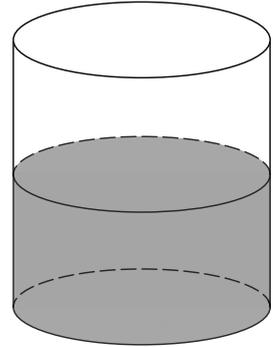


## Цилиндр

1. 1.

В цилиндрический сосуд налили  $2000 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 12 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .



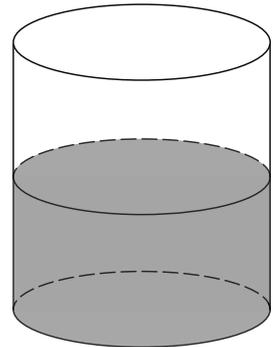
**Решение.**

Объем детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объем вытесненной жидкости равен  $9/12$  исходного объёма:

$$V_{\text{дет}} = \frac{9}{12} \cdot 2000 = \frac{3}{4} \cdot 2000 = 1500 \text{ см}^3.$$

Ответ: 1500.

2. 2. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого? Ответ выразите в см.



**Решение.**

Объем цилиндрического сосуда выражается через его диаметр и высоту как  $V = H \frac{\pi d^2}{4}$ . При увеличении диаметра сосуда в 2 раза высота равного объема жидкости  $H = \frac{4V}{\pi d^2}$  уменьшится в 4 раза и станет равна 4.

Ответ: 4.

3. 3. Объем первого цилиндра равен  $12 \text{ м}^3$ . У второго цилиндра высота в три раза больше, а радиус основания — в два раза меньше, чем у первого. Найдите объем второго цилиндра. Ответ дайте в кубических метрах.

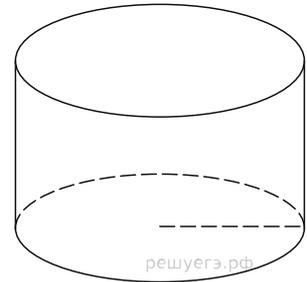
**Решение.**

Пусть объём первого цилиндра равен  $V_1 = \pi R_1^2 H_1$ , объём второго —  $V_2 = \pi R_2^2 H_2$ , где  $R_{1, 2}$  — радиусы оснований цилиндров,  $H_{1, 2}$  — их высоты. По условию  $H_2 = 3H_1$ ,  $R_2 = 0,5R_1$ . Выразим объём второго цилиндра через объём первого:

$$V_2 = \pi R_2^2 H_2 = \pi \cdot \left(\frac{R_1}{2}\right)^2 \cdot 3H_1 = \frac{3}{4} \pi R_1^2 h_1 = \frac{3}{4} V_1 = \frac{3}{4} \cdot 12 = 9 \text{ куб. м.}$$

Ответ: 9.

**4. 4.** Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на  $\pi$ .

**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра  $S = 2\pi rH$ , поэтому  $S = 2\pi \cdot 2 \cdot 3 = 12\pi$ .

Ответ: 12.

**5. 5.**

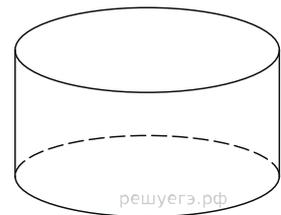
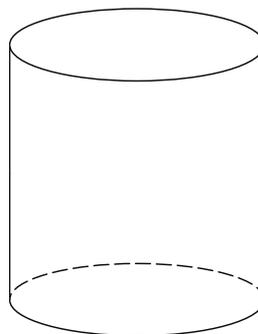
В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,5 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.

**Решение.**

Объём детали равен объёму вытесненной ею жидкости. Объём вытесненной жидкости равен  $1/2$  исходного объёма, поэтому объём детали равен 3 куб. см.

Ответ: 3.

**6. 6.** Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



**Решение.**

Обозначим площадь и высоту второй кружки за  $S_2$  и  $V_2$ . Тогда объем первой кружки

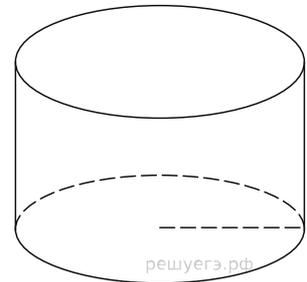
$$V_1 = S_1 H_1 = \pi R_1^2 H_1 = \pi \left( \frac{2}{3} R_2 \right)^2 2H_2 = \frac{8}{9} V_2.$$

Тогда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{9}{8} = 1,125.$$

Ответ: 1,125.

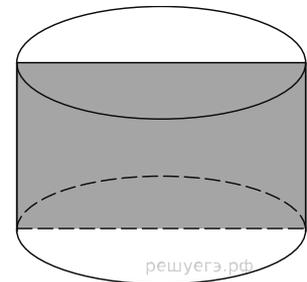
7. 7. Длина окружности основания цилиндра равна 3, высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $S = 2\pi rh = Ch$ , где  $C$  – длина окружности основания. Поэтому  $S = 3 \cdot 2 = 6$ .

Ответ: 6.

8. 8. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на  $\pi$ .

