

Многоугольники

1.

Участок земли для строительства санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 900 м и 400 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно отгородить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

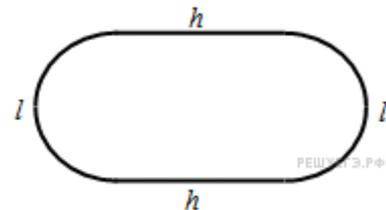
Пояснение.

Длина забора — сумма длин двух коротких сторон и одной длинной стороны:
 $400 + 400 + 900 = 1700$.

Ответ: 1700.

2.

Беговая дорожка стадиона имеет вид, показанный на рисунке, где $h = 110$ м — длина каждого из прямолинейных участков, $l = 90$ м — длина каждой из двух дуг. Сколько раз должен обежать стадион спортсмен, участвующий в забеге на 800 метров?



Пояснение.

Найдём длину беговой дорожки стадиона: $2(h + l) = 2(110 + 90) = 400$ м. Поэтому спортсмен, участвующий в забеге на 800 метров, должен обежать стадион $800 : 400 = 2$ раза.

Ответ: 2.

3.

Бассейн имеет прямоугольную форму, имеет длину 50 м и разделён на 6 дорожек, шириной 2,5 м каждая. Найдите площадь этого бассейна.

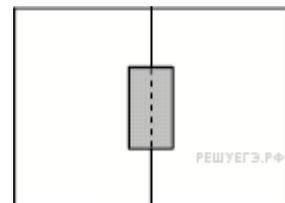
Пояснение.

Ширина бассейна равна $6 \cdot 2,5 = 15$ метров, поэтому его площадь равна $50 \cdot 15 = 750$ квадратных метров.

Ответ: 750.

4.

Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 35 м на 40 м с общей границей, договорились и сделали общий прямоугольный пруд размером 20 м на 14 м (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?



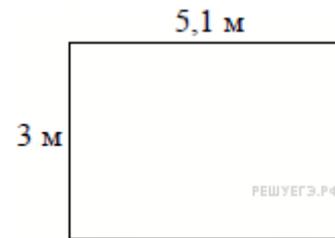
Пояснение.

Площадь каждого из участков равна $35 \cdot 40 = 1400$ кв. м, а площадь пруда равна $20 \cdot 14 = 280$ кв. м. На каждом участке находится половина пруда, занимая 140 кв. м. Поэтому площадь оставшейся части каждого из участков равна $1400 - 140 = 1260$ кв. м.

Ответ: 1260.

5.

На плане указано, что прямоугольная комната имеет площадь 15,2 кв.м. Точные измерения показали, что ширина комнаты равна 3 м, а длина 5,1 м. На сколько квадратных метров площадь комнаты отличается от значения, указанного в плане?



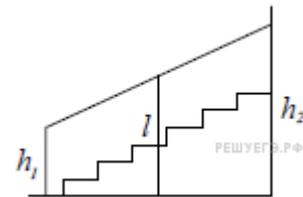
Пояснение.

Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину, поэтому фактическая площадь квартиры $3 \cdot 5,1 = 15,3$ кв.м. Она больше площади, указанной на плане, на $15,3 - 15,2 = 0,1$ кв.м.

Ответ: 0,1.

6.

Перила лестницы дачного дома для надёжности укреплены посередине вертикальным столбом. Найдите высоту l этого столба, если наименьшая высота h_1 перил относительно земли равна 1,5 м, а наибольшая h_2 равна 2,5 м. Ответ дайте в метрах.



Пояснение.

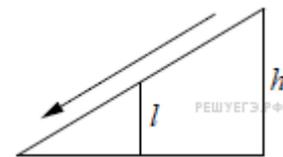
Заметим, что данная конструкция представляет собой трапецию, а столб — средняя линия данной трапеции. Длина средней линии трапеции равна полусумме оснований:

$$l = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{1,5 + 2,5}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

7.

Детская горка укреплена вертикальным столбом, расположенным посередине спуска. Найдите высоту l этого столба, если высота h горки равна 3 метрам. Ответ дайте в метрах.



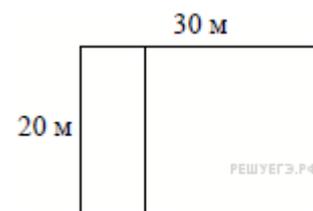
Пояснение.

