

Исследование тригонометрических функций

1. 1. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

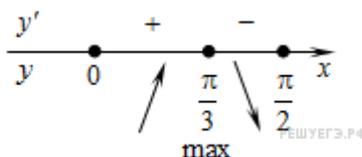
Найдем производную заданной функции:

$$y' = -12 \sin x + 6\sqrt{3}.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} -12 \sin x + 6\sqrt{3} = 0, \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}, \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3}.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке $x = \frac{\pi}{3}$ заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 12 \cos \frac{\pi}{3} + 6\sqrt{3} \cdot \frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 12.$$

Ответ: 12.

2. 2. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = -5 \sin x - 6$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей. Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 5 \cos 0 - 6 \cdot 0 + 4 = 5 + 4 = 9.$$

Ответ: 9.

3. 3. Найдите наибольшее значение функции $y = 15x - 3 \sin x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = 15 - 3 \cos x$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей. Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 15 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 5 = 5.$$

Ответ: 5.

4. 4. Найдите наименьшее значение функции $y = 9 \cos x + 14x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = -9 \sin x + 14$. Найденная производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей. Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 9 \cos 0 + 14 \cdot 0 + 7 = 16.$$

Ответ: 16.

5. 5. Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \sin x - 8x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = 7 \cos x - 8$. Найденная производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей. Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 7 \sin 0 - 8 \cdot 0 + 9 = 9.$$

Ответ: 9.

6. 6. Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции $y = 6 \cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$: $y' = -6 \sin x + \frac{24}{\pi}$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей. Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 6 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{24}{\pi}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 5 = -14.$$

Ответ: -14.

7. 7. Найдите наибольшее значение функции $y = 10 \sin x - \frac{36}{\pi}x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = 10 \cos x - \frac{36}{\pi}$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей. Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 10 \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + \frac{36}{\pi} \cdot \frac{5\pi}{6} + 7 = -5 + 30 + 7 = 32.$$

Ответ: 32.

8. 8. Найдите наибольшее значение функции $y = 2 \cos x - \frac{18}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = -2 \sin x - \frac{18}{\pi}$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей.

Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 2 \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{18}{\pi} \frac{2\pi}{3} + 4 = 15.$$

Ответ: 15.

9. 9. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \sin x + \frac{24}{\pi}x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = 5 \cos x + \frac{24}{\pi}$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей.

Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = 5 \sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) - \frac{24}{\pi} \frac{5\pi}{6} + 6 = -16,5.$$

Ответ: -16,5.

10. 10. Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 3 = 3 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 3 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наибольшим значением функции на отрезке является

$$y(0) = 3 \operatorname{tg} 0 - 3 \cdot 0 + 5 = 5.$$

Ответ: 5.

11. 11. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \operatorname{tg} x - 5x + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{5}{\cos^2 x} - 5 = 5 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 5 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наименьшим значением функции на отрезке является $y(0) = 5 \operatorname{tg} 0 - 5 \cdot 0 + 6 = 6$.

Ответ: 6.

12. 12. Найдите наибольшее значение функции $y = 16 \operatorname{tg} x - 16x + 4\pi - 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{16}{\cos^2 x} - 16 = 16 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 16 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наибольшим значением функции на отрезке является

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 16 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 16 \cdot \frac{\pi}{4} + 4\pi - 5 = 11.$$

Ответ: 11.

13. 13. Найдите наименьшее значение функции $y = 4 \operatorname{tg} x - 4x - \pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 4 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = 4 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неотрицательна на заданном отрезке, заданная функция возрастает на нем, поэтому наименьшим значением функции на отрезке является

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4 \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 4 \cdot \frac{\pi}{4} - \pi + 5 = 1.$$

Ответ: 1.

14. 14. Найдите наибольшее значение функции $y = 3x - 3 \operatorname{tg} x - 5$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 3 - \frac{3}{\cos^2 x} = -3 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = -3 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неположительна на заданном отрезке, заданная функция убывает на нем, поэтому наибольшим значением функции на отрезке является $y(0) = 3 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 5 = -5$.

Ответ: -5.

15. 15. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + 12$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 4 - \frac{4}{\cos^2 x} = -4 \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) = -4 \operatorname{tg}^2 x.$$

Найденная производная неположительна на заданном отрезке, заданная функция убывает на нем, поэтому наименьшим значением функции на отрезке является $y(0) = 4 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 12$.

Ответ: 12.

