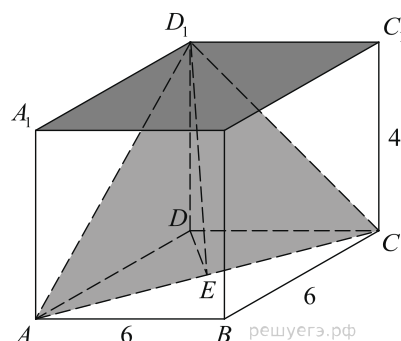


Угол между плоскостями

1. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите косинус угла между плоскостями $BA_1 C_1$ и $BA_1 D_1$.
2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите угол между плоскостями $AB_1 D_1$ и ACD_1 .
3. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 4$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями CDD_1 и BDA_1 .
4. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 6$, $BC = 6$, $CC_1 = 4$, найдите тангенс угла между плоскостями ACD_1 и $A_1 B_1 C_1$.



5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SB . Найдите угол между плоскостями CMK и ABC , если $SC = 6$, $BC = 4$.
6. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SB . Найдите угол между плоскостями CMK и ABC , если $SC = 8$, $AB = 6$.
7. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 4$, $SC = 7$.
8. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 8$, $SC = 6$.
9. Дана прямая призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Основание призмы — ромб со стороной 4 и острым углом 60° . Высота призмы равна 5. Найдите угол между плоскостью $AC_1 B$ и плоскостью ABD .
10. Дана прямая призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Основание призмы — ромб со стороной 8 и острым углом 45° . Высота призмы равна 6. Найдите угол между плоскостью $AC_1 B$ и плоскостью ABD .
11. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ найдите косинус угла между плоскостями $AB_1 D_1$ и ACD_1 .
12. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = 5$. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 13.
13. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{11}$. Найдите угол между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно $2\sqrt{3}$.
14. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 2, боковые ребра равны 3, точка D — середина ребра CC_1 . Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 .
15. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 1, боковые ребра равны 2, точка D — середина ребра CC_1 . Найдите угол между плоскостями ABC и ADB_1 .
16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 1, а боковые ребра равны 5. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 2 : 1$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .
17. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 3. На ребре AA_1 отмечена точка E так, что $AE : EA_1 = 1 : 2$. Найдите угол между плоскостями ABC и BED_1 .

18. Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен $\frac{\sqrt{3}}{4}$. Найдите угол между боковыми гранями этой пирамиды.

19. Косинус угла между боковой гранью и основанием правильной треугольной пирамиды равен $\frac{\sqrt{6}}{6}$. Найдите угол между боковыми гранями этой пирамиды.

20. Сторона основания правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равна 2, а диагональ боковой грани равна $\sqrt{5}$. Найдите угол между плоскостью A_1BC и плоскостью основания призмы.

21. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ точка S — вершина. Точка M — середина ребра SA , точка K — середина ребра SC . Найдите угол между плоскостями BMK и ABC , если $AB = 8$, $SC = 10$.

22. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите синус угла между плоскостью SAD и плоскостью, проходящей через точку A перпендикулярно прямой BD .

23. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны ребра: $AB = 6$, $AD = 8$, $CC_1 = 16$. Найдите угол между плоскостями ABC и $A_1 DB$.

24. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M сторона основания AB равна 6. На ребре AB отмечена точка K . Сечение MKC является равнобедренным треугольником с основанием MC . Найдите угол между плоскостями MLC и MBC , где L — середина AB .

25. Высота цилиндра равна 3. Равнобедренный треугольник ABC с боковой стороной 10 и $\angle A = 120^\circ$ расположен так, что его вершина A лежит на окружности нижнего основания цилиндра, а вершины B и C — на окружности верхнего основания. Найдите угол между плоскостью ABC и плоскостью основания цилиндра.

26. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M сторона основания AB равна 6. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK : KB = 5 : 1$. Сечение MKC является равнобедренным треугольником с основанием MK . Найдите угол между боковыми гранями пирамиды.

27. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания $AB = 7\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 8$.

а) Докажите, что плоскость BCA_1 перпендикулярна плоскости, проходящей через ребро AA_1 и середину ребра B_1C_1 .

б) Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1 .

28. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AA_1 = 7$, $AB = 16$, $AD = 6$. Точка K — середина ребра C_1D_1 .

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку B перпендикулярно прямой AK , пересекает отрезок A_1K .

б) Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью ABC .

29. Основание прямой четырёхугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Расстояние между прямыми AC и B_1D_1 равно 5.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через точку D перпендикулярно прямой BD_1 , делит отрезок BD_1 в отношении 1 : 7, считая от вершины D_1 .

б) Найдите косинус угла между плоскостью, проходящей через точку D перпендикулярно прямой BD_1 , и плоскостью основания призмы.

30. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S , все рёбра которой равны 2, точка M — середина ребра AB , точка O — центр основания пирамиды, точка F делит отрезок SO в отношении 3 : 1, считая от вершины пирамиды.

а) Докажите, что прямая MF перпендикулярна прямой SC .

б) Найдите угол между плоскостью MBF и плоскостью ABC .

31. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, у которой сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 3. Через точки A , C_1 и середину T ребра A_1B_1 проведена плоскость.

а) Докажите, что сечение призмы указанной плоскостью является прямоугольным треугольником.

б) Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью ABC .

32. На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ взята точка E так, что $A_1E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра B_1C_1 . Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.

- а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1 .
- б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1 .