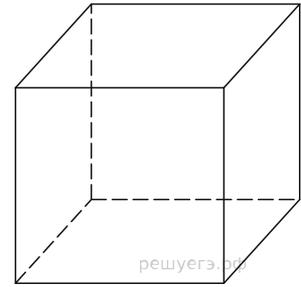


## Куб

1. 1. Площадь поверхности куба равна 18. Найдите его диагональ.



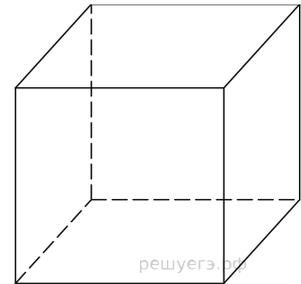
**Решение.**

Пусть ребро куба равно  $a$ , тогда площадь поверхности куба  $S = 6a^2$ , а диагональ куба  $d = a\sqrt{3}$ . Тогда

$$d = \sqrt{3}\sqrt{\frac{S}{6}} = \sqrt{\frac{3 \cdot S}{6}} = \sqrt{\frac{S}{2}} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: 3.

2. 2. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.

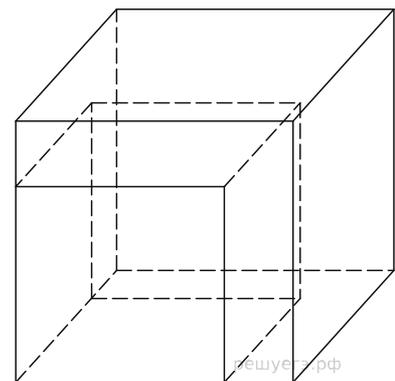


**Решение.**

Площадь поверхности куба выражается через его ребро  $a$  формулой  $S = 6a^2$ , а объем — формулой  $V = a^3$ . Поэтому  $a^3 = 8$ , откуда  $a = 2$ ;  $S = 6 \cdot 2^2 = 24$ .

Ответ: 24.

3. 3. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



**Решение.**

Площадь поверхности куба выражается через его ребро  $a$  формулой  $S = 6a^2$ , поэтому при увеличении длины ребра на 1 площадь увеличится на

$$S - S_0 = 6(a + 1)^2 - 6a^2 = 12a + 6 = 54.$$

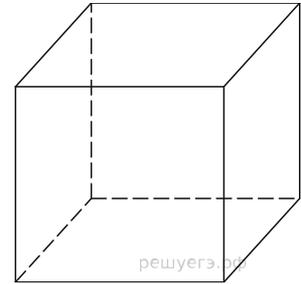
Отсюда находим, что ребро куба равно

$$a = \frac{54 - 6}{12} = 4.$$

Ответ: 4.

**4. 4.**

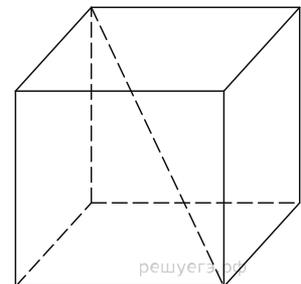
Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?

**Решение.**

Объем куба с ребром  $a$  равен  $V = a^3$ . Если ребра увеличить в 3 раза, то объем куба увеличится в  $3^3 = 27$  раз.

Ответ: 27.

**5. 5.** Диагональ куба равна  $\sqrt{12}$ . Найдите его объем.

**Решение.**

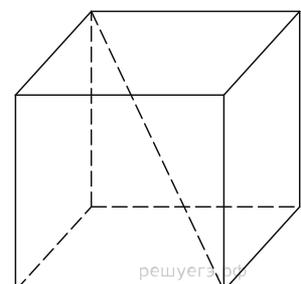
Диагональ куба в  $\sqrt{3}$  раз больше его ребра. Получим, что ребро равно

$$a = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = 2.$$

Тогда объем куба  $V = a^3 = 8$ .

Ответ: 8.

