

Физический смысл производной

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 6t^2 - 48t + 17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

Решение.

Найдем закон изменения скорости:

$$v(t) = x'(t) = 12t - 48.$$

При $t = 9$ с имеем:

$$v(9) = 12 \cdot 9 - 48 = 60 \text{ м/с.}$$

Ответ: 60.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 6$ с.

Решение.

Найдем закон изменения скорости:

$$v(t) = x'(t) = \frac{3}{2}t^2 - 6t + 2 \text{ м/с.}$$

Тогда находим:

$$v(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 - 6 \cdot 6 + 2 = 20 \text{ м/с.}$$

Ответ: 20.

3. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 3$ с.

Решение.

Найдем закон изменения скорости: $v(t) = x'(t) = -4t^3 + 18t^2 + 5$ м/с. При $t = 3$ имеем:

$$v(3) = -4 \cdot 3^3 + 18 \cdot 9 + 5 = 59 \text{ м/с.}$$

Ответ: 59.

4. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

Решение.

Найдем закон изменения скорости:

$$v(t) = x'(t) = 2t - 13 \text{ м/с.}$$

Чтобы найти, в какой момент времени t скорость была равна 3 м/с, решим уравнение:

$$2t - 13 = 3 \Leftrightarrow 2t = 16 \Leftrightarrow t = 8 \text{ с.}$$

Ответ: 8.

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 2 м/с?

Решение.

Найдем закон изменения скорости: $v(t) = x'(t) = t^2 - 6t - 5$ м/с. Чтобы найти, в какой момент времени t скорость была равна 2 м/с, решим уравнение:

$$t^2 - 6t - 5 = 2 \Leftrightarrow t^2 - 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1; \\ t = 7 \end{cases} \Leftrightarrow_{t > 0} t = 7 \text{ с.}$$

Ответ: 7.