

Линейные, квадратные, кубические уравнения

1. Найдите корень уравнения: $\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7} \Leftrightarrow \frac{4}{7}x = \frac{52}{7} \Leftrightarrow 4x = 52 \Leftrightarrow x = 13.$$

Ответ: 13.

2. Найдите корень уравнения $(x - 10)^2 = (x + 4)^2$.

Решение.

Выполним преобразования, используя формулы $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ и $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

$$(x - 10)^2 = (x + 4)^2 \Leftrightarrow x^2 - 20x + 100 = x^2 + 8x + 16 \Leftrightarrow 28x = 84 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ: 3.

3. Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9} \Leftrightarrow -\frac{2}{9}x = \frac{10}{9} \Leftrightarrow -2x = 10 \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ: -5.

4. Найдите корень уравнения: $x^2 - 17x + 72 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение.

Решим квадратное уравнение:

$$x^2 - 17x + 72 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17 + \sqrt{289 - 288}}{2}, \\ x = \frac{17 - \sqrt{289 - 288}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9, \\ x = 8. \end{cases}$$

Примечание.

По теореме, обратной теореме Виета, сумма корней уравнения равна 17, а их произведение равно 72. Тем самым, это числа 8 и 9.

Ответ: 8.

5. Решите уравнение $(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2$.

Решение.

Выполним преобразования, используя формулы $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$:

$$(2x + 7)^2 = (2x - 1)^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 28x + 49 = 4x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 32x = -48 \Leftrightarrow x = -1,5.$$

Ответ: $-1,5$.

6. Решите уравнение $(x - 6)^2 = -24x$.

Решение.

Используем формулы квадрата суммы и разности:

$$(x - 6)^2 = -24x \Leftrightarrow x^2 - 12x + 36 = -24x \Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 = 0 \Leftrightarrow (x + 6)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -6.$$

Ответ: -6 .

7. Решите уравнение $x^2 + 9 = (x + 9)^2$.

Решение.

Воспользуемся формулой $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$x^2 + 9 = (x + 9)^2 \Leftrightarrow x^2 + 9 = x^2 + 18x + 81 \Leftrightarrow 18x = -72 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4 .

8. Найдите корень уравнения $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.

Переведем число в правой части уравнения в неправильную дробь и умножим обе части уравнения на 3, получаем:

$$\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 = \frac{49}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7; \\ x = -7. \end{cases}$$

Ответ: -7 .

9. Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = 8$.

Решение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x - 1 = 2$, откуда $x = 3$.

Ответ: 3 .

10. Найдите корень уравнения $(x - 1)^3 = -8$.

Решение.

Извлекая кубический корень из обеих частей уравнения, получаем $x - 1 = -2$, откуда $x = -1$.

Ответ: -1 .