

Рациональные уравнения

1. Найдите корень уравнения: $\frac{x-119}{x+7} = -5$

Решение.

Избавимся от знаменателя:

$$\frac{x-119}{x+7} = -5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-119 = -5(x+7), \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 84, \\ x \neq -7 \end{cases} \Leftrightarrow x = 14.$$

Ответ: 14.

2. Найдите корень уравнения: $x = \frac{6x-15}{x-2}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Решение.

Область допустимых значений: $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

При $x \neq 2$ домножим на знаменатель:

$$x = \frac{6x-15}{x-2} \Leftrightarrow x(x-2) = 6x-15 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = 3. \end{cases}$$

Больший корень равен 5.

Ответ: 5.

3. Найдите корень уравнения $\frac{9}{x^2-16} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{9}{x^2-16} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5; \\ x = -5. \end{cases}$$

Больший корень равен 5.

Ответ: 5.

4. Решите уравнение $\frac{13x}{2x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.

Область определения уравнения задается соотношением $2x^2 \neq 7$. На области определения имеем:

$$\frac{13x}{2x^2 - 7} = 1 \Leftrightarrow 13x = 2x^2 - 7 \Leftrightarrow 2x^2 - 13x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13 + \sqrt{169 + 56}}{4}; \\ x = \frac{13 - \sqrt{169 + 56}}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7; \\ x = -0,5. \end{cases}$$

Оба найденных решения удовлетворяют условию $2x^2 \neq 7$, меньший из них равен $-0,5$.

Ответ: $-0,5$.

5. Решите уравнение $\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

Заметим, что числители дробей равны. Имеем:

$$\frac{x+8}{5x+7} = \frac{x+8}{7x+5} \Leftrightarrow \begin{cases} x+8=0; \\ 5x+7=7x+5, 7x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-8; \\ x=1. \end{cases}$$

Ответ: 1.

6. Найдите корень уравнения: $\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2}$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{9x-7} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 9x-7=2 \Leftrightarrow 9x=9 \Leftrightarrow x=1.$$

Ответ: 1.

7. Найдите корень уравнения: $\frac{1}{4x-1} = 5$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{4x-1} = 5 \Leftrightarrow 4x-1 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 4x = \frac{6}{5} \Leftrightarrow x = \frac{3}{10}.$$

Ответ: $0,3$.

8. Найдите корень уравнения $\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11}$.

Решение.

Если две дроби с равными числителями равны, то равны их знаменатели. Имеем:

$$\frac{1}{3x-4} = \frac{1}{4x-11} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-4 = 4x-11, \\ 4x-11 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7, \\ x \neq \frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = 7.$$

Ответ: 7.

9. Найдите корень уравнения

$$\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20}.$$

Решение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем

$$\frac{1}{2x+7} = \frac{1}{3x+20} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+7 = 3x+20, \\ 2x+7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -13, \\ x \neq -\frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = -13.$$

Ответ: -13.

10. Найдите корень уравнения

$$\frac{1}{10x+6} = 1.$$

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{10x+6} = 1 \Leftrightarrow 10x+6 = 1 \Leftrightarrow 10x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{10}.$$

Ответ: -0,5.

11. Найдите корень уравнения $\frac{1}{7x+3} = 5$.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\frac{1}{7x+3} = 5 \Leftrightarrow 7x+3 = \frac{1}{5} \Leftrightarrow 7x = -\frac{14}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{5}.$$

Ответ: -0,4.

12. Найдите корень уравнения $\frac{x+89}{x-7} = \frac{-5}{x-7}$.

Решение.

Если две дроби с равным знаменателем равны, то равны их числители. Имеем:

$$\frac{x+89}{x-7} = \frac{-5}{x-7} \Leftrightarrow \begin{cases} x+89 = -5, \\ x-7 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -94, \\ x \neq 7 \end{cases} \Leftrightarrow x = -94.$$

Ответ: -94.

13. Найдите корень уравнения $\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4}$.

Решение.

Если две дроби с равным числителем равны, то равны их знаменатели. Имеем

$$\frac{1}{9x+2} = \frac{1}{8x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+2 = 8x-4, \\ 9x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6, \\ x \neq -\frac{2}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x = -6.$$

Ответ: -6 .