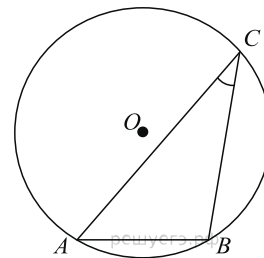


Касательная, хорда, секущая

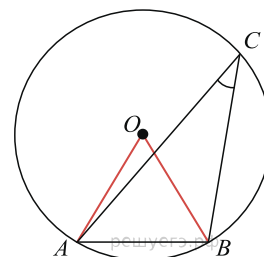
1. Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.



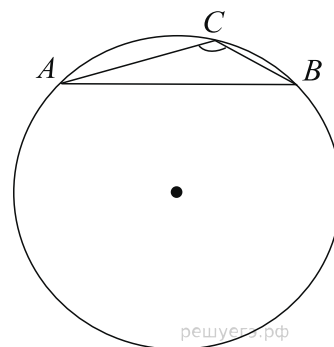
Решение.

Заметим, что $\angle ACB = 30^\circ$. Значит, $\angle AOB = 60^\circ$, т. к. является центральным углом, опирающимся на ту же хорду. Соответственно, треугольник AOB — равносторонний, так как $AO = OB = AB = R = 3$.

Ответ: 3.



2. Найдите хорду, на которую опирается угол 120° , вписанный в окружность радиуса $\sqrt{3}$.

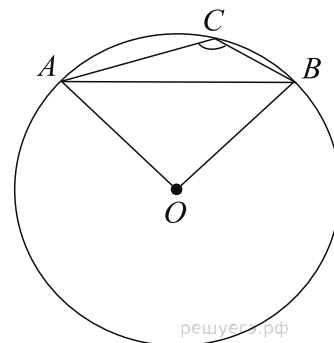


Решение.

Применим теорему синусов к треугольнику ABC :

$$AB = 2R \sin C = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3.$$

Ответ: 3.

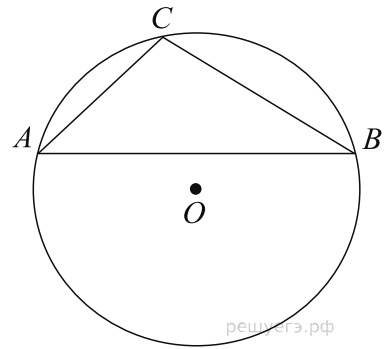


Приведём другое решение.

Вписанный угол дополняет половину центрального угла, опирающегося на ту же хорду, до 180° , значит, $\angle AOB = 2(180^\circ - 120^\circ) = 120^\circ$. По теореме косинусов:

$$AB = \sqrt{AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cos \angle AOB} = \sqrt{3 + 3 + 6 \cdot \frac{1}{2}} = 3.$$

3. Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как 5:7. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



Решение.

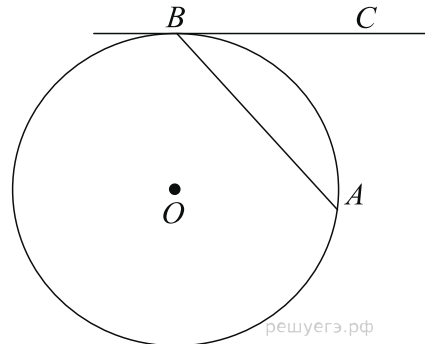
Из точки C хорда AB видна под углом ACB . Пусть большая часть окружности равна $7x$, тогда меньшая равна $5x$.

$$7x + 5x = 360^\circ \Leftrightarrow 12x = 360^\circ \Leftrightarrow x = 30^\circ.$$

Значит, меньшая дуга окружности равна 150° , а большая — 210° . Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается, значит, опирающийся на большую дугу угол ACB равен 105° .

Ответ: 105.

4. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.

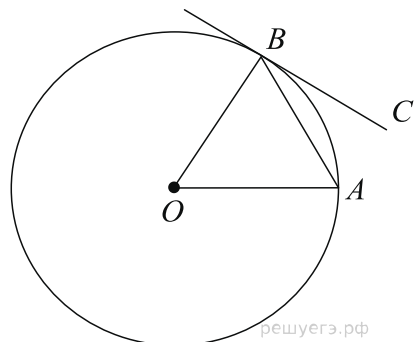


Решение.

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, заключённой между ними. Поэтому он равен 46.

Ответ: 46.

5. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.

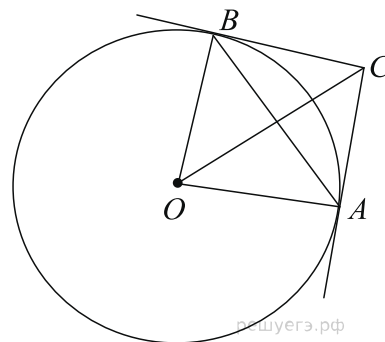


Решение.

