

Сечения многогранников

1. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 1, а боковые рёбра равны 2. Точка N принадлежит ребру MC , причём $MN:NC = 2:1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки B и N параллельно прямой AC .

2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны рёбра $AB = 8$, $AD = 7$, $AA_1 = 5$. Точка W принадлежит ребру DD_1 и делит его в отношении $1:4$, считая от вершины D . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки C , W и A_1 .

3. Площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равна 108, а площадь полной поверхности этой пирамиды равна 144. Найдите площадь сечения, проходящего через вершину S этой пирамиды и через диагональ её основания.

4. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC угол ASB равен 36° . На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC . Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A , M и B , равна $25\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

5. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 5, а сторона основания равна 4.

6. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M высота равна 9, а боковые рёбра равны 15. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AB и BC параллельно прямой MB .

7. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с вершиной M высота равна 6, а боковые рёбра равны 9. Найдите площадь сечения этой пирамиды плоскостью, проходящей через середины сторон AC и BC параллельно прямой MC .

8. В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$ с вершиной S боковое ребро вдвое больше стороны основания.

а) Докажите, что плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SB в отношении $3:1$, считая от вершины S .

б) Найдите отношение, в котором плоскость, проходящая через середины рёбер SA и SE и вершину C , делит ребро SF , считая от вершины S .

9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, известны рёбра: $AB = 3$, $AD = 2$, $AA_1 = 5$. Точка O принадлежит ребру BB_1 и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины B . Найдите площадь сечения этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки A , O и C_1 .

10. Точка E — середина ребра CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью $A_1 BE$, если ребра куба равны 2.

11. Точка E — середина ребра BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью $D_1 AE$, если ребра куба равны 4.

12. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 6, боковые рёбра равны 4. Изобразите сечение, проходящее через вершины A , B и середину ребра $A_1 C_1$. Найдите его площадь.

13. В правильной треугольной призме $ABCA_1 B_1 C_1$ стороны основания равны 8, боковые рёбра равны $\sqrt{13}$. Изобразите сечение, проходящее через вершины A , C и середину ребра $A_1 B_1$. Найдите его площадь.

14. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 15, а боковые рёбра равны 16. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

15. В правильной четырёхугольной пирамиде $MABCD$ с вершиной M стороны основания равны 3, а боковые рёбра равны 8. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку B и середину ребра MD параллельно прямой AC .

16. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 20, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка M принадлежит ребру $A_1 D_1$ и делит его в отношении $2:3$, считая от вершины D_1 . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки B , D и M .

17. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ сторона основания равна 11, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Точка K принадлежит ребру $B_1 C_1$ и делит его в отношении $8 : 3$, считая от вершины B_1 . Найдите площадь сечения этой призмы плоскостью, проходящей через точки B, D и K .

18. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро $SA = 5$, а сторона основания $AB = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через ребро AB перпендикулярно ребру SC .

19. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ боковое ребро $SA = 6$, а сторона основания $AB = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через ребро AB перпендикулярно ребру SC .

20. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра 10. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AE = LM = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

21. В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 6, а боковые рёбра 8. На ребре AC находится точка D , на ребре AB находится точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $CD = BE = LM = 2$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

22. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 8. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 5. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

23. Плоскость α пересекает два шара, имеющих общий центр. Площадь сечения меньшего шара этой плоскостью равна 6. Плоскость β , параллельная плоскости α , касается меньшего шара, а площадь сечения этой плоскостью большего шара равна 4. Найдите площадь сечения большего шара плоскостью α .

24. Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки A и B , делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как $1 : 3$. Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP .

25. В треугольной пирамиде $MABC$ основанием является правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 3, а ребро $MA = 6$. На ребре AC находится точка D , на ребре AB точка E , а на ребре AM — точка L . Известно, что $AD = AL = 2$, и $BE = 1$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L .

26. В треугольной пирамиде $MABC$, в основании которой лежит правильный треугольник ABC , ребро MB перпендикулярно плоскости основания, стороны основания равны 6, а ребро MA равно 11. На ребре AC находится точка D , на ребре AB точка E , а на ребре AM — точка F . Известно, что $AD = 4$ и $BE = 2$, F — середина AM . Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и F .

27. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если боковое ребро пирамиды равно 5, а сторона основания равна 4.

28. В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ проведено сечение через середины рёбер AB и BC и вершину S . Найдите площадь этого сечения, если все ребра пирамиды равны 8.

29. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC сторона основания равна 8, а угол ASB равен 36° . На ребре SC взята точка M так, что AM — биссектриса угла SAC . Найдите площадь сечения пирамиды, проходящего через точки A, M и B .

30. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ стороны основания равны 5, а боковые рёбра равны 11.

а) Докажите, что прямые CA_1 и $C_1 D_1$ перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через вершины C, A_1 и F_1 .

31. Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые $B_1 P$ и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ , если ребро куба равно 10.