

Задачи на совместную работу

1. 1. Заказ на изготовление 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

Решение.

Обозначим n — число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает $n + 1$ деталь. На изготовление 110 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий, откуда имеем:

$$\begin{aligned}\frac{110}{n+1} + 1 &= \frac{110}{n} \Leftrightarrow \frac{110+n+1}{n+1} = \frac{110}{n} \Leftrightarrow 110n + 110 = n^2 + 111n \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10; \\ n = -11 \end{cases} \Leftrightarrow_{n>0} n = 10.\end{aligned}$$

Таким образом, второй рабочий изготавливает 10 деталей в час.

Ответ: 10.

2. 2. Заказ на изготовление 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

Решение.

Обозначим n — число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает $n - 1$ деталь, $n > 1$. На изготовление 156 деталей первый рабочий тратит на 1 час меньше, чем второй рабочий, откуда имеем:

$$\begin{aligned}\frac{156}{n-1} - \frac{156}{n} &= 1 \Leftrightarrow \frac{156}{n^2-n} = 1 \Leftrightarrow_{n>1} 156 = n^2 - n \\ &\Leftrightarrow n^2 - n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13; \\ n = -12 \end{cases} \Leftrightarrow_{n>1} n = 13.\end{aligned}$$

Таким образом, первый рабочий изготавливает 13 деталей в час.

Ответ: 13.

3. 3. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Решение.

Обозначим n — число деталей, которые изготавливает за час первый рабочий, тогда второй рабочий за час изготавливает $n - 3$ деталей, $n > 3$. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей, отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \frac{475}{n} + 6 &= \frac{550}{n-3} \Leftrightarrow \frac{475+6n}{n} = \frac{550}{n-3} \Leftrightarrow 475n - 3 \cdot 475 + 6n^2 - 18n = 550n \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 6n^2 - 93n - 3 \cdot 475 = 0 \Leftrightarrow 2n^2 - 31n - 475 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow_{n>3} \begin{cases} n = \frac{31 + \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = 25; \\ n = \frac{31 - \sqrt{31^2 + 4 \cdot 2 \cdot 475}}{4} = -9.5 \end{cases} \Leftrightarrow_{n>3} n = 25. \end{aligned}$$

Таким образом, первый рабочий делает 25 деталей в час

Ответ: 25.

4. 4. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Решение.

Обозначим n — число деталей, которые изготавливает за час второй рабочий. Тогда первый рабочий за час изготавливает $n + 1$ деталь. На изготовление 99 деталей первый рабочий тратит на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 110 таких же деталей, отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \frac{99}{n+1} + 2 &= \frac{110}{n} \Leftrightarrow \frac{101+2n}{n+1} = \frac{110}{n} \Leftrightarrow 110(n+1) = n(101+2n) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2n^2 - 9n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{9 + \sqrt{81 + 4 \cdot 2 \cdot 110}}{4} = 10; \\ n = \frac{9 - \sqrt{81 + 4 \cdot 2 \cdot 110}}{4} = -5,5 \end{cases} \Leftrightarrow_{n>0} n = 10. \end{aligned}$$

Таким образом, второй рабочий делает 10 деталей в час.

Ответ: 10.

5. 5. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

Решение.

Обозначим v_1 и v_2 — объёмы работ, которые выполняют за день первый и второй рабочий, соответственно, полный объём работ примем за 1. Тогда по условию задачи $12(v_1 + v_2) = 1$ и $2v_1 = 3v_2$. Решим полученную систему:

$$\begin{cases} 12(v_1 + v_2) = 1, \\ 2v_1 = 3v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12\left(v_1 + \frac{2}{3}v_1\right) = 1, \\ v_2 = \frac{2}{3}v_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{1}{20}, \\ v_2 = \frac{1}{30}. \end{cases}$$

Тем самым, первый рабочий за день выполняет одну двадцатую всей работы, значит, работая отдельно, он справится с ней за 20 дней.

Ответ: 20.

6. 6. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба?

Решение.

