

Преобразования числовых тригонометрических выражений

1.

Найдите значение выражения $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$.

Пояснение.

Используем формулу синуса двойного угла $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$:

$$\frac{12 \cdot \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

2.

Найдите значение выражения $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \frac{24(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -24.$$

Ответ: -24.

3.

Найдите значение выражения $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$.

Пояснение.

Сходственные функции дополнительных углов равны, поэтому

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos(90^\circ - 61^\circ)}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 61^\circ} = 5.$$

Ответ: 5.

4.

Найдите значение выражения $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4} = 36\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 36.$$

Ответ: 36.

5.

Найдите значение выражения $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$.

Пояснение.

В силу периодичности косинуса

$$\cos \frac{7\pi}{3} = \cos \left(2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2},$$

и выполним преобразования:

$$4\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

6.

Найдите значение выражения $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})} = \frac{8}{\sin(-7\pi + \frac{\pi}{4}) \cos(8\pi - \frac{\pi}{4})} = \frac{8}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -16.$$

Ответ: -16.

7.

Найдите значение выражения $-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ)$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$-4\sqrt{3}\cos(-750^\circ) = -4\sqrt{3}\cos(720^\circ + 30^\circ) = -4\sqrt{3}\cos 30^\circ = -6.$$

Ответ: -6.

8.

Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ) = 2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-360^\circ + 60^\circ) = 2\sqrt{3}\operatorname{tg} 60^\circ = 6.$$

Ответ: 6.

9.

Найдите значение выражения $-18\sqrt{2}\sin(-135^\circ)$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$-18\sqrt{2}\sin(-135^\circ) = -18\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 18.$$

Ответ: 18.

10.

Найдите значение выражения $24\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$24\sqrt{2}\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 24\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{3}\left(-\sin\frac{\pi}{4}\right) = 24\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -12.$$

Ответ: -12.

11.

Найдите значение выражения $\frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{14\sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14\sin 19^\circ}{\sin(360 - 19)^\circ} = \frac{14\sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

12.

Найдите значение выражения $\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{4\cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4\cos(180 - 34)^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{-4\cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -4.$$

Ответ: -4.

13.

Найдите значение выражения $\frac{5\operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5\operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5\operatorname{tg}(180 - 17)^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{-5\operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5.$$

Ответ: -5.

14.

Найдите значение выражения $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$.

Пояснение.

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin(360^\circ + 49^\circ)}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14.$$

Ответ: 14.

15.

Найдите значение выражения $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot (-\operatorname{ctg} 17^\circ) = -5.$$

Ответ: -5.

16.

Найдите значение выражения $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$.

Пояснение.

Сходственные функции дополнительных углов равны. Поэтому

$$7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{ctg} 77^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7.$$

Ответ: 7.

17.

Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = 12.$$

Ответ: 12.

18.

Найдите значение выражения $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2(90^\circ + 23^\circ)} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + (-\sin 23^\circ)^2} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

19.

Найдите значение выражения $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$.

Пояснение.

Поскольку $\cos^2(180^\circ + \alpha) = \cos^2 \alpha$ имеем:

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = 12.$$

Ответ: 12.

20.

Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin(\frac{\pi}{2} - 49^\circ)} = \frac{5 \cdot 2 \sin 49^\circ \cos 49^\circ}{\sin 49^\circ \cos 49^\circ} = 10$$

Ответ: 10.

21.

Найдите значение выражения $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - 37^\circ)} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\frac{1}{2} \sin 74^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

22.

Найдите значение выражения: $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$.

Пояснение.

Выполним преобразования:

$$12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3.$$

Ответ: -3.

23.

Найдите значение выражения $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$.

Пояснение.

Используем формулу синуса двойного угла $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$:

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

24.

Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

Пояснение.

Используем формулу косинуса двойного угла $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$:

$$\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Ответ: -1,5.

25.

Найдите значение выражения $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$.

Пояснение.

Используем формулу косинуса двойного угла $2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$:

$$\begin{aligned} \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} &= \sqrt{3} \left(2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1\right) = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \\ &= -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ: -1,5.

26.

Найдите значение выражения $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$.

Пояснение.

Используем формулу косинуса двойного угла $1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$:

$$\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Ответ: -1,5.

27.

Найдите значение выражения $\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$.

Пояснение.

Пусть $19^\circ = \alpha$. Тогда имеем

$$\frac{50 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{50 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{50}{2} = 25.$$

Поскольку полученное выражение не зависит от α , исходное выражение также равно 25.

Ответ: 25.

28.

Найдите значение выражения $57\sqrt{2} \cos 405^\circ$.

Пояснение.

\cos - функция периодическая с периодом $2\pi = 360^\circ$. Таким образом:

$$\cos 405^\circ = \cos (405^\circ - 360^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Преобразуя первоначальное выражение, получаем:

$$57\sqrt{2} \cos 405^\circ = 57\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 57 \cdot \frac{2}{2} = 57$$

Ответ: 57

29.

Найдите значение выражения $26 \sin 750^\circ$.

Пояснение.

\sin - функция периодическая с периодом $2\pi = 360^\circ$. Таким образом:

$$\sin 750^\circ = \sin (750^\circ - 360^\circ) = \sin 390^\circ = \sin (390^\circ - 360^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

Преобразуя первоначальное выражение, получаем:

$$26 \sin 750^\circ = 26 \cdot \frac{1}{2} = 13$$

Ответ: 13

30.

Найдите значение выражения $-17 \operatorname{tg} 765^\circ$.

Пояснение.

tg - функция периодическая с периодом $\pi = 180^\circ$

Таким образом:

$$\operatorname{tg} 765^\circ = \operatorname{tg}(765^\circ - 180^\circ) = \operatorname{tg} 585^\circ = \operatorname{tg}(585^\circ - 180^\circ) = \operatorname{tg} 405^\circ = \operatorname{tg}(405^\circ - 180^\circ) = \operatorname{tg} 225^\circ = \operatorname{tg}(225^\circ - 180^\circ) =$$

Преобразуя первоначальное выражение, получаем:

$$-17 \operatorname{tg} 765^\circ = -17 \cdot 1 = -17$$

Ответ: -17

31.

Найдите $\cos x$, если $\sin x = -0,8$ и $180^\circ < x < 270^\circ$.

Пояснение.

Так как $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, то $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - (-0,8)^2 = 1 - 0,64 = 0,36$.

Так как $180^\circ < x < 270^\circ$ (3 четверть), то $\cos x = -0,6$.

Ответ: -0,6.