

Линейные, квадратные, кубические уравнения

1.

Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7} \Leftrightarrow \frac{4}{7}x = \frac{52}{7} \Leftrightarrow 4x = 52 \Leftrightarrow x = 13.$$

Ответ: 13.

2.

Найдите корень уравнения $2 + 9x = 4x + 3$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$2 + 9x = 4x + 3 \Leftrightarrow 9x - 4x = 3 - 2 \Leftrightarrow 5x = 1 \Leftrightarrow x = 0,2.$$

Ответ: 0,2.

3.

Найдите корень уравнения $x^2 + 10x = -16$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

Решим квадратное уравнение:

$$x^2 + 10x = -16 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-10 + \sqrt{100 - 64}}{2}, \\ x = \frac{-10 - \sqrt{100 - 64}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2, \\ x = -8. \end{cases}$$

Ответ: -8.

4.

Решите уравнение $x^2 + 4x - 45 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

Решим квадратное уравнение:

$$x^2 + 4x - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-4 + \sqrt{16 + 180}}{2}, \\ x = \frac{-4 - \sqrt{16 + 180}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, \\ x = -9. \end{cases}$$

Ответ: -9.

5.

Найдите корень уравнения $8(6 + x) + 2x = 8$.

Пояснение.

Найдём корень уравнения:

$$8(6+x) + 2x = 8 \Leftrightarrow 48 + 8x + 2x = 8 \Leftrightarrow 10x = -40 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

6.

Найдите корень уравнения $-3 + 4(-7 + 5x) = 9x - 9$.

Пояснение.

Найдём корень уравнения:

$$-3 + 4(-7 + 5x) = 9x - 9 \Leftrightarrow -3 - 28 + 20x = 9x - 9 \Leftrightarrow -31 + 20x = 9x - 9 \Leftrightarrow 11x = 22 \Leftrightarrow x = 2.$$

Ответ: 2.

7.

Решите уравнение $x^2 = 16$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Пояснение.

$$x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{16} = \pm 4. \text{ Таким образом, наибольший корень } x = 4$$

Ответ: 4.

8.

Решите уравнение $x^2 - 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Пояснение.

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} = \pm 2. \text{ Таким образом, наибольший корень } x = 2$$

Ответ: 2.

9.

Найдите корень уравнения $1 + 8(3x + 7) = 9$.

Пояснение.

Последовательно получим:

$$1 + 8(3x + 7) = 9 \Leftrightarrow 1 + 24x + 56 = 9 \Leftrightarrow 24x = 9 - 56 - 1 \Leftrightarrow 24x = -48 \Leftrightarrow x = -2$$

Ответ: -2.

10.

Найдите корень уравнения $x^2 + 12 = 7x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

Преобразуем уравнение:

$$x^2 + 12 = 7x \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0.$$

По теореме Виета для квадратного уравнения: $x_1 + x_2 = 7$, $x_1 \cdot x_2 = 12$. Таким образом, $x_1 = 3$, $x_2 = 4$. Наименьший корень $x = 3$

Ответ: 3.

11.

Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\frac{2}{9}x = \frac{10}{9} \Leftrightarrow -2x = 10 \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: -5.

12.

Найдите корень уравнения $-7 + 2(3 - 2x) = -3x + 8$.

Пояснение.

Раскроем скобки:

$$-7 + 2(3 - 2x) = -3x + 8 \Leftrightarrow -7 + 6 - 4x = -3x + 8 \Leftrightarrow x = -9.$$

Ответ: -9.

13.

Найдите корень уравнения $-1 + 2x = 10x + 3$.

Пояснение.

Перенесём выражения с переменной в левую часть, а числа — в правую, получим: $-8x = 4$, откуда $x = -0,5$.

Ответ: -0,5.

14.

Найдите корень уравнения: $x^2 - 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Пояснение.

Решим квадратное уравнение:

$$x^2 - 17x + 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17 + \sqrt{289 - 288}}{2}, \\ x = \frac{17 - \sqrt{289 - 288}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9, \\ x = 8. \end{cases}$$

Примечание.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней уравнения равна 17, а их произведение равно 72. Тем самым, это числа 8 и 9.

Ответ: 8.

15.

Решите уравнение $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$.

Пояснение.

Выполним преобразования, используя формулы $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 28x + 49 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 32x = -48 \Leftrightarrow x = -1,5.$$

Ответ: -1,5.

16.

Решите уравнение $(x - 6)^2 = -24x$.

Пояснение.

Используем формулы квадрата разности и квадрата суммы:

$$(x - 6)^2 = -24x \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = -24x \Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -6.$$

Ответ: -6.

17.

Решите уравнение $x^2 + 9 = (x + 9)^2$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$x^2 + 9 = (x + 9)^2 \Leftrightarrow x^2 + 9 = x^2 + 18x + 81 \Leftrightarrow 18x = -72 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

18.

Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Пояснение.

Переведем число в правой части уравнения в неправильную дробь и умножим обе части уравнения на 3, получаем:

$$\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 = \frac{49}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7; \\ x = -7. \end{cases}$$

Ответ: -7.

19.

Найдите корень уравнения $x^2 = 7x + 8$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

Запишем квадратное уравнение в стандартном виде: $x^2 - 7x - 8 = 0$, откуда $x_1 = 8$, $x_2 = -1$. В ответ запишем меньший из корней.

Ответ: -1.

20.

Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = 8$.

Пояснение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x - 1 = 2$, откуда $x = 3$.

21.

Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = -8$.

Пояснение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x - 1 = -2$, откуда $x = -1$.

22.

Решите уравнение $x^2 = -5x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

$$x^2 = -5x \Leftrightarrow x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = -5$$

Таким образом, наименьшим корнем является: $x_2 = -5$

Ответ: -5

23.

Решите уравнение $x^2 = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

$$x^2 = -x \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0, x_2 = -1$$

Таким образом, наименьшим корнем является $x_2 = -1$

Ответ: -1

24.

Решите уравнение $x^2 + 3x = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Пояснение.

Найдём корни уравнения:

$$x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ x = -3. \end{cases}$$

Таким образом, наименьший корень $x = -3$.

Ответ: -3.

25.

Решите уравнение $x^2 + 8 = 6x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Пояснение.

Решим квадратное уравнение:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{1}}{1}, \\ x = \frac{3 - \sqrt{1}}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ x = 2. \end{cases}$$

Ответ: 4.