Конструкция представляет собой треугольник, в котором столб является средней линией. Длина средней линии треугольника равна половине длины стороны, которой она параллельна. Поэтому $l = h/2 = 1,5$ м.

Ответ: 1,5.

8.

Дачный участок имеет форму прямоугольника со сторонами 20 метров и 30 метров. Хозяин планирует обнести его забором и разделить таким же забором на две части, одна из которых имеет форму квадрата. Найдите общую длину забора в метрах.



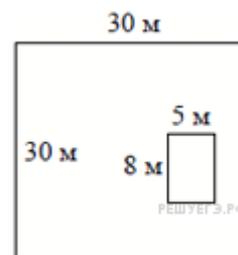
Пояснение.

Длина забора равна сумме периметра и ширины. Найдём периметр участка $30+30+20+20=100$ м.
Длина забора $100+20=120$ м.

Ответ: 120.

9.

Дачный участок имеет форму квадрата, стороны которого равны 30 м. Размеры дома, расположенного на участке и имеющего форму прямоугольника, — 8 м × 5 м. Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



Пояснение.

Площадь квадрата равна квадрату его стороны, поэтому площадь участка равна $30 \cdot 30 = 900$ кв.м. Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину, поэтому площадь дома равна $8 \cdot 5 = 40$ кв.м. Тем самым, площадь участка, незанятого домом равна $900 - 40 = 860$ кв.м.

Ответ: 860.

10.

Садовод решил разбить на своём дачном участке 4 квадратные клумбы и 8 клумб в виде правильных треугольников, огородив каждую из них небольшим заборчиком. Длина каждой стороны у любой клумбы равна одному метру. Найдите общую длину всех заборчиков в метрах.

Пояснение.

Длина всех заборчиков равна периметру четырех квадратов и восьми правильных треугольников. Периметр квадрата со стороной 1 равен четырем, а значит периметр четырех квадратов равен 16. Периметр правильного треугольника со стороной 1 равен 3, а значит периметр восьми правильных треугольников равен $3 \cdot 8 = 24$.

Длина заборчиков $24 + 16 = 40$.

Ответ: 40.

11.

Рыболовное хозяйство строит бассейн для разведения рыбы. Бассейн имеет форму прямоугольника со сторонами 4 м и 12 м. В центре бассейна находится техническая постройка, которая имеет форму прямоугольника со сторонами 2 м и 3 м. Найдите площадь оставшейся части бассейна.

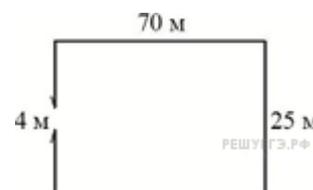
Пояснение.

Площадь бассейна без учёта технической постройки равна $4 \cdot 12 = 48$ м². Учитывая, что техническая постройка занимает площадь $2 \cdot 3 = 6$ м², получаем, что площадь оставшейся части бассейна: $48 - 6 = 42$ м².

Ответ: 42.

12.

Участок земли имеет прямоугольную форму. Стороны прямоугольника 25 м и 70 м. Найдите длину забора (в метрах), которым нужно огородить участок, если в заборе нужно предусмотреть ворота шириной 4 м.

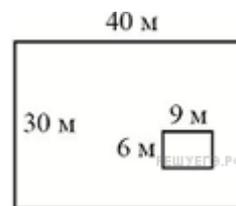


Пояснение.

Забор представляет собой прямоугольник с отсутствующим кусочком на одной из сторон. Периметр данного прямоугольника без учёта проёма: $2(70 + 25) = 190$ м. Учитывая длину проёма, получим, что длина забора: $190 - 4 = 186$ м.

13.

Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 40 м и 30 м. Размеры дома, расположенного на участке и также имеющего форму прямоугольника, — 9 м × 6 м. Найдите площадь оставшейся части участка. Ответ дайте в квадратных метрах.



Пояснение.

Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину, поэтому площадь участка равна $40 \cdot 30 = 1200$ кв.м. Площадь дома равна $6 \cdot 9 = 54$ кв.м. Тем самым, площадь участка, незанятого домом равна $1200 - 54 = 1146$ кв.м.

Ответ: 1146.

14.

Колесо имеет 5 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



Пояснение.

Спицы делят колесо на пять равных секторов, а значит, делят полный угол 360° на 5 равных углов по 72° каждый.

Примечание.

В действительности, спицы не всегда делят колесо на равновеликие сектора.

Ответ: 72.

15.