Обозначим x — количество литров воды, пропускаемой первой трубой в минуту, тогда вторая труба пропускает $x + 1$ литров воды в минуту. Резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба, отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \frac{110}{x} - \frac{110}{x+1} = 1 &\Leftrightarrow \frac{110}{x^2+x} = 1 \Leftrightarrow \frac{110}{x^2+x} = 1 \Leftrightarrow 110 = x^2 + x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + x - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10; \\ x = -11 \end{cases} \Leftrightarrow x = 10. \end{aligned}$$

Таким образом, первая труба пропускает 10 литров воды в минуту.

Ответ: 10.

7. 7. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 1 минуту быстрее, чем первая труба?

Решение.

Пусть x литров — объем воды, пропускаемой второй трубой в минуту, тогда первая труба пропускает $x - 1$ литров воды в минуту. Резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 1 минуту дольше, чем вторая труба, отсюда имеем:

$$\frac{110}{x-1} - \frac{110}{x} = 1 \Leftrightarrow \frac{110}{x(x-1)} = 1 \Leftrightarrow x(x-1) = 11 \cdot 10 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11; \\ x = -10 \end{cases} \Leftrightarrow x = 11.$$

Значит, вторая труба пропускает 11 литров воды в минуту.

Ответ: 11.

8. 8. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Решение.

Пусть x литров — объем воды, пропускаемой первой трубой в минуту, тогда вторая труба пропускает $x + 1$ литров воды в минуту. Резервуар объемом 110 литров первая труба заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров, отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \frac{99}{x+1} + 2 = \frac{110}{x} &\Leftrightarrow \frac{99+2x+2}{x+1} = \frac{110}{x} \Leftrightarrow 101x+2x^2 = 110x+110 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2x^2-9x-110=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9+\sqrt{81+4\cdot 2\cdot 110}}{4}, \\ x = \frac{9-\sqrt{81+4\cdot 2\cdot 110}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ x = -5,5. \end{cases} \Leftrightarrow x = 10. \end{aligned}$$

Значит, первая труба пропускает 10 литров, а вторая — 11 литров воды в минуту.

Ответ: 10.

9. 9. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

Решение.

Обозначим v — объем воды, пропускаемой второй трубой в минуту, тогда первая труба пропускает $v - 5$ литров воды в минуту. Известно, что резервуар объемом 375 литров вторая труба заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров, отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \frac{500}{v-5} = \frac{375}{v} + 10 &\Leftrightarrow \frac{500}{v-5} = \frac{375+10v}{v} \Leftrightarrow 500v = 375v - 5 \cdot 375 + 10v^2 - 50v \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 2v^2 - 35v - 375 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} v = \frac{35 + \sqrt{35^2 + 4 \cdot 2 \cdot 375}}{4} = 25; \\ v = \frac{35 - \sqrt{35^2 + 4 \cdot 2 \cdot 375}}{4} = -7.5 \end{cases} \Leftrightarrow v = 25. \end{aligned}$$

Ответ: 25.

10. 10. Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

Решение.

Рабочий выполняет $1/15$ часть заказа в час, поэтому за 3 часа он выполнит $1/5$ часть заказа. После этого к нему присоединяется второй рабочий, и, работая вместе, два рабочих должны выполнить $4/5$ заказа. Чтобы определить время совместной работы, разделим этот объем работы на совместную производительность:

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2} = 6 \text{ часов.}$$

Тем самым, на выполнение всего заказа потребуется $6 + 3 = 9$ часов.

Ответ: 9.

Приведем другое решение.

Один рабочий работал 3 часа и должен был бы еще 12, но к нему присоединился второй рабочий, и они стали работать в два раза быстрее. Поэтому вдвоем они работали только 6 часов. Значит, полное время работы 9 часов.

11. 11. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Решение.

Первый мастер выполняет $1/12$ работы в час, а второй — $1/6$ работы в час. Следовательно, работая вместе, мастера выполняют $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$ работы в час. Поэтому всю работу мастера выполняют за 4 часа.

Другое рассуждение.

Время работы равно отношению объема к скорости её выполнения. Поэтому два мастера, работая вместе, выполнят заказ за

$$\frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4 \text{ часа.}$$

Ответ: 4.

12. 12. Первый насос наполняет бак за 20 минут, второй — за 30 минут, а третий — за 1 час. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

Решение.

Обозначим объем бака за 1. Тогда три насоса, работая вместе, заполнят бак за

$$\frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{60}} = \frac{60}{3 + 2 + 1} = 10 \text{ минут.}$$

Ответ: 10.