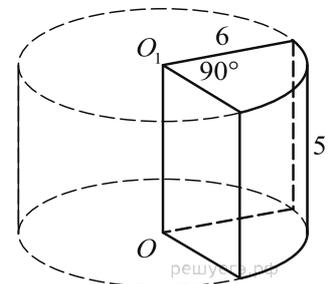
**Решение.**

Площадь осевого сечения цилиндра равна  $S = 2rh$ , так как это прямоугольник. Тогда для площади боковой поверхности имеем:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi rh = S_1 \pi = 4\pi.$$

Ответ: 4.

9. 9. Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



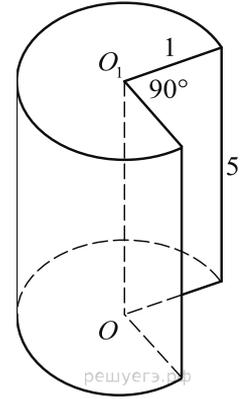
**Решение.**

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{90^\circ}{360^\circ} V_{\text{цил}} = \frac{1}{4} V_{\text{цил}} = \frac{1}{4} \pi r^2 h = \frac{1}{4} \pi \cdot 6^2 \cdot 5 = 45\pi.$$

Ответ: 45.

**10. 10.** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

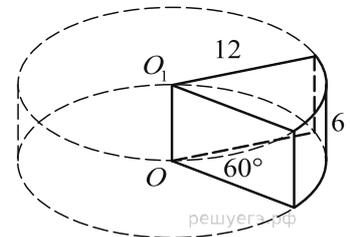
**Решение.**

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{270^\circ}{360^\circ} \pi R^2 H = \frac{3}{4} 1 \cdot 5\pi = 3,75\pi.$$

Ответ: 3,75.

**11. 11.** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .

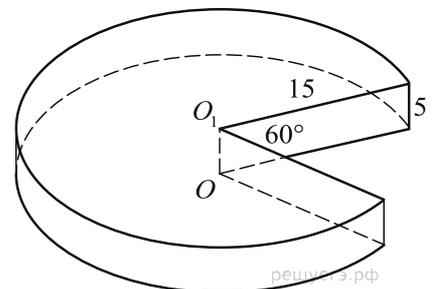
**Решение.**

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} \pi R^2 H = \frac{1}{6} 12^2 \cdot 6\pi = 144\pi.$$

Ответ: 144.

**12. 12.** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



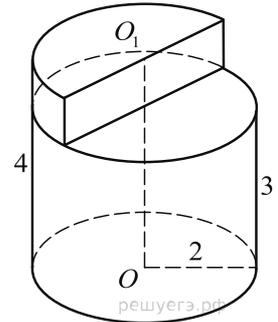
**Решение.**

Объем данной части цилиндра равен

$$\frac{300^\circ}{360^\circ} \pi r^2 h = \frac{5}{6} \cdot 5\pi \cdot 15^2 = 937,5\pi.$$

Ответ: 937,5.

**13. 13.** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



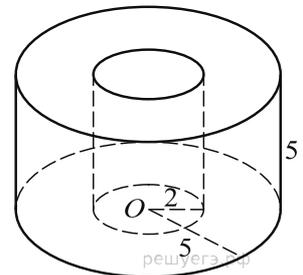
**Решение.**

Объем данной фигуры равен сумме объемов цилиндра с радиусом основания 2 и высотой 3 и половины цилиндра с тем же радиусом основания и высотой 1:

$$V = \pi R^2 \left( H_1 + \frac{1}{2} H_2 \right) = \pi \cdot 2^2 (3 + 0,5) = 14.$$

Ответ: 14.

**14. 14.** Найдите объем  $V$  части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите  $V/\pi$ .



**Решение.**

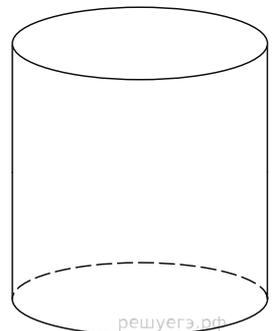
Объем данной фигуры равен разности объемов цилиндра с радиусом основания 5 и высотой 5 и цилиндра с той же высотой и радиусом основания 2:

$$V = \pi H (R_1^2 - R_2^2) = 5\pi (25 - 4) = 105.$$

Ответ: 105.

**15. 15.**

Длина окружности основания цилиндра равна 3. Площадь боковой поверхности равна 6. Найдите высоту цилиндра.

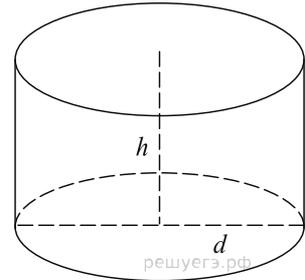


**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра равна произведению длины окружности, лежащей в основании, на высоту. Поэтому высота цилиндра равна 2.

Ответ: 2.

**16. 16.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $2\pi$ , а диаметр основания — 1. Найдите высоту цилиндра.

**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле:  $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$ , значит,

$$h = \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi r} = \frac{2\pi}{2\pi \cdot \frac{d}{2}} = 2.$$

Ответ: 2.

**17. 17.** Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $2\pi$ , а высота — 1. Найдите диаметр основания.

**Решение.**

Площадь боковой поверхности цилиндра находится по формуле:

$S_{\text{бок}} = 2\pi rh$ , значит,

$$d = 2r = 2 \frac{S_{\text{бок}}}{2\pi h} = \frac{2\pi}{\pi h} = 2.$$

Ответ: 2.

