

Рациональные уравнения

1.

Найдите корень уравнения: $\frac{x-119}{x+7} = -5$

Пояснение.

Избавимся от знаменателя:

$$\frac{x-119}{x+7} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-119 = -5(x+7), \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 84, \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 14.$$

Ответ: 14.

2.

Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x-15}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Пояснение.

Область допустимых значений: $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

При $x \neq 2$ домножим на знаменатель:

$$x = \frac{6x-15}{x-2} \Leftrightarrow x(x-2) = 6x-15 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = 3. \end{cases}$$

Оба корня лежат в ОДЗ. Больший из них равен 5.

Ответ: 5.

3.

Решите уравнение $\frac{9}{x^2-16} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\frac{9}{x^2-16} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = -5. \end{cases}$$

Ответ: 5.

4.

Решите уравнение $\frac{13x}{2x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Пояснение.

Область определения уравнения задается соотношением $2x^2 \neq 7$. На области определения имеем:

$$\frac{13x}{2x^2 - 7} = 1 \Leftrightarrow 13x = 2x^2 - 7 \Leftrightarrow 2x^2 - 13x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{169 + 56}}{4}; \\ x = \frac{13 - \sqrt{169 + 56}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7; \\ x = -0,5. \end{cases}$$

Оба найденных решения удовлетворяют условию $2x^2 \neq 7$, меньший из них равен $-0,5$.

Ответ: $-0,5$.

5.

Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Пояснение.

Заметим, что числители дробей равны. Имеем:

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 = 0; \\ 5x+7 = 7x+5, 7x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8; \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: 1.

6.

Найдите корень уравнения: $\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 9x-7 = 2 \Leftrightarrow 9x = 9 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ответ: 1.

7.

Найдите корень уравнения: $\frac{1}{4x-1} = 5$.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{4x-1} = 5 \Leftrightarrow 4x-1 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 4x = \frac{6}{5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{10}.$$

Ответ: $0,3$.

8.

Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.

Пояснение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем:

$$\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 = 4x-11, \\ 4x-11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x \neq \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 7.$$

Ответ: 7.

9.

Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$.

Пояснение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем

$$\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+2 = 8x-4, \\ 9x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ x \neq -\frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x = -6.$$

Ответ: -6.