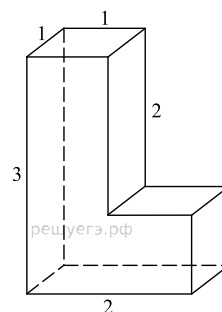


Площадь поверхности составного многогранника

1. 1. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



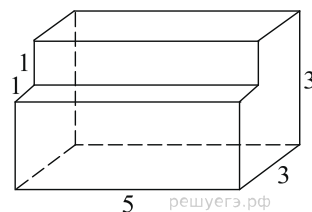
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 2, 3, 1 и двух площадей прямоугольников со сторонами 2, 1:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 12 + 6 = 18.$$

Ответ: 18.

2. 2. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



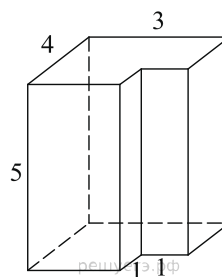
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 3, 5 и двух площадей квадратов со стороной 1:

$$2 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 76.$$

Ответ: 76.

3. 3. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



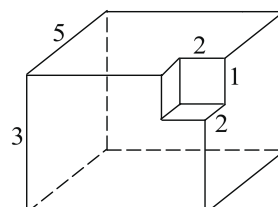
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна разности площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 4, 5 и площади двух квадратов со стороной 1:

$$2 \cdot 4 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 92.$$

Ответ: 92.

4. 4. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



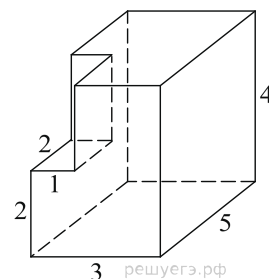
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 5:

$$2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 = 110.$$

Ответ: 110.

5. 5. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3, 5, 4:

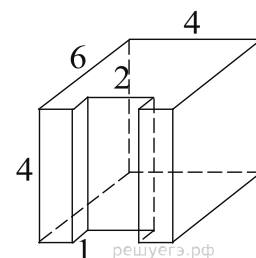
$$2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 4 = 94.$$

Ответ: 94.

Примечание для тех, кто не верит в это решение: посчитайте площадь поверхности, сложив площади всех девяти граней данного многогранника, и смиритесь.

$$20_{\text{(прав.)}} + 15_{\text{(нижн.)}} + 12_{\text{(задн.)}} + 10_{\text{(передн.)}} + 16_{\text{(лев.)}} + 13_{\text{(верхн.)}} + 2_{\text{(мал.верх.)}} + 2_{\text{(мал.передн.)}} + 4_{\text{(мал.лев.)}} = 94.$$

6. 6. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



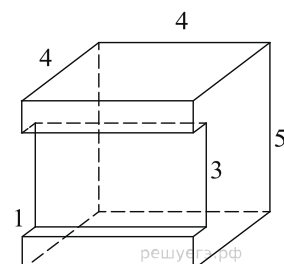
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6, 4, 4 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 2:

$$S = 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 132.$$

Ответ: 132.

7. 7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



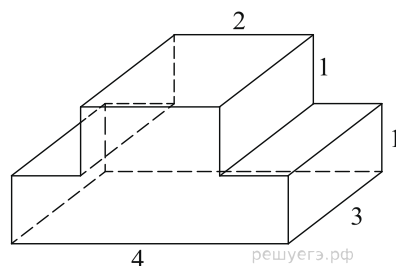
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей поверхности прямоугольного параллелепипеда с ребрами 4, 4, 5 и двух прямоугольников со сторонами 1 и 4, уменьшенной на площадь двух прямоугольников со сторонами 1 и 3:

$$2 \cdot 4 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 1 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 3 = 114.$$

Ответ: 114.

