

Тригонометрические уравнения

1.

Найдите корни уравнения: $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

Пояснение.

Последовательно получаем:

$$\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi(x-7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \Leftrightarrow x-7 = \pm 1 + 6n \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 6n; \\ x = 6 + 6n, n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Значениям $n \geq 0$ соответствуют положительные корни.

Если $n = -1$, то $x = 2$ и $x = 0$.

Если $n = -2$, то $x = 8 - 12 = -4$ и $x = 6 - 12 = -6$.

Значениям $n \leq -3$ соответствуют меньшие значения корней.

Следовательно, наибольшим отрицательным корнем является число -4 .

Ответ: -4 .

2.

Решите уравнение $\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

Пояснение.

Решим уравнение:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4} = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi x}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi k \Leftrightarrow x = -1 + 4k, k \in \mathbb{Z}.$$

Значению $k = 0$ соответствует $x = -1$. Положительным значениям параметра соответствуют положительные значения корней, отрицательным значениям параметра соответствуют меньшие значения корней. Следовательно, наибольшим отрицательным корнем является число -1 .

Ответ: -1 .

3.

Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Пояснение.

Решим уравнение:

$$\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi x}{3} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \\ \frac{\pi x}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 6k; \\ x = \frac{5}{2} + 6k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Значениям $k \geq 2$ соответствуют большие положительные корни.

Если $k = 1$, то $x = 6,5$ и $x = 8,5$.

Если $k = 0$, то $x = 0,5$ и $x = 2,5$.

Значениям $k \leq -2$ соответствуют меньшие значения корней.

Наименьшим положительным решением является 0,5.

Ответ: 0,5.