Квартира состоит из комнаты, кухни, коридора и санузла. Кухня имеет размеры 3 м на 3,5 м, санузел — 1 на 1,5 м, длина коридора — 5,5 м. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.



Пояснение.

Найдём площадь всей квартиры:

$$S_{\text{квар}} = 4,5 \cdot 7 = 31,5.$$

Найдём площадь комнаты:

$$S_{\text{комн}} = 31,5 - (3 \cdot 3,5 + 1,5 + 5,5) = 31,5 - 17,5 = 14.$$

Ответ: 14.

16.

В плане указано, что прямоугольная кухня имеет площадь $7,8 \text{ м}^2$. Точные измерения показали, что ширина кухни равна $2,7 \text{ м}$, а длина 3 м . На сколько квадратных метров отличаются площади кухни на плане и в реальности?

Пояснение.

Найдём площадь кухни используя точные измерения:

$$S = 2,7 \cdot 3 = 8,1 \text{ м}^2$$

Найдём на сколько отличается площадь кухни по плану и по точным измерениям:

$$8,1 \text{ м}^2 - 7,8 \text{ м}^2 = 0,3 \text{ м}^2$$

Ответ: $0,3$.

17.

Электрику ростом $1,8 \text{ метра}$ нужно поменять лампочку, закреплённую на стене дома на высоте $4,2 \text{ м}$. Для этого у него есть лестница длиной 3 метра . На каком наибольшем расстоянии от стены должен быть установлен нижний конец лестницы, чтобы с последней ступеньки электрик дотянулся до лампочки? Ответ запишите в метрах.

Пояснение.

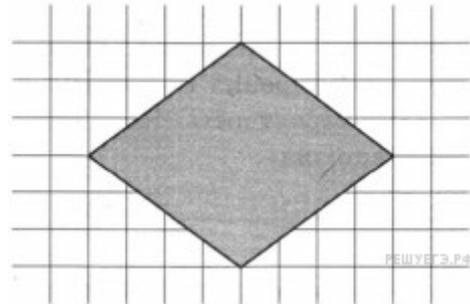
Найдём это расстояние:

$$\sqrt{3^2 - 2,4^2} = \sqrt{9 - 5,76} = \sqrt{3,24} = 1,8 \text{ м.}$$

Ответ: $1,8$

18.

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $10 \text{ м} \times 10 \text{ м}$. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в м^2 .



Пояснение.

Участок, изображенный на плане, представляет собой ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Таким образом, площадь участка равна

$$\frac{80 \cdot 60}{2} = 40 \cdot 60 = 2400 \text{ м}^2.$$

Ответ: 2400 .

19.

Какой наименьший угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в $16:00$?



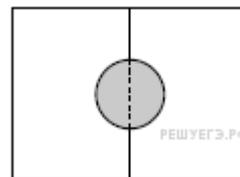
Пояснение.

Угол между двумя часовыми делениями на циферблате равен $360^\circ/12 = 30^\circ$. В четыре часа дня между минутной и часовой стрелкой четыре часовых деления, значит, угол (наименьший) между ними равен $30^\circ \cdot 4 = 120^\circ$.

Ответ: 120.

20.

Два садовода, имеющие прямоугольные участки размерами 20 м на 30 м с общей границей, договорились и сделали общий круглый пруд площадью 140 квадратных метров (см. чертёж), причём граница участков проходит точно через центр пруда. Какова площадь (в квадратных метрах) оставшейся части участка каждого садовода?

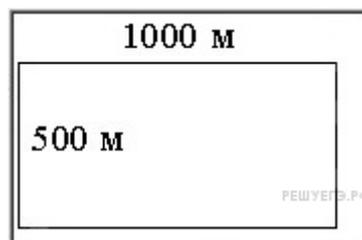
**Пояснение.**

Площадь каждого из участков равна $20 \cdot 30 = 600$ кв. м, а площадь пруда равна 140 кв. м. На каждом участке находится половина пруда, занимая 70 кв. м. Поэтому площадь оставшейся части каждого из участков равна $600 - 70 = 530$ кв. м.

Ответ: 530.

21.

Участок земли под строительство санатория имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 1000 м и 500 м. Одна из больших сторон участка идёт вдоль моря, а три остальные стороны нужно оградить забором. Найдите длину этого забора. Ответ дайте в метрах.

