

## Преобразования числовых тригонометрических выражений

1. 1. Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .

**Решение.**

Используем формулу синуса двойного угла  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$  :

$$\frac{12 \cdot \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ} = \frac{6 \cdot \sin 22^\circ}{\sin 22^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

2. 2. Найдите значение выражения  $\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ} = \frac{24(-\cos 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = -24.$$

Ответ: -24.

3. 3. Найдите значение выражения  $\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ}$ .

**Решение.**

Сходственные функции дополнительных углов равны, поэтому

$$\frac{5 \cos 29^\circ}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \cos(90^\circ - 61^\circ)}{\sin 61^\circ} = \frac{5 \sin 61^\circ}{\sin 61^\circ} = 5.$$

Ответ: 5.

4. 4. Найдите значение выражения  $36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$36\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4} = 36\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 36.$$

Ответ: 36.

5. 5. Найдите значение выражения  $4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{3}$ .

**Решение.**

В силу периодичности косинуса

$$\cos \frac{7\pi}{3} = \cos \left( 2\pi + \frac{\pi}{3} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2},$$

и выполним преобразования:

$$4\sqrt{2} \cdot \cos \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{7\pi}{3} = 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

**6. 6.** Найдите значение выражения  $\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{8}{\sin(-\frac{27\pi}{4}) \cos(\frac{31\pi}{4})} = \frac{8}{\sin(-7\pi + \frac{\pi}{4}) \cos(8\pi - \frac{\pi}{4})} = \frac{8}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = -16.$$

Ответ: -16.

**7. 7.** Найдите значение выражения  $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ) = -4\sqrt{3} \cos(720^\circ + 30^\circ) = -4\sqrt{3} \cos 30^\circ = -6.$$

Ответ: -6.

**8. 8.** Найдите значение выражения  $2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ)$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-300^\circ) = 2\sqrt{3} \operatorname{tg}(-360^\circ + 60^\circ) = 2\sqrt{3} \operatorname{tg} 60^\circ = 6.$$

Ответ: 6.

**9. 9.** Найдите значение выражения  $-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ)$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$-18\sqrt{2} \sin(-135^\circ) = -18\sqrt{2} \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 18.$$

Ответ: 18.

**10. 10.** Найдите значение выражения  $24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$24\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 24\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} \left( -\sin \frac{\pi}{4} \right) = 24\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -12.$$

Ответ: -12.

**11. 11.** Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{14 \sin 19^\circ}{\sin 341^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{\sin(360 - 19)^\circ} = \frac{14 \sin 19^\circ}{-\sin 19^\circ} = -14.$$

Ответ: -14.

12. 12. Найдите значение выражения  $\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{4 \cos 146^\circ}{\cos 34^\circ} = \frac{4 \cos(180^\circ - 34^\circ)}{\cos 34^\circ} = \frac{-4 \cos 34^\circ}{\cos 34^\circ} = -4.$$

Ответ: -4.

13. 13. Найдите значение выражения  $\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{5 \operatorname{tg} 163^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{5 \operatorname{tg}(180^\circ - 17^\circ)}{\operatorname{tg} 17^\circ} = \frac{-5 \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 17^\circ} = -5.$$

Ответ: -5.

14. 14. Найдите значение выражения  $\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ}$ .

**Решение.**

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$\frac{14 \sin 409^\circ}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin(360^\circ + 49^\circ)}{\sin 49^\circ} = \frac{14 \sin 49^\circ}{\sin 49^\circ} = 14.$$

Ответ: 14.

15. 15. Найдите значение выражения  $5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg} 107^\circ = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot \operatorname{tg}(90^\circ + 17^\circ) = 5 \operatorname{tg} 17^\circ \cdot (-\operatorname{ctg} 17^\circ) = -5.$$

Ответ: -5.

16. 16. Найдите значение выражения  $7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ$ .

**Решение.**

Сходственные функции дополнительных углов равны. Поэтому

$$7 \operatorname{tg} 13^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7 \operatorname{ctg} 77^\circ \cdot \operatorname{tg} 77^\circ = 7.$$

Ответ: 7.

17. 17. Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = 12.$$

Ответ: 12.

18. 18. Найдите значение выражения  $\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2 113^\circ} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \cos^2(90^\circ + 23^\circ)} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + (-\sin 23^\circ)^2} = \frac{6}{\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ} = 6.$$

Ответ: 6.

**19. 19.** Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ}$ .

**Решение.**

Поскольку  $\cos^2(180^\circ + \alpha) = \cos^2 \alpha$  имеем:

$$\frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 207^\circ} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2(180^\circ + 27^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = 12.$$

Ответ: 12.

**20. 20.** Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin 41^\circ} = \frac{5 \sin 98^\circ}{\sin 49^\circ \cdot \sin(90^\circ - 49^\circ)} = \frac{5 \cdot 2 \sin 49^\circ \cos 49^\circ}{\sin 49^\circ \cos 49^\circ} = 10$$

Ответ: 10.

**21. 21.** Найдите значение выражения  $\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ}$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$\frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos 53^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \cos(\frac{\pi}{2} - 37^\circ)} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\cos 37^\circ \cdot \sin 37^\circ} = \frac{5 \sin 74^\circ}{\frac{1}{2} \sin 74^\circ} = 10.$$

Ответ: 10.

**22. 22.** Найдите значение выражения:  $12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$ .

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$12 \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3.$$

Ответ: -3.

**23. 23.** Найдите значение выражения  $8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12}$ .

**Решение.**

Используем формулу синуса двойного угла  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ :

$$8 \sin \frac{5\pi}{12} \cdot \cos \frac{5\pi}{12} = 4 \sin \frac{5\pi}{6} = 4 \sin \left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = 4 \sin \frac{\pi}{6} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Ответ: 2.

