Преобразования буквенных иррациональных выражений

1.

Найдите значение выражения $\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}}{x}$ при $x>0$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}-\frac{2\sqrt{x}}{x}=\frac{5x+2\sqrt{x}-2\sqrt{x}}{x}=5.$$

Ответ: 5.

2.

Найдите значение выражения $\frac{12\sqrt[9]{m}\cdot\sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}$ при $m>0$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{12\sqrt[9]{m}\cdot\sqrt[18]{m}}{\sqrt[6]{m}}=\frac{12m^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}}}{m^{\frac{1}{6}}}=12m^{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}-\frac{1}{6}}=12m^0=12.$$

Ответ: 12.

3.

Найдите значение выражения $x+\sqrt{x^2-4x+4}$ при $x\le 2$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$x+\sqrt{x^2-4x+4}=x+\sqrt{(x-2)^2}=x+|x-2|.$$

При $x\le 2$ имеем $|x-2|=2-x$. Тогда $x+|x-2|=x+2-x=2$.

Ответ: 2.

4.

Найдите значение выражения $\sqrt{(a-6)^2}+\sqrt{(a-10)^2}$ при $6\le a\le 10$.

Пояснение.

Воспользуемся тождеством $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$ и раскроем модули на отрезке [6; 10]:

$$\sqrt{(a-6)^2}+\sqrt{(a-10)^2}=|a-6|+|a-10|=a-6+10-a=4.$$

Ответ: 4.

5.

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}$ при $b>0$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{81\sqrt[7]{b}}}{\sqrt[14]{b}}=\frac{9\cdot\sqrt[14]{b}}{\sqrt[14]{b}}=9.$$

Ответ: 9.

6.

Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}}$ при $m > 0$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt[9]{\sqrt{m}}}{\sqrt{16\sqrt[9]{m}}} = \frac{\sqrt[18]{m}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt[18]{m}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Ответ: 0,25.

7.

Найдите значение выражения $\dfrac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}}$ при $a > 0$.

Пояснение.

Выполним перобразования:

$$\frac{15\sqrt[5]{\sqrt[28]{a}} - 7\sqrt[7]{\sqrt[20]{a}}}{2\sqrt[35]{\sqrt[4]{a}}} = \frac{15\sqrt[140]{a} - 7\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8\sqrt[140]{a}}{2\sqrt[140]{a}} = \frac{8}{2} = 4.$$

Ответ: 4.

8.

Найдите $\dfrac{g(2-x)}{g(2+x)}$, если $g(x) = \sqrt[3]{x(4-x)}$ при $|x| \neq 2$.

Пояснение.

Покажем, что числитель дроби равен знаменателю:

$$g(2-x) = \sqrt[3]{(2-x)(4-(2-x))} = \sqrt[3]{(2-x)(2+x)},$$
$$g(2+x) = \sqrt[3]{(2+x)(4-(2+x))} = \sqrt[3]{(2+x)(2-x)}.$$

Таким образом,

$$\frac{g(2-x)}{g(2+x)} = \frac{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)}}{\sqrt[3]{(2+x)(2-x)}} = 1.$$

Ответ: 1.

9.

Найдите $h(5+x) + h(5-x)$, если $h(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-10}$.

Пояснение.

Подставим аргументы в формулу, задающую функцию:

$$h(5+x) = \sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{5+x-10} = \sqrt[3]{x+5} + \sqrt[3]{x-5};$$
$$h(5-x) = \sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{5-x-10} = -\sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{x+5}.$$

Следовательно, $h(5+x) + h(5-x) = 0$.Ответ: 0.

10.

Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m}\cdot\sqrt[18]{m}}$ при $m = 64$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[9]{m}\cdot\sqrt[18]{m}}=m^{\frac{1}{2}-\frac{1}{9}-\frac{1}{18}}=m^{\frac{1}{3}}=4.$$

Ответ: 4.

11.

Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}+\frac{5\sqrt{x}}{x}+3x-4$ при $x=3$.

Пояснение.

Поскольку $\frac{\sqrt{x}}{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}$, имеем:

$$\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}+\frac{5}{\sqrt{x}}+3x-4=\frac{7\sqrt{x}-5+5}{\sqrt{x}}+3x-4=7+3x-4=3x+3=12$$

Ответ: 12.