Приведем другое решение.

Первый насос за минуту наполняет одну двадцатую бака, второй — одну тридцатую, третий — одну шестидесятую. Работая вместе, за минуту они наполнят шесть шестидесятых или одну десятую бака. Значит, весь бак насосы наполнят за 10 минут.

Приведем другое решение.

За один час первый насос наполнит 3 бака, второй — 2 бака, а третий — 1 бак. Работая вместе, за один час они наполнят 6 баков. Значит, один бак насосы наполнят в шесть раз быстрее, т. е. за 10 минут.

13. 13. Игорь и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Игорь — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение.

Обозначим выполняемую мальчиками работу по покраске забора за 1. Пусть за $\frac{1}{v_1}$, $\frac{1}{v_2}$, $\frac{1}{v_3}$ часов Игорь, Паша и Володя, соответственно, покрасят забор, работая самостоятельно. Игорь и Паша красят забор за 9 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 9 \Leftrightarrow v_1 + v_2 = \frac{1}{9}$$

Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов:

$$\frac{1}{v_3 + v_2} = 12 \Leftrightarrow v_3 + v_2 = \frac{1}{12},$$

а Володя и Игорь — за 18 часов:

$$\frac{1}{v_1 + v_3} = 18 \Leftrightarrow v_1 + v_3 = \frac{1}{18}$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} v_1 + v_2 = \frac{1}{9}, \\ v_3 + v_2 = \frac{1}{12}, \\ v_1 + v_3 = \frac{1}{18}. \end{cases}$$

Просуммируем левые и правые части данных трех уравнений, получим:

$$\begin{aligned} 2(v_1 + v_2 + v_3) &= \frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{9} \Leftrightarrow 2(v_1 + v_2 + v_3) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{v_1 + v_2 + v_3} = 8. \end{aligned}$$

Ответ: 8.

Приведём ещё одно решение.

За один час Игорь и Паша красят $\frac{1}{9}$ забора, Паша и Володя красят $\frac{1}{12}$ забора, а Володя и Игорь — за $\frac{1}{18}$ забора. Работая вместе, за один час два Игоря, Паши и Володи покрасили бы:

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ забора.}$$

Тем самым, они могли бы покрасить один забор за 4 часа. Поскольку каждый из мальчиков был учтен два раза, в реальности Игорь, Паша и Володя могут покрасить забор за 8 часов.

Примечание Дмитрия Гущина.

Заметим, что за 36 часов Игорь и Паша могут покрасить 4 забора, Паша и Володя — 3 забора, а Володя и Игорь — 2 забора. Работая вместе, за 36 часов они могли бы покрасить 9 заборов. Следовательно, один забор два Игоря, два Паши и два Володи могут покрасить за 4 часа. Поэтому, работая втроем, Игорь, Паша и Володя покрасят забор за 8 часов.

14. 14. Даша и Маша пропалывают грядку за 12 минут, а одна Маша — за 20 минут. За сколько минут пропалывает грядку одна Даша?

Решение.

За минуту Маша пропалывает одну двадцатую грядки, а Маша с Дашей вместе — одну двенадцатую. Поэтому за одну минуту Даша пропалывает $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30}$ грядки. Всю грядку она прополет за 30 минут.

Ответ: 30.

15. 15. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Решение.

Пусть объем бассейна равен 1. Обозначим v_1 и v_2 ч⁻¹ — скорости наполнения бассейна первой и второй трубой, соответственно. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут:

$$\frac{1}{v_1 + v_2} = 3,6 \Leftrightarrow v_2 = \frac{5}{18} - v_1.$$

По условию задачи одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов, то есть $v_1 = \frac{1}{6}$. Таким образом,

$$v_2 = \frac{5}{18} - \frac{1}{6} = \frac{5-3}{18} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}.$$

Тем самым, вторая труба за час наполняет $1/9$ бассейна, значит, вторая труба наполняет этот бассейн за 9 часов.

Ответ: 9.

Приведем другое решение.

Первая труба за час наполняет $1/6$ бассейна, значит, за 3 ч 36 мин = 3,6 часа она заполнит 0,6 бассейна. Следовательно, вторая труба за 3,6 часа заполнит 0,4 бассейна. Поэтому весь бассейн она заполнит за время $3,6:0,4 = 9$ часов.