**24. 24.** Найдите значение выражения  $\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .

**Решение.**

Используем формулу косинуса двойного угла  $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$ :

$$\sqrt{3} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Ответ:  $-1,5$ .

**25. 25.** Найдите значение выражения  $\sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3}$ .

**Решение.**

Используем формулу косинуса двойного угла  $2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{12} \cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sqrt{3} &= \sqrt{3} \left( 2 \cos^2 \frac{5\pi}{12} - 1 \right) = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = \\ &= -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5. \end{aligned}$$

Ответ:  $-1,5$ .

**26. 26.** Найдите значение выражения  $\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12}$ .

**Решение.**

Используем формулу косинуса двойного угла  $1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$ :

$$\sqrt{3} - \sqrt{12} \sin^2 \frac{5\pi}{12} = \sqrt{3} \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{5\pi}{12} \right) = \sqrt{3} \cos \frac{5\pi}{6} = \sqrt{3} \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = -\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Ответ:  $-1,5$ .

**27. 27.** Найдите значение выражения  $\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ}$ .

**Решение.**

Используем формулу  $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ :

$$\frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2 127^\circ} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \sin^2(90^\circ + 37^\circ)} = \frac{12}{\sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ} = 12.$$

Ответ: 12.

**28. 28.** Найдите значение выражения  $-50 \operatorname{tg} 9^\circ \cdot \operatorname{tg} 81^\circ + 31$ .

**Решение.**

Заметим, что  $\operatorname{tg} 81^\circ = \operatorname{ctg} 9^\circ$ , тогда имеем:

$$-50 \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{tg} 81^\circ + 31 = -50 \operatorname{tg} 9^\circ \operatorname{ctg} 9^\circ + 31 = -50 + 31 = -19.$$

Ответ:  $-19$ .

**29. 29.** Найдите значение выражения

$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ}.$$

**Решение.**

Выполним преобразования:

$$-\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2 117^\circ} = -\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \sin^2(90^\circ + 27^\circ)} = -\frac{4}{\sin^2 27^\circ + \cos^2 27^\circ} = -4.$$

Ответ:  $-4$ .

**30. 30.** Найдите значения выражения  $\frac{23}{\sin^2 56^\circ + 1 + \sin^2 146^\circ}$ .

**Решение.**

Поскольку  $\sin^2 146^\circ = \sin^2 34^\circ = \cos^2 56^\circ$ , а  $\sin^2 56^\circ + \cos^2 56^\circ = 1$ , значение дроби равно  $23 : 2 = 11,5$ .

**31. 31.** Найдите  $\sin 390^\circ$ .

**Решение.**

Используя периодичность синуса получим:

$$\sin 390^\circ = \sin(360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5.$$

Ответ:  $0,5$

**32. 32.** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

**Решение.**

Поскольку угол  $\alpha$  лежит в третьей и четвёртой четвертях, его синус отрицателен. Поэтому

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0,36} = -\frac{4}{5} = -0,8.$$

Ответ:  $-0,8$ .

**33. 33.** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,6$  и  $\pi < \alpha < 2\pi$ .

**Решение.**

Поскольку угол  $\alpha$  лежит в третьей и четвёртой четвертях, его синус отрицателен. Поэтому

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - 0,36} = -\frac{4}{5} = -0,8.$$

Ответ:  $-0,8$ .

**34. 34.** Найдите значение выражения  $\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}$ .

**Решение.**

Пусть  $19^\circ = \alpha$ . Тогда имеем

$$\frac{50 \sin \alpha \cos \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{50 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{50}{2} = 25.$$

Поскольку полученное выражение не зависит от  $\alpha$ , исходное выражение также равно  $25$ .

Ответ:  $25$ .

**35. 35.** Найдите значение выражения  $\frac{35 \sin 384^\circ}{\sin 24^\circ}$ .

**Решение.**

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$\frac{35 \sin 384^\circ}{\sin 24^\circ} = \frac{35 \sin(360^\circ + 24^\circ)}{\sin 24^\circ} = \frac{35 \sin 24^\circ}{\sin 24^\circ} = 35.$$

Ответ: 35.

**36. 36.** Найдите значение выражения  $\frac{34 \sin 406^\circ}{\sin 46^\circ}$ .

**Решение.**

Воспользуемся периодичностью синуса:

$$\frac{34 \sin 406^\circ}{\sin 46^\circ} = \frac{34 \sin(360^\circ + 46^\circ)}{\sin 46^\circ} = \frac{34 \sin 46^\circ}{\sin 46^\circ} = 34.$$

Ответ: 34.

**37. 37.** Найдите значение выражения  $\sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8}$ .

**Решение.**

Используем формулу косинуса двойного угла  $1 - 2 \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$ :

$$\begin{aligned} \sqrt{72} - \sqrt{288} \sin^2 \frac{21\pi}{8} &= \sqrt{72} \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{21\pi}{8} \right) = \sqrt{72} \cos \frac{21\pi}{4} = \\ &= \sqrt{72} \cos \left( 4\pi + \pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{72} \cos \frac{\pi}{4} = -\sqrt{72} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{144}}{2} = -\frac{12}{2} = -6. \end{aligned}$$

Ответ: -6.

**38. 38.** Найдите значение выражения  $5 \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12}$ .

**Решение.**

Используем формулу синуса двойного угла  $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ :

$$5 \sin \frac{11\pi}{12} \cdot \cos \frac{11\pi}{12} = \frac{5}{2} \sin \frac{11\pi}{6} = \frac{5}{2} \sin \left( \pi + \frac{5\pi}{6} \right) = -\frac{5}{2} \sin \frac{5\pi}{6} = -\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = -1,25.$$

Ответ: -1,25.