

Линейные уравнения и неравенства

1. 1. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Решение.

Задача сводится к решению уравнения $l(t^\circ) - l_0 = 3$ мм при заданных значениях длины $l_0 = 10$ м и коэффициента теплового расширения $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$:

$$\begin{aligned}l(t^\circ) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} &\Leftrightarrow l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ) - l_0 = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow l_0 \alpha t^\circ = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow 10 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} t^\circ = 3 \cdot 10^{-3} \Leftrightarrow t^\circ = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-4}} \Leftrightarrow t^\circ = 25^\circ\text{C}.\end{aligned}$$

Ответ: 25.

2. 2. Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300000 руб.

Решение.

Задача сводится к нахождению наименьшего решения неравенства $\pi(q) \geq 300\,000$ руб. при заданных значениях цены за единицу $p = 500$ руб., переменных затрат на производство одной единицы продукции $v = 300$ руб. и постоянных расходов предприятия $f = 700\,000$ руб. в месяц:

$$\begin{aligned}\pi(q) \geq 300\,000 &\Leftrightarrow q(p - v) - f_0 \geq 300\,000 \Leftrightarrow \\&\Leftrightarrow q(500 - 300) - 700\,000 \geq 300\,000 \Leftrightarrow q \geq 5000.\end{aligned}$$

Ответ: 5000.

3. 3. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия – монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Решение.

Задача сводится к решению неравенства $r(p) \geq 240$:

$$\begin{aligned}r(p) = q \cdot p &= (100 - 10p)p = 100p - 10p^2, \\r(p) \geq 240 &\Leftrightarrow 10p^2 - 100p + 240 \leq 0 \Leftrightarrow p^2 - 10p + 24 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq p \leq 6.\end{aligned}$$

Ответ: 6.