Угол между касательной и хордой равен половине дуги, заключённой между ними. Значит, искомая величина дуги равна 64° .

Ответ: 64.

6. Через концы A , B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.



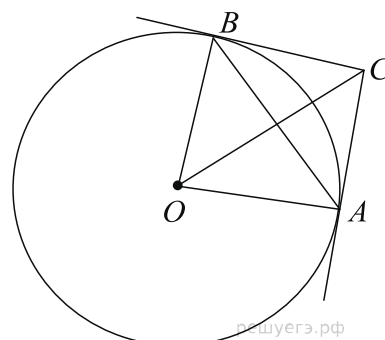
Решение.

Угол между касательной и хордой равен половине заключенной между ними дуги. В треугольнике ABC :

$$\angle ACB = 180^\circ - (\angle BAC + \angle CBA) = 180^\circ - \cup AB = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ.$$

Ответ: 118.

7. Касательные CA и CB к окружности образуют угол ACB , равный 122° . Найдите величину меньшей дуги AB , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



Решение.

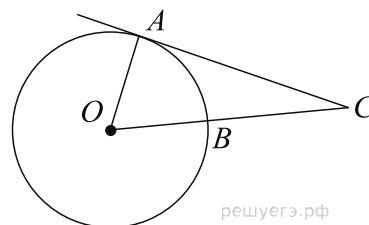
Треугольник ABC равнобедренный, так как отрезки касательных, проведенных к окружности из одной точки, равны. Следовательно, угол BAC равен $0,5(180^\circ - 122^\circ) = 29^\circ$. Угол между касательной и хордой, проведенной через точку касания, равен половине заключенной между ними дуги, поэтому искомая дуга равна $2 \cdot 29^\circ = 58^\circ$.

Ответ: 58.

Приведем другое решение.

Пусть искомая длина меньшей дуги AB равна x , тогда длина большей дуги AB равна $360^\circ - x$. Угол между двумя касательными, проведенными из одной точки, равен половине высекаемых ими дуг, откуда имеем: $0,5(360^\circ - 2x) = 122^\circ$. Тогда $x = 58^\circ$.

8. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, дуга AB — равна 64° . Ответ дайте в градусах.



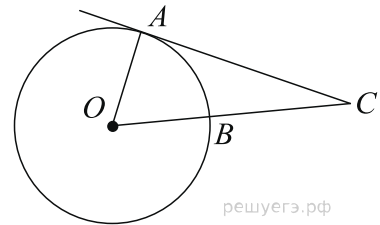
Решение.

касательная к окружности перпендикулярна радиусу; центральный угол равен дуге, на которую он опирается/ Следовательно, треугольник OAC прямоугольный и в нём

$$\angle ACO = 90^\circ - \angle AOC = 90^\circ - \cup AB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ.$$

Ответ: 26.

9. Угол ACO равен 28° , где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

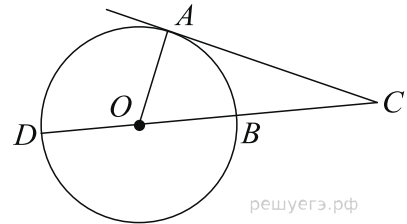


Решение.

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, приведённому в точку касания. Поэтому треугольник AOC прямоугольный. Его острый угол O равен $90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$. Центральный угол равен дуге, на которую он опирается. Поэтому он также равен 62° .

Ответ: 62.

10. Найдите угол ACO , если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, а большая дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.

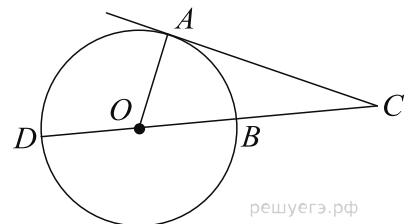


Решение.

Заметим, что DB — диаметр окружности, поэтому дуга AB , не содержащая точки D , равна $180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$. На эту дугу опирается центральный угол AOB , поэтому он равен 64° . Радиус, проведённый в точку касания, перпендикулярен касательным, поэтому треугольник AOC прямоугольный. Тогда $\angle ACO = 90^\circ - \angle COA = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$.

Ответ: 26.

11. Угол ACO равен 24° . Его сторона CA касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.



Решение.

Заметим, что DB — диаметр окружности. Тогда точка A делит дугу DB на дуги x и $180^\circ - x$. Угол между двумя секущими равен полуразности высекаемых ими дуг:

$$\frac{x - (180^\circ - x)}{2} = 24^\circ \Leftrightarrow x - 180^\circ = 48^\circ \Leftrightarrow x = 114^\circ.$$

Приведём другое решение:

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, центральный угол равен дуге, на которую он опирается, значит, треугольник OAC — прямоугольный и

$$\cup AD = \angle DOA = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - (90^\circ - \angle ACO) = 180^\circ - 66^\circ = 114^\circ$$

Ответ: 114.