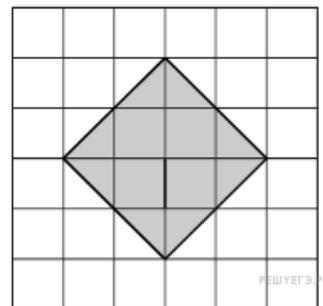
**Пояснение.**

Из свойств прямоугольника известно, что противоположные стороны равны. Наибольшая сторона - 1000 м, она идет вдоль моря. Сумма длин оставшихся сторон $1000 + 500 + 500 = 2000$ м.

Ответ: 2000.

22.

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.

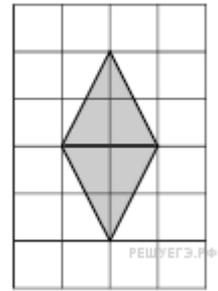
**Пояснение.**

На рисунке представлен ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Таким образом: $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$

Ответ: 8

23.

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



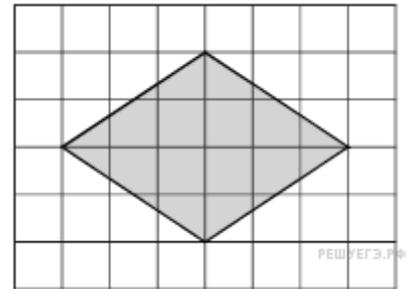
Пояснение.

На рисунке представлен ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Таким образом: $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4 \text{ м}^2$

Ответ: 4

24.

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



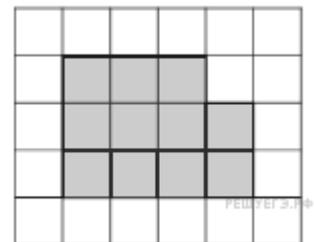
Пояснение.

На рисунке представлен ромб. Площадь ромба равна половине произведения диагоналей. Таким образом: $S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ м}^2$

Ответ: 12

25.

План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Найдите площадь участка, выделенного на плане. Ответ дайте в квадратных метрах.



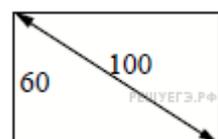
Пояснение.

Фигура состоит из квадрата со стороной 3 м и прямоугольника со сторонами 1 и 2 м. Площадь всей фигуры равна: $S = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 9 + 2 = 11 \text{ м}^2$

Ответ: 11.

26.

Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 100 см, а высота экрана — 60 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.



Пояснение.

Пусть x - искомая ширина. Согласно теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

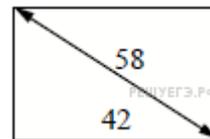
$$x^2 + 60^2 = 100^2 \Leftrightarrow x^2 = 100^2 - 60^2 \Leftrightarrow x^2 = 10000 - 3600 \Leftrightarrow x^2 = 6400 \Leftrightarrow x_1 = 80, x_2 = -80$$

Поскольку ширина не может быть отрицательной величиной, получаем, что она равна 80

Ответ: 80

27.

Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 58 см, а ширина экрана — 42 см. Найдите высоту экрана. Ответ дайте в сантиметрах.

**Пояснение.**

Пусть x - искомая высота. Согласно теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

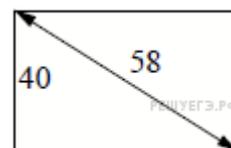
$$x^2 + 42^2 = 58^2 \Leftrightarrow x^2 = 58^2 - 42^2 \Leftrightarrow x^2 = 3364 - 1764 \Leftrightarrow x^2 = 1600 \Leftrightarrow x_1 = 40, x_2 = -40$$

Поскольку высота не может быть отрицательной величиной, получаем, что она равна 40

Ответ: 40

28.

Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 58 см, а высота экрана — 40 см. Найдите ширину экрана. Ответ дайте в сантиметрах.

**Пояснение.**

Пусть x - искомая ширина. Согласно теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

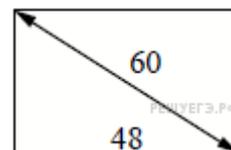
$$x^2 + 40^2 = 58^2 \Leftrightarrow x^2 = 58^2 - 40^2 \Leftrightarrow x^2 = 3364 - 1600 \Leftrightarrow x^2 = 1764 \Leftrightarrow x_1 = 42, x_2 = -42$$

Поскольку ширина не может быть отрицательной величиной, получаем, что она равна 42

Ответ: 42

29.

Диагональ прямоугольного телевизионного экрана равна 60 см, а ширина экрана — 48 см. Найдите высоту экрана. Ответ дайте в сантиметрах.

