

---

## Объёмы многогранников

1. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  боковое ребро равно  $8\sqrt{3}$ , а ребро основания равно 1. Точка  $D$  — середина ребра  $BB_1$ . Найдите объём пятигранника  $ABCA_1D$ .

2. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  боковое ребро равно  $\sqrt{3}$ , а ребро основания равно 4. Точка  $D$  — середина ребра  $BB_1$ . Найдите объём пятигранника  $A_1B_1C_1CD$ .

3. Правильные треугольники  $ABC$  и  $ABM$  лежат в перпендикулярных плоскостях,  $AB = 10\sqrt{3}$ . Точка  $P$  — середина  $AM$ , а точка  $T$  делит отрезок  $BM$  так, что  $BT : TM = 3 : 1$ . Вычислите объём пирамиды  $MPTC$ .

4. Правильные треугольники  $ABC$  и  $MBC$  лежат в перпендикулярных плоскостях,  $BC = 8$ . Точка  $P$  — середина  $CM$ , а точка  $T$  делит отрезок  $BM$  так, что  $BT : TM = 1 : 3$ . Вычислите объём пирамиды  $MPTA$ .

5. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  заданы длины ребер  $AD = 12$ ,  $AB = 5$ ,  $AA_1 = 8$ . Найдите объём пирамиды  $MB_1 C_1 D$ , если  $M$  — точка на ребре  $AA_1$ , причем  $AM = 5$ .

6. В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  с вершиной  $S$  сторона основания равна 4. Точка  $L$  — середина ребра  $SC$ . Тангенс угла между прямыми  $BL$  и  $SA$  равен  $\frac{2\sqrt{34}}{17}$ .

- Пусть  $O$  — центр основания пирамиды. Докажите, что прямые  $BO$  и  $LO$  перпендикулярны.
- Найдите площадь поверхности пирамиды.