16. 16. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \operatorname{tg} x - 4x + \pi - 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

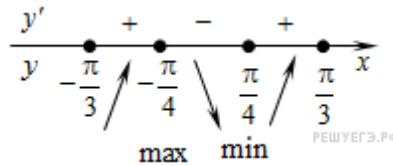
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - 4 = \frac{-2(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{-2 \cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Производная определена во всех точках заданного отрезка. Найдем ее нули на этом отрезке:

$$\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}, \\ 2x = -\frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наименьшим значением функции на заданном отрезке будет наименьшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -4\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \pi - 3 = \frac{7\pi}{3} - 2\sqrt{3} - 3 > 0,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2 \cdot 1 - 4\left(\frac{\pi}{4}\right) + \pi - 3 = -1.$$

Заметим, что $y\left(-\frac{\pi}{3}\right) > y\left(\frac{\pi}{4}\right)$, поэтому наименьшее значение функции на отрезке равно -1 .

Ответ: -1 .

17. 17. Найдите наибольшее значение функции $y = 14x - 7 \operatorname{tg} x - 3,5\pi + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

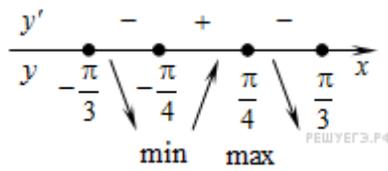
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 14 - 7 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{7(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{7 \cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{2}, \\ 2x = -\frac{\pi}{2}, \\ -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{2\pi}{3} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{cases} \end{cases}$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



Наибольшим значением функции на заданном отрезке будет наибольшее из чисел $y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ и $y\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

Найдем их:

$$y\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 14 \cdot \left(-\frac{\pi}{3}\right) - 7 \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \frac{7}{2} \pi + 11 = -\frac{59}{6} \pi + 7\sqrt{3} + 11,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 14 \cdot \frac{\pi}{4} - 7 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - \frac{7}{2} \pi + 11 = 4.$$

Заметим, что $y\left(\frac{\pi}{4}\right) > y\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, поэтому наибольшее значение функции на отрезке равно 4.

Ответ: 4.

18. 18. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 \cos x + 16x - 2$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = -7 \sin x + 16$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей. Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 7 \cos 0 + 16 \cdot 0 - 2 = 5.$$

Ответ: 5.

19. 19. Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9 \sin x + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = 13 - 9\cos x$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей.

Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 13 \cdot 0 - 9\sin 0 + 9 = 9.$$

Ответ: 9.

20. 20. Найдите точку максимума функции $y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 2\cos x + (3 - 2x)\sin x - 2\cos x = (3 - 2x)\sin x.$$

На заданном промежутке (первая четверть без граничных точек) синус не обращается в нуль и принимает только положительные значения. Поэтому единственный нуль производной — число 1,5.

Определим знаки производной функции: она положительна при $x < 1,5$ и отрицательна при $x > 1,5$. Поэтому искомая точка максимума — число 1,5.

Ответ: 1,5.

21. 21. Найдите точку минимума функции $y = (0,5 - x)\cos x + \sin x$, принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Решение.

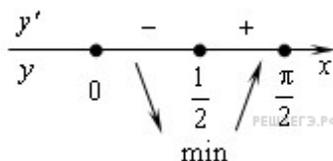
Найдем производную заданной функции:

$$y' = (x - 0,5)\sin x - \cos x + \cos x = (x - 0,5)\sin x.$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} (x - 0,5)\sin x = 0, \\ 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2}, \\ x = \pi k, k \in \mathbb{Z}, \\ 0 < x < \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Искомая точка минимума $x = \frac{1}{2}$.

Ответ: 0,5.

22. 22. Найдите наибольшее значение функции $y = -2\operatorname{tg} x + 4x - \pi - 3$ на отрезке $[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}]$.

Решение.

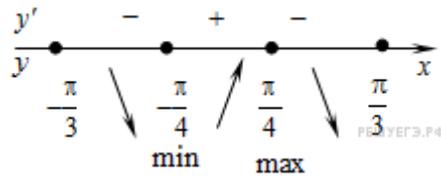
Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{-2}{\cos^2 x} + 4 = \frac{2(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = \frac{2\cos 2x}{\cos^2 x}$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} 2\cos 2x = 0, \\ -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Наибольшее значение функции достигается либо в точке $-\frac{\pi}{3}$, либо в точке $\frac{\pi}{4}$. Найдем эти значения:

$$\begin{aligned} y\left(-\frac{\pi}{3}\right) &= -2\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 4 \cdot \frac{\pi}{3} - \pi - 3 = 2\sqrt{3} - \frac{7\pi}{3} - 3, \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) &= -2\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \pi - \pi - 3 = -5. \end{aligned}$$

Значение -5 больше.