16. 16.

Первая труба наполняет резервуар на 6 минут дольше, чем вторая. Обе трубы наполняют этот же резервуар за 4 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

Решение.

Пусть вторая труба наполняет резервуар за x минут, а первая — за $x + 6$ минут. В одну минуту они наполняют соответственно $1/x$ и $1/(x+6)$ часть резервуара. Поскольку за 4 минуты обе трубы заполняют весь резервуар, за одну минуту они наполняют одну четвертую часть резервуара:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{4}.$$

Далее можно решать полученное уравнение. Но можно заметить, что при положительных x функция, находящаяся в левой части уравнения, убывает. Поэтому очевидное решение уравнения $x = 6$ — единственно. Поскольку вторая труба заполняет $1/6$ резервуара в минуту, она заполнит весь резервуар за 6 минут.

Ответ: 6.

17. 17. Первый садовый насос перекачивает 5 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 3 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 25 литров воды?

Решение.

Скорость совместной работы насосов

$$\left(\frac{5}{2} + \frac{5}{3}\right) \text{ л/мин} = \frac{25}{6} \text{ л/мин.}$$

Для того, чтобы перекачать 25 литров воды, понадобится

$$\frac{25}{\frac{25}{6}} \text{ мин} = 6 \text{ мин.}$$

Ответ: 6.

18. 18. Петя и Ваня выполняют одинаковый тест. Петя отвечает за час на 8 вопросов теста, а Ваня — на 9. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Петя закончил свой тест позже Вани на 20 минут. Сколько вопросов содержит тест?

Решение.

Обозначим N — число вопросов теста. Тогда время, необходимое Пете, равно $(N/8)$ часа, а время, необходимое Ване, равно $(N/9)$ часа. Петя закончил отвечать на тест через $1/3$ часа после Вани. Поэтому:

$$\frac{N}{8} - \frac{N}{9} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{N}{72} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow N = \frac{72}{3} \Leftrightarrow N = 24.$$

Ответ: 24.

19. 19. Плиточник должен уложить 175 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 10 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 2 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Решение.

Пусть плиточник должен был укладывать x кв. м. плитки в течение y дней. Если он будет укладывать $x + 10$ кв. м. плитки в течение $y - 2$ дней, то выполнит ту же работу. Поскольку всего нужно уложить 175 кв. м. плитки, имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} xy = (x + 10)(y - 2), \\ xy = 175 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 10, \\ (5y - 10)y = 175 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 10, \\ y^2 - 2y - 35 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5y - 10, \\ \begin{cases} y = 7, \\ y = -5 \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{y > 0} \begin{cases} x = 25, \\ y = 7. \end{cases}$$

Таким образом, плиточник планировал в течение 7 дней укладывать по 25 кв. м. плитки в день.

Ответ: 25.

Приведём другое решение.

Пусть плиточник должен укладывать x кв. м плитки в день и справиться с работой за $175/x$ дней. Если укладывать $x + 10$ кв. м. плитки в день, то работа будет выполнена за $175/(x + 10)$ дней. Имеем:

$$\begin{aligned} (x + 10) \cdot \left(\frac{175}{x} - 2\right) &= 175 \xrightarrow{x > 0} (x + 10)(175 - 2x) = 175x \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x^2 + 10x - 875 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25, \\ x = -35 \end{cases} \xrightarrow{x > 0} x = 25. \end{aligned}$$

Таким образом, плиточник должен укладывать по 25 кв. м плитки в день.

20. 20. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 9 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 18 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Решение.

Наименьшее общее кратное чисел 9, 14 и 18 равно 126. За 126 минут первый и второй, второй и третий, первый и третий насосы (каждый учтен дважды) заполнят $14 + 9 + 7 = 30$ бассейнов. Следовательно, работая одновременно, первый, второй и третий насосы заполняют 15 бассейнов за 126 минут, а значит, 1 бассейн за 8,4 минуты.

Ответ: 8,4.

Приведём другое решение.