8. 8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Решение.**

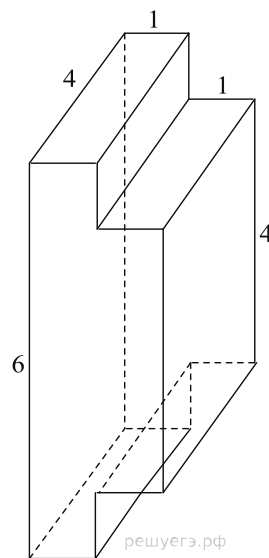
Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей прямоугольников со сторонами 1, 3, 4 и 1, 2, 3, уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника со сторонами 2, 3:

$$S = 2(4 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3) + 2(2 \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) - 2(2 \cdot 3) = 48.$$

Ответ: 48.

9. 9.

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Решение.**

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов с ребрами 1, 6, 4 и 1, 4, 4 уменьшенной на удвоенную площадь квадрата стороной 4:

$$S = 2(4 \cdot 1 + 6 \cdot 1 + 4 \cdot 6) + 2(4 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 4 \cdot 4) - 2(4 \cdot 4) = 84.$$

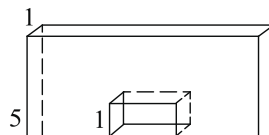
Ответ: 84.

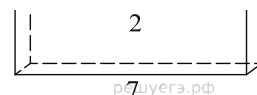
Приведем другое решение

Площадь поверхности заданного многогранника равна площади прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6, 4, 2 уменьшенной на 4 площади квадратов со стороной 1:

$$S = 2(6 \cdot 2) + 2(6 \cdot 4) + 2(4 \cdot 2) - 4(1 \cdot 1) = 24 + 48 + 16 - 4 = 36 + 48 = 84$$

10. 10. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).





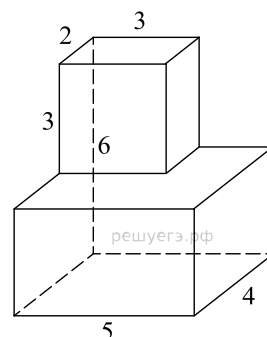
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей большого и маленького параллелепипедов с ребрами 1, 5, 7 и 1, 1, 2, уменьшенной на 4 площади прямоугольника со сторонами 1, 2 — передней грани маленького параллелепипеда, излишне учтенной при расчете площадей поверхности параллелепипедов:

$$S = 2(5 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 7 \cdot 5) + 2(1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1) - 4(2 \cdot 1) = 96.$$

Ответ: 96.

11. 11. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



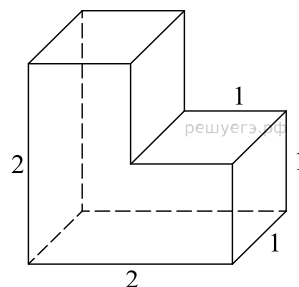
Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника равна сумме площадей параллелепипедов со сторонами 2, 3, 3 и 5, 4, 3 уменьшенной на удвоенную площадь прямоугольника со сторонами 3, 2:

$$S = 2(3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3) + 2(4 \cdot 5 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 3) - 2(2 \cdot 3) = 124.$$

Ответ: 124.

12. 12. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

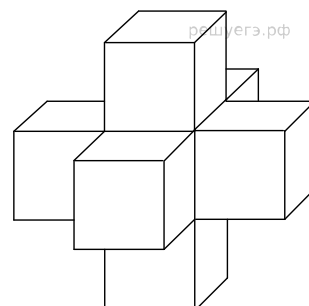


Решение.

Площадь поверхности заданного многогранника складывается из четырех площадей квадратов со стороной 1, двух прямоугольников со сторонами 1 и 2 и двух граней (передней и задней), площади которых в свою очередь складываются из трех единичных квадратов каждая. Всего $4 + 4 + 6 = 14$.

Ответ: 14.

13. 13. Найдите площадь поверхности пространственного креста, изображенного на рисунке и составленного из единичных кубов.