Ответ: -5 .

23. 23. Найдите наименьшее значение функции $y = -14x + 7\operatorname{tg} x + \frac{7\pi}{2} + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

Решение.

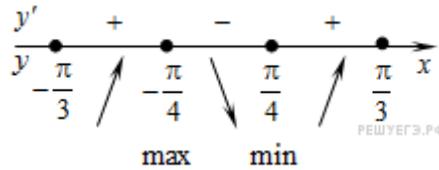
Найдем производную заданной функции:

$$y' = \frac{7}{\cos^2 x} - 14 = \frac{-7(2\cos^2 x - 1)}{\cos^2 x} = -\frac{7\cos 2x}{\cos^2 x}.$$

Найдем нули производной:

$$\begin{cases} 7\cos 2x = 0, \\ -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}, \\ -\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4}, \\ x = -\frac{\pi}{4}. \end{cases}$$

Определим знаки производной функции и изобразим на рисунке поведение функции:



Функция может принимать наименьшее значение в точках $x = -\frac{\pi}{3}$ или $x = \frac{\pi}{4}$. Найдем их:

$$\begin{aligned} y\left(-\frac{\pi}{3}\right) &= -7\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + 14 \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{7\pi}{2} + 11 = -7\sqrt{3} + \frac{49}{6}\pi + 11, \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) &= 7\operatorname{tg} \frac{\pi}{4} - 3,5\pi + 3,5\pi + 11 = 18. \end{aligned}$$

Поскольку $y(-\pi/3) > -14 + 24 + 11 = 21$, наименьшее из найденных чисел равно 18.

Ответ: 18.

24. 24. Найдите наибольшее значение функции $y = 4\cos x - 20x + 7$ на отрезке $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = -4\sin x - 20.$$

Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей.

Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 4\cos(0) + 7 = 11.$$

Ответ: 11.

25. 25. Найдите наибольшее значение функции $y = 5\sin x - 6x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции:

$$y' = 5 \cos x - 6.$$

Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная отрицательна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является убывающей. Следовательно, наибольшим значением функции на заданном отрезке является

$$y(0) = 5 \sin 0 + 3 = 3.$$

Ответ: 3.

26. 26. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \sin x - 6\sqrt{3}x + \sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

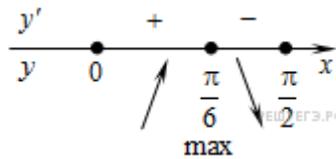
Найдем производную заданной функции:

$$y' = 12 \cos x - 6\sqrt{3}.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} 12 \cos x - 6\sqrt{3} = 0, \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке $x = \frac{\pi}{6}$ заданная функция имеет максимум, являющийся ее наибольшим значением на заданном отрезке. Найдем это наибольшее значение:

$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 12 \sin \frac{\pi}{6} - 6\sqrt{3} \cdot \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}\pi + 6 = 12.$$

Ответ: 12.

27. 27. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 - \frac{5\pi}{4} + 5x - 5\sqrt{2} \sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

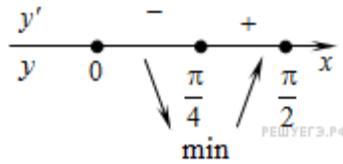
Найдем производную заданной функции:

$$y'(x) = 5 - 5\sqrt{2}\cos x.$$

Найдем нули производной на заданном отрезке:

$$\begin{cases} 5 - 5\sqrt{2}\cos x = 0, \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4}.$$

Определим знаки производной функции на заданном отрезке и изобразим на рисунке поведение функции:



В точке $x = \frac{\pi}{4}$ заданная функция имеет минимум, являющийся ее наименьшим значением на заданном отрезке. Найдем это наименьшее значение:

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 - \frac{5\pi}{4} + 5\frac{\pi}{4} - 5\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2.$$

Ответ: -2 .

28. 28. Найдите наименьшее значение функции $y = 6\cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

Решение.

Найдем производную заданной функции: $y' = -6\sin x + \frac{24}{\pi}$. Уравнение $y' = 0$ не имеет решений, производная положительна при всех значениях переменной, поэтому заданная функция является возрастающей.

Следовательно, наименьшим значением функции на заданном отрезке является

$$y\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = 6\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \frac{24}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} + 5 = -6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 16 + 5 = -14.$$

Ответ: -14 .