За одну минуту первый и второй насосы заполнят $1/9$ бассейна, второй и третий — $1/14$ бассейна, а первый и третий — $1/18$ бассейна. Работая вместе, за одну минуту два первых, два вторых и два третьих насоса заполнят

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{14} + \frac{1}{18} = \frac{14+9+7}{126} = \frac{5}{21} \text{ бассейна.}$$

Тем самым, они могли бы заполнить бассейн за $21/5$ минуты или за 4,2 минуты. Поскольку каждый из насосов был учтен два раза, в реальности первый, второй и третий насосы, работая вместе, могут заполнить бассейн за 8,4 минуты.

21. 21. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Решение.

Пусть производительность каждого из рабочих равна $1/x$ дома в день, и пусть в новом составе бригады достраивали дома y дней. Тогда за первые 7 дней работы бригадами в 16 и 25 человек было построено $16 \cdot 7/x$ и $25 \cdot 7/x$ частей домов, а за следующие y дней бригадами в 24 человека и 17 человек были построены оставшиеся $24 \cdot y/x$ и $17 \cdot y/x$ части домов. Поскольку в результате были целиком построены два дома, имеем:

$$\begin{cases} \frac{16 \cdot 7}{x} + \frac{24y}{x} = 1, \\ \frac{25 \cdot 7}{x} + \frac{17y}{x} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 112 + 24y = x, \\ 175 + 17y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 112 + 24y = 175 + 17y, \\ x = 175 + 17y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 9, \\ x = 328. \end{cases}$$

Значит, в новом составе бригады работали 9 дней. Таким образом, потребовалось $7 + 9 = 16$ дней на выполнений заказов.

Ответ: 16.

22. 22. Вова и Гоша решают задачи. За час Вова может решить на две задачи больше, чем Гоша (при этом оба за час решают целое количество задач). Известно, что вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова. За какое время Гоша может решить 20 задач? Ответ дайте в часах.

Решение.

Обозначим n — число задач, которые решает за час Гоша, тогда Вова за час решает $n + 2$ задач. Вместе они решат 33 задачи на 1 час 15 минут быстрее, чем это сделал бы один Вова, отсюда имеем:

$$\begin{aligned}\frac{33}{n+2} - 1,25 &= \frac{33}{n+n+2} \Leftrightarrow \frac{33(n+2) - 33(2n+2) + 1,25(2n+2)(n+2)}{(2n+2)(n+2)} = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 33n + 66 - 66n - 66 + 2,5n^2 + 7,5n + 5 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 5n^2 - 51n + 10 = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow_{n>3} \begin{cases} n = \frac{51+49}{10} = 10; \\ n = \frac{51-49}{10} = 0,2. \end{cases}\end{aligned}$$

Поскольку за час мальчики решают целое количество задач $n = 10$.

Таким образом, Гоша решит 20 задач за $\frac{20}{10} = 2$.

Ответ: 2.

23. 23. Два промышленных фильтра, работая одновременно, очищают цистерну воды за 30 минут. Определите, за сколько минут второй фильтр очистит цистерну воды, работая отдельно, если известно, что он сделает это на 25 минут быстрее, чем первый.

Решение.

Пусть первый фильтр очищает цистерну за t минут, тогда второй — за $t - 25$ минут. Работая вместе с производительностью $\frac{1}{t} + \frac{1}{t-25}$, фильтры за минуту очищают $\frac{1}{30}$ цистерны. Из уравнения $\frac{1}{t} + \frac{1}{t-25} = \frac{1}{30}$ подбором находим: $t = 75$. Искомое решение единственно в силу убывания левой части уравнения на луче $(25; +\infty)$. Тем самым, второй насос очистит цистерну за 50 мин.

Ответ: 50.

24. 24. При двух одновременно работающих принтерах расход бумаги составляет 1 пачку за 12 минут. Определите, за сколько минут израсходует пачку бумаги первый принтер, если известно, что он сделает это на 10 минут быстрее, чем второй.

Решение.

Пусть первый принтер расходует пачку бумаги за t минут, тогда второй — за $t + 10$ минут. Принтеры расходуют бумагу со скоростью $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+10}$ пачки в минуту, при этом за минуту принтеры расходуют $\frac{1}{12}$ пачки бумаги. Из уравнения $\frac{1}{t} + \frac{1}{t+10} = \frac{1}{12}$ подбором находим $t = 20$. Искомое решение единственно в силу убывания левой части уравнения на луче $(0; +\infty)$. Тем самым, первый принтер израсходует пачку бумаги за 20 минут.

Ответ: 20.