**6. 6.** Объем куба равен  $24\sqrt{3}$ . Найдите его диагональ.



**Решение.**

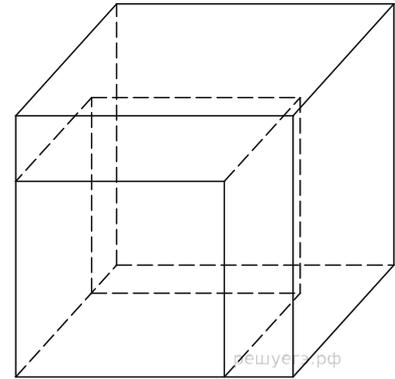
Если ребро куба равно  $a$ , то его объем и диагональ даются формулами  $V = a^3$  и  $d = a\sqrt{3}$ . Следовательно,

$$d^3 = (a\sqrt{3})^3 = a^3 \cdot 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} = 216.$$

Тогда диагональ равна 6.

Ответ: 6.

7. 7. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его объем увеличится на 19. Найдите ребро куба.



**Решение.**

Объем куба с ребром  $a$  равен  $V = a^3$ . Увеличение объема равно 19:

$$V - V_0 = (a + 1)^3 - a^3 = 3a^2 + 3a + 1 = 19.$$

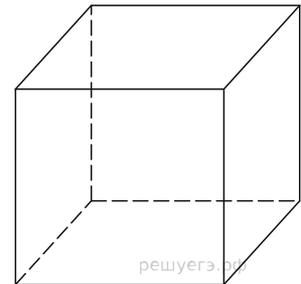
Решим уравнение:

$$3a^2 + 3a + 1 = 19 \Leftrightarrow a^2 + a - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2, \\ a = -3. \end{cases}$$

Тем самым,  $a = 2$ .

Ответ: 2.

8. 8. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?

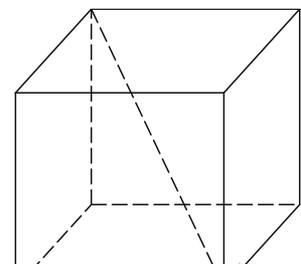


**Решение.**

Площади подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому при увеличении ребра в 3 раза, площадь поверхности увеличится в 9 раз.

Ответ: 9.

9. 9. Диагональ куба равна 1. Найдите площадь его поверхности.



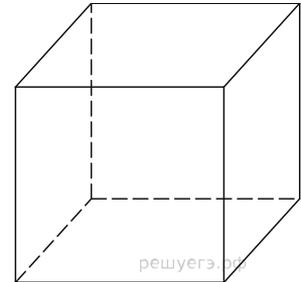
**Решение.**

Сторона куба меньше диагонали в  $\sqrt{3}$  раз и равна в данном случае  $a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Тогда площадь поверхности куба

$$S = 6a^2 = 6\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = 2.$$

Ответ: 2.

**10. 10.** Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.



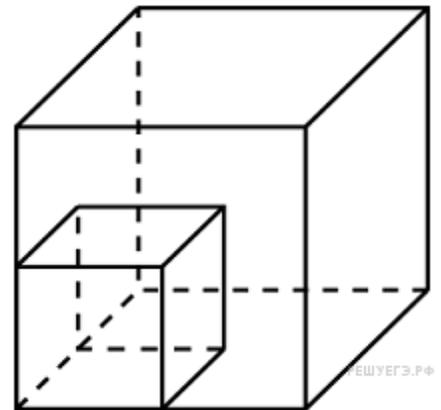
**Решение.**

Площадь поверхности куба со стороной  $a$  равна  $S = 6a^2$ . Объем куба равен

$$V = a^3 = \left(\sqrt{\frac{S}{6}}\right)^3 = 2^3 = 8.$$

Ответ: 8.

**11. 11.** Объем одного куба в 8 раз больше объема другого куба. Во сколько раз площадь поверхности первого куба больше площади поверхности второго куба?



**Решение.**

Объемы подобных тел относятся как куб коэффициента подобия, поэтому один из кубов в 2 раза больше другого. Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому их отношение равно 4.

Ответ: 4.

**12. 12.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $K$  — середина ребра  $AA_1$ , точка  $L$  — середина ребра  $A_1 D_1$ , точка  $M$  — середина ребра  $A_1 B_1$ . Найдите угол  $MLK$ . Ответ дайте в градусах.

**Решение.**

Стороны сечения  $KM$ ,  $KL$ , и  $LM$  равны как гипотенузы равных прямоугольных треугольников  $A_1KM$ ,  $KLA_1$ , и  $LA_1M$ , которые равны друг другу по двум катетам. Таким образом, треугольник  $LKM$  является равносторонним. Поэтому угол  $MLK$  равен  $60^\circ$ .

Ответ: 60.