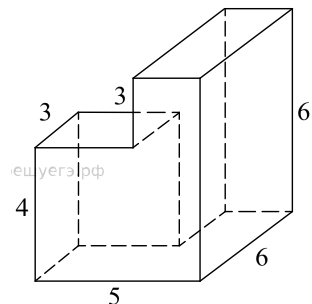


Решение.

Поверхности креста составлена из шести поверхностей кубов, у каждого из которых отсутствует одна грань. Тем самым, поверхность креста состоит из 30 единичных квадратов, поэтому ее площадь равна 30.

Ответ: 30.

14. 14. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

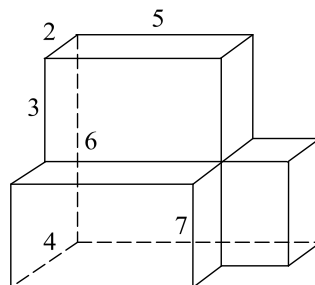
**Решение.**

Площадь поверхности данного многогранника равна сумме площадей поверхностей прямоугольных параллелепипедов с рёбрами 6, 6, 2 и 3, 3, 4, уменьшенной на две площади прямоугольников со сторонами 3 и 4:

$$S = (2 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 2) + (2 \cdot 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 3 \cdot 4) - 2 \cdot 3 \cdot 4 = 120 + 66 - 24 = 162.$$

Ответ: 162.

15. 15. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

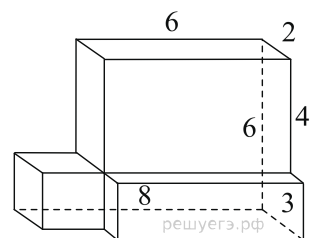
**Решение.**

Площадь поверхности тела равна сумме поверхностей трех составляющих ее параллелепипедов с ребрами 2, 5, 6; 2, 5, 3 и 2, 2, 3, уменьшенная на удвоенные площади прямоугольников со сторонами 5, 3 и 2, 3:

$$S = 2 \cdot (2 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 2 \cdot 6) + 2 \cdot (2 \cdot 5 + 5 \cdot 3 + 2 \cdot 3) + 2 \cdot (2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2) - 2 \cdot (5 \cdot 3 + 2 \cdot 3) = 2 \cdot (52 + 31 + 16) - 2 \cdot 21 = 156.$$

Ответ: 156.

16. 16. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



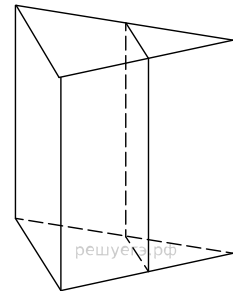
Решение.

Площадь поверхности тела равна сумме поверхностей трех составляющих его параллелепипедов с измерениями 2, 4, 6; 1, 6, 2 и 2, 2, 2:

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + S_3 = \\ &= (2 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 2 \cdot 2 \cdot 6) + (2 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 \cdot 2) + (6 \cdot 2 \cdot 2) = \\ &= 88 + 40 + 24 = 152. \end{aligned}$$

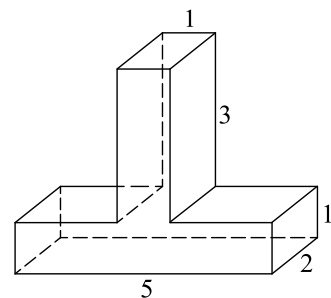
Ответ: 152.

17. 17. Через среднюю линию основания треугольной призмы, проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 37.

**Решение.**

Боковые грани исходной призмы вдвое больше соответствующих боковых граней отсеченной призмы, поэтому площадь боковой поверхности исходной призмы равна 74.

18. 18. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).

**Решение.**

Площадь поверхности данного многогранника складывается из площадей двух параллелепипедов со сторонами 1, 3, 2 и 1, 2, 5 за вычетом двух площадей прямоугольников со сторонами 2 и 1, которые учитываются дважды в представленном многограннике:

$$S = 2(5 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 5 \cdot 1) + 2(1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 2 \cdot 3) - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 52$$

Ответ: 52