2 - 49) \left( \frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13$  при  $b = 345$ .

**Пояснение.**

Выполним преобразования:

$$(9b^2 - 49) \left( \frac{1}{3b - 7} - \frac{1}{3b + 7} \right) + b - 13 = (3b - 7)(3b + 7) \frac{3b + 7 - (3b - 7)}{(3b - 7)(3b + 7)} + b - 13 = 14 + b - 13 = b + 1 = 346$$

Ответ: 346.

**24.**

Найдите значение выражения  $\sqrt{2^2 \cdot 3^4}$ .

**Пояснение.**

Найдём значение выражения:

$$\sqrt{2^2 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18.$$

Ответ: 18.

**25.**

Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{32}}{5\sqrt{8}}$ .

**Пояснение.**

Найдём значение выражения:

$$\frac{\sqrt{32}}{5\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2^5}}{5\sqrt{2^3}} = \frac{2^2\sqrt{2}}{5 \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{4}{10} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.

**26.**

Найдите значение выражения  $(\sqrt{15} - \sqrt{2})(\sqrt{15} + \sqrt{2})$ .

**Пояснение.**

Используя формулу сокращённого умножения найдём значение выражения:

$$(\sqrt{15} - \sqrt{2})(\sqrt{15} + \sqrt{2}) = (\sqrt{15})^2 - (\sqrt{2})^2 = 15 - 2 = 13.$$

Ответ: 13.

**27.**

Найдите значение выражения  $\frac{5}{3}\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$ .

**Пояснение.**

Найдём значение выражения:

$$\frac{5}{3}\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \frac{5}{3}\sqrt{25 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 3}{3} = 25.$$

Ответ: 25.

**28.**

Найдите значение выражения  $(\sqrt{10} - 2\sqrt{3})(\sqrt{10} + 2\sqrt{3})$ .

**Пояснение.**

Найдём значение выражения:

$$(\sqrt{10} - 2\sqrt{3})(\sqrt{10} + 2\sqrt{3}) = \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} + \sqrt{10} \cdot 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{10} - 2\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 10 - 4\sqrt{9} = -2.$$

Ответ: -2.

**29.**

Найдите значение выражения  $\frac{7\sqrt{175}}{\sqrt{7}}$ .

**Пояснение.**

Найдём значение выражения:

$$\frac{7\sqrt{175}}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{25 \cdot 7}}{\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot 5\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 5 \cdot 7 = 35.$$

Ответ: 35.

**30.**

Найдите значение выражения  $\frac{8^3}{2^4} : 2^2$ .

**Пояснение.**

$$\frac{8^3}{2^4} : 2^2 = \frac{(2^3)^3}{2^4 \cdot 2^2} = \frac{2^9}{2^6} = 2^3 = 8$$

Ответ: 8