

Иррациональные уравнения

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{15 - 2x} = 3$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{15 - 2x} = 3 \Leftrightarrow 15 - 2x = 9 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ответ: 3.

2. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7}$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{6}{4x - 54}} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{6}{4x - 54} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow 294 = 4x - 54 \Leftrightarrow x = 87.$$

Ответ: 87.

3. Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{2x + 5}{3}} = 5$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{2x + 5}{3}} = 5 \Leftrightarrow \frac{2x + 5}{3} = 25 \Leftrightarrow 2x + 5 = 75 \Leftrightarrow x = 35.$$

Ответ: 35.

4. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 - 17x} = -x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-72 - 17x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -72 - 17x = x^2, \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 17x + 72 = 0, \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -9, \\ x = -8, \end{cases} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9, \\ x = -8. \end{cases}$$

Меньший корень равен -9 .

Ответ: -9 .

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{3x - 8} = 5$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{3x - 8} = 5 \Leftrightarrow 3x - 8 = 25 \Leftrightarrow 3x = 33 \Leftrightarrow x = 11.$$

Ответ: 11.

6. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x - 4} = 3$.

Решение.

Возведем обе части уравнения в третью степень:

$$\sqrt[3]{x-4} = 3 \Leftrightarrow x-4 = 27 \Leftrightarrow x = 31.$$

Ответ: 31.

7. Решите уравнение $\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0,2$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{1}{15-4x}} = 0,2 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{15-4x}} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{15-4x} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow 15-4x = 25 \Leftrightarrow x = -2,5.$$

Ответ: -2,5.

8. Решите уравнение $\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3}$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{1}{5-2x}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{5-2x} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 5-2x = 9 \Leftrightarrow x = -2.$$

Ответ: -2.

9. Решите уравнение $\sqrt{6+5x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{6+5x} = x \Leftrightarrow \begin{cases} 6+5x = x^2, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 6 = 0, \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -1, \\ x = 6, \end{cases} \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6.$$

Уравнение имеет единственный корень, он и является ответом.

Ответ: 6.

Примечание.

Можно было сделать проверку. Подставляя число 6, получаем верное равенство $\sqrt{6+5 \cdot 6} = 6$, поэтому число 6 является корнем. Подставляя число -1, получаем неверное равенство $\sqrt{6+5 \cdot (-1)} = -1$, поэтому число -1 не является корнем.

10. Решите уравнение $\sqrt{x-2} = 6$.

Решение.

Возведём в квадрат обе части уравнения. Получим $x-2 = 36$, откуда $x = 38$.

Ответ: 38.

11. Найдите корень уравнения $\sqrt{-4-5x} = 4$.

Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат:

$$\sqrt{-4 - 5x} = 4 \Leftrightarrow -4 - 5x = 16 \Leftrightarrow -5x = 20 \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4.

12. Решите уравнение: $\sqrt[3]{x+2} = -2$.

Решение.

Возведем обе части уравнения в третью степень:

$$\sqrt[3]{x+2} = -2 \Leftrightarrow x+2 = -8 \Leftrightarrow x = -10.$$

Ответ: -10.

13. Найдите корень уравнения $3^{x-5} = 81$.

Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$$3^{x-5} = 81 \Leftrightarrow 3^{x-5} = 3^4 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9.$$

Ответ: 9.

14. Решите уравнение: $\sqrt{\frac{1}{1-5x}} = \frac{1}{6}$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{\frac{1}{1-5x}} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{1-5x} = \frac{1}{36} \Leftrightarrow 1-5x = 36 \Leftrightarrow x = -7.$$

Ответ: -7.

15. Найдите корень уравнения $\sqrt{-32-x} = 2$.

Решение.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-32-x} = 2 \Leftrightarrow -32-x = 4 \Leftrightarrow x = -36.$$

Ответ: -36.