**Пояснение.**

Пусть x - искомая высота. Согласно теореме Пифагора (квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов), получаем:

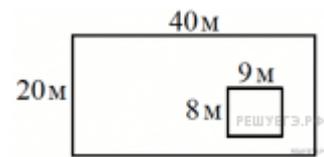
$$x^2 + 48^2 = 60^2 \Leftrightarrow x^2 = 60^2 - 48^2 \Leftrightarrow x^2 = 3600 - 2304 \Leftrightarrow x^2 = 1296 \Leftrightarrow x_1 = 36, x_2 = -36$$

Поскольку высота не может быть отрицательной величиной, получаем, что она равна 36

Ответ: 36

30.

Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 40 м и 20 м. Дом, расположенный на участке, на плане также имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 9 м и 8 м. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах



Пояснение.

Найдем площадь всего участка:

$$40 \cdot 20 = 800 \text{ м}^2$$

Найдем площадь дома:

$$8 \cdot 9 = 72 \text{ м}^2$$

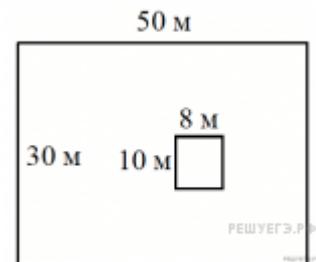
Таким образом, площадь оставшейся части участка:

$$800 - 72 = 728 \text{ м}^2$$

Ответ: 728

31.

Дачный участок имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 50 м и 30 м. Дом, расположенный на участке, на плане также имеет форму прямоугольника, стороны которого равны 8 м и 10 м. Найдите площадь оставшейся части участка, не занятой домом. Ответ дайте в квадратных метрах



Пояснение.

Найдем площадь всего участка:

$$50 \cdot 30 = 1500 \text{ м}^2$$

Найдем площадь дома:

$$10 \cdot 8 = 80 \text{ м}^2$$

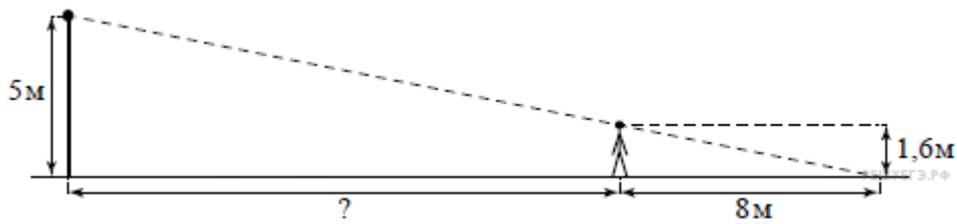
Таким образом, площадь оставшейся части участка:

$$1500 - 80 = 1420 \text{ м}^2$$

Ответ: 1420

32.

На каком расстоянии (в метрах) от фонаря стоит человек ростом 1,6 м, если длина его тени равна 8 м, высота фонаря 5 м?

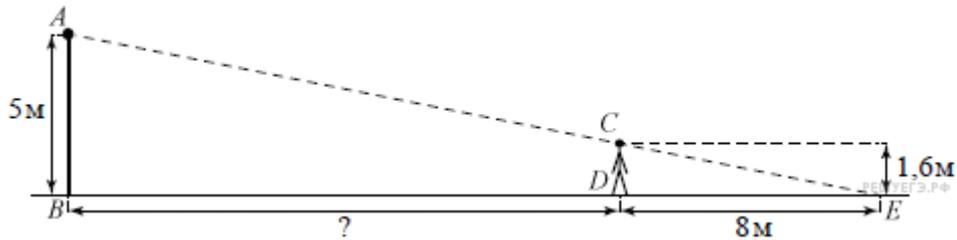


Пояснение.

Введём обозначения, как показано на рисунке. Рассмотрим прямоугольные треугольники AEB и CDE , они имеют общий угол E и, следовательно, подобны по двум углам. Значит, $\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE}$, откуда

$$BE = DE \frac{AB}{CD} = 8 \cdot \frac{5}{1,6} = \frac{400}{16} = 25.$$

Получаем, что $BD = BE - DE = 25 - 8 = 17$ м.



Ответ: 17.

33.

Какой наименьший угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 11:00?



Пояснение.

Между 11 и 12 — 5 делений, 1 деление — 6° , поэтому $6^\circ \cdot 5 = 30^\circ$.